

## 研究論文

## 金属基繊維複合材料の非線形挙動におよぼす繊維の干渉と界面の相互効果

渋谷 嗣\*

Effects of Interaction of Fibers and Interface Properties on Nonlinear Behavior  
of Metal Matrix Composites

Yotsugi SHIBUYA †

Metal matrix composites are promising material system with high strength-to-weight and stiffness-to-weight for high temperature application. Mechanical behavior of the metal matrix composite is affected by microscopically distributed residual stress owing to interaction of fibers. A periodical cluster model is made to analyze both macro- and microscopic behavior of the composite. On the basis of the periodicity of the microstructure, the homogenization theory with asymptotic expansion is applied to connect the macro behavior with the microscopic structure. Formulation on the homogenized constitutive relation is described as the solution for perturbed displacement of the composite. The fiber-matrix interface of the composite is modeled as Coulomb frictional contact under compressive residual stress. To solve for the perturbed displacement field of the composite, boundary integral formulation is introduced into the interface contact problem. The formulation enables simultaneous numerical calculations for macro- and microscopic fields to evaluate nonlinear mechanical behavior of composite. Numerical calculation is made to clear the relation of the residual stress distribution to the nonlinear behavior of the composite.

**Key Words** : Composite Material, Metal Matrix, Homogenization Theory, Periodical Cluster, Residual Stress, Frictional Contact Interface

## 1. 緒言

金属基繊維複合材料は高い比強度と比剛性を持つ耐熱複合材料として航空機用エンジンへの応用が期待されている。セラミックス繊維で強化された金属基複合材料は、母材金属と強化繊維との間の結合が小さいので、界面の効果は複合材料の機械的性質をより複雑なものにしている。このような複合材料について、損傷過程に関する実験的研究<sup>1)</sup>や界面の損傷を考慮した特性評価に関する研究<sup>2),3)</sup>が行われている。

複合効果を高めるには強化繊維の含有率を大きくすることが有効であり、最も稠密な配列は六角形配列となる。繊維含有率の高い複合材料の繊維配列は、六角形配列に近い微視構造になるために、六角形配列の周期性を仮定した複合材料のモデルが、合理的なモデルとして取り扱われてきた<sup>2),3)</sup>。一方、実際の材料は繊維配列に不均一性を有することから、擬似的にランダムな繊維配列をボロノイセルで構成した複合材料の微視構造モデルが、繊維配列の不均一性を考慮する方法として提案されている<sup>4),5)</sup>。しかし、界面の挙動は材料の残留応力と密接に関連するので、繊維干渉の効果をより明確にして検討する必要がある。

本研究では金属基複合材料の繊維の干渉の影響をより単純化したモデルを提案し、非線形挙動に対する繊維の干渉と界面の

効果を明らかにした。実際の材料の持つ微視構造の不均一性と繊維干渉の効果を定量的に議論するために、周期的な六角形配列を基本として、繊維の偏心を考慮した微視構造モデルを採用した。複数の正六角形セルに繊維を偏心させて配置したものを1つのクラスターとし、それらが周期的に配列したモデルを用いた。そのクラスターの周期性から変位の漸近展開を用いた均質化理論<sup>6)</sup>を適用した。また、金属基複合材料の繊維と母材の界面の結合は小さいので、界面は圧縮の残留応力で密着し摩擦によって保持されているものと仮定した。界面の効果を詳細に検討するために、均質化理論に基づく変位の擾乱成分に関して、その境界値問題を境界積分方程式によって定式化した。巨視的応力、ひずみ関係は、微視的応力の全体積分から平均として導出することができる。ここでは、この巨視的応力を境界に沿う積分に変換し、擾乱変位に関する境界積分方程式と適合させた。このような界面を含む境界上の定式化は、巨視的、微視的挙動を陰的解法によって効率よく処理することを可能にした。

数値計算においてはTi合金をSiC<sub>(CVD)</sub>繊維で強化した複合材料(SCS6/Ti-6Al-4V)を対象とし<sup>7)</sup>、温度依存性のある非線形な応力、ひずみ関係におよぼす繊維の干渉と界面の効果を微視的な応力場の解析に基づき検討した。

## 2. 複合材料の周期的クラスターモデル

複合材料の特性評価において微視構造に周期性を仮定すると、少ない計算量で複合材料の特性を詳細に検討することができる。実際の材料の持つ不均一性による繊維の偏りの影響を検討するために、ここでは正六角形の周期的な基本セルの内部で繊維に

平成18年2月9日受付;平成18年2月27日受理

\*秋田大学工学資源学部機械工学科

〒010-8502 秋田市手形学園町1-1

†Department of Mechanical Engineering, Akita University,  
1-1, Tegata Gakuen-machi, Akita 010-8502, Japan

偏心が生じているとし、その複数のセルを1つのクラスターとして周期的に配列させたモデルを図1のように考える。図においては、偏心した繊維を有する3つの正六角性セルを1つのクラスターとして考えている。このようなモデルを構成することにより、強化繊維の含有率を変えずに不均一な繊維分布による繊維の干渉の効果を検討することができる。

解析には繊維方向を  $x_3$  軸とする直角座標系  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  と3つの六角形の基本セルからなるクラスターの内部に繊維方向を  $y_3$  軸とする微視的な直角座標系  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$  を用いる。複合材料の境界は無視できるほど大きいとし、巨視的に一様なひずみ  $\varepsilon_{ij}^*$  が与えられている場合を考える。

複合材料を微視的に不均質体と見なしたとき、熱弾性効果を考慮して、その基礎方程式は以下のように示すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i^\lambda} \sigma_{ij}^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + f_i^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = C_{ijkl}(\mathbf{y}) [\varepsilon_{ij}^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \varepsilon_{ij}^T(\mathbf{y}, T)] \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij}^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i^\lambda} u_j^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{\partial}{\partial x_j^\lambda} u_i^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right] \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij}^T(\mathbf{y}, T) = \int_0^T \alpha_{ij}(\mathbf{y}, \tau) d\tau \quad (4)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$  は応力、 $\varepsilon_{ij}$  はひずみ、 $f_i$  は体積力、 $u_i$  は変位成分である。 $T$  は温度、 $T_0$  は熱ひずみが零の場合の基準温度である。 $C_{ijkl}$  と  $\alpha_{ij}$  は複合材料内部の不均質な弾性係数と線膨張係数であり、単位セルの周期性より  $\mathbf{y}$  の関数になる。また、上添え字  $\lambda$  は  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  に関する2つの座標系を持つ量を表わしている。

均質化理論を適用するために、巨視的、微視的な2つの座標系  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  を有する変位成分  $u_i^\lambda$  をパラメータ  $\lambda$  の漸近展開で表示する<sup>6)</sup>。

$$u_i^\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = u_i^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \lambda u_i^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \lambda^2 u_i^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots \quad (5)$$

ただし、 $\lambda$  は微視組織の微細さを表わすパラメータであり、巨視的座標と微視的座標系の関係および微分演算子は次のように与えられる。

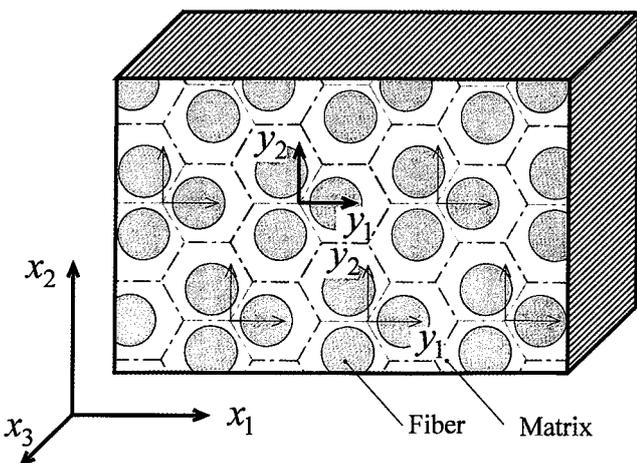


Figure 1 Periodical cluster model and two-coordinate systems.

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\lambda} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i^\lambda} = \frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial y_i} \quad (7)$$

式(5)~(7)を考慮すると平衡方程式(1)から  $u_i^{(0)}$  を巨視的な変位として考えると微視的擾乱変位  $u_i^{(1)}$  に関する基礎式が次のように得られる。

$$\frac{\partial}{\partial y_j} \sigma_{ij}^{(1)}(\mathbf{y}) = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_{ij}^{(1)}(\mathbf{y}) = C_{ijkl}(\mathbf{y}) \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k^{(1)}(\mathbf{y})}{\partial y_i} + \frac{\partial u_i^{(1)}(\mathbf{y})}{\partial y_k} \right) - \varepsilon_{ij}^T(\mathbf{y}, T) + \varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) \right] \quad (9)$$

$$\varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(0)}(\mathbf{x})}{\partial x_i} \right] \quad (10)$$

ここで、 $\sigma_{ij}^{(1)}$  は微視的構造における応力である。一方、巨視的応力は微視構造の平均応力として次のように求めることができる。

$$\sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}^{(1)}(\mathbf{y}) dV(\mathbf{y}) = \frac{1}{V} \int_V \left\{ C_{ijkl}(\mathbf{y}) \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k^{(1)}(\mathbf{y})}{\partial y_i} + \frac{\partial u_i^{(1)}(\mathbf{y})}{\partial y_k} \right) - \varepsilon_{ij}^T(\mathbf{y}, T) + \varepsilon_{ij}^*(\mathbf{x}) \right] \right\} dV(\mathbf{y}) \quad (11)$$

ただし、 $V$  は微視構造を代表する単位セルの体積である。

### 3. 境界値問題の陰的解法

式(9)に含まれる不均質弾性係数  $C_{ijkl}(\mathbf{y})$  と熱ひずみ  $\varepsilon_{ij}^T(\mathbf{y}, T)$  は、実際の繊維複合材料を対象とした場合、母材と繊維に対応するそれぞれの領域で一定とすることができる。式(8)~(10)の不均質問題の解法を容易にするために母材と繊維の領域に分離して考える。それぞれの領域で擾乱変位成分  $u_i^{(1)}$  は積分方程式表示して次のように示すことができる。

$$u_i^{\beta(1)}(\mathbf{y}) = \sum_p \int_{\Gamma_{\beta p}} [G_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') t_i^{\beta(1)}(\mathbf{y}') - H_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') u_j^{\beta(1)}(\mathbf{y}')] d\Gamma(\mathbf{y}') + \sum_q \int_{\Omega_{\beta q}} F_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') e_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}') d\Omega(\mathbf{y}') \quad (12)$$

ただし

$$e_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}) = \varepsilon_{ij}^{T\beta}(\mathbf{y}, T) - \varepsilon_{ij}^* \quad (13)$$

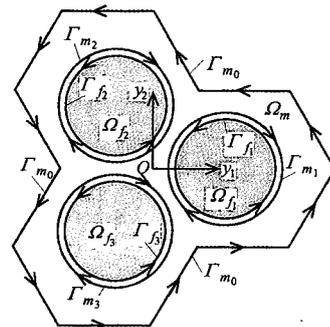


Figure 2 Paths and domains of integral equation on the cluster cell model.

ここで、添え字  $\beta$  は対象とする領域によって  $m, f$  に変えられ、 $m$  は母材、 $f$  は繊維の場合を表わす。 $\Gamma_{\beta p}$  と  $\Omega_{\beta q}$  は、図 2 に示されているような母材と繊維の領域に関する境界積分領域と内部積分領域である。 $t_i^{(\beta)}$  は  $\beta$  相の境界  $\Gamma_{\beta p}$  における表面力である。また、3つの繊維からなるクラスターの単位セルに対して式(12)の総和の範囲は母材に対して  $p=0\sim 3, q=0$ 、繊維に対して  $p=1\sim 3, q=1\sim 3$  をとる。

積分方程式の核  $G_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$  はグリーン関数として知られ、無限体内の一点に単位集中心力が作用した場合の変位場を表わす Kelvin の解を用いることができる。さらに、関数  $H_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$ 、 $F_{kj}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$  は表面力と応力に対応し、グリーン関数を用いて次のように得ることができる。

$$F_{kj}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{1}{2} C_{kilm}^{\beta} \frac{\partial G_{mj}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')}{\partial y'_n} + \frac{\partial G_{nj}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}')}{\partial y'_m} \quad (14)$$

$$H_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = F_{kj}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') n_k^{\beta}(\mathbf{y}') \quad (15)$$

ここで、 $n_k^{\beta}$  は境界  $\Gamma_{\beta p}$  における外向き単位法線ベクトルの  $y_k$  方向成分である。

一方向繊維複合材料に対しては繊維方向にひずみが増減しないと考えられるので、一般化平面ひずみ問題として取り扱うことができる。すなわち、擾乱変位  $u_i^{(1)}$  を次のように  $y_1, y_2$  の関数として表わす。

$$u_i^{(1)}(\mathbf{y}) = u_i^{(1)}(y_1, y_2) \quad (i=1, 2, 3) \quad (16)$$

一般化平面ひずみに対して母材と繊維を均質等方性体とすると、グリーン関数は次のように与えられる。

$$G_{ij}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{1}{8\pi(1-\nu_{\beta})\mu_{\beta}} \left[ (3-4\nu_{\beta}) \log\left(\frac{1}{s}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial s}{\partial y'_i} \frac{\partial s}{\partial y'_j} \right] \quad (i, j=1, 2) \quad (17)$$

$$G_{33}^{\beta}(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{1}{2\pi\mu_{\beta}} \log\left(\frac{1}{s}\right) \quad (18)$$

$$G_{13}^{\beta} = G_{31}^{\beta} = G_{23}^{\beta} = G_{32}^{\beta} = 0 \quad (19)$$

ただし、

$$s = (y'_1 - y_1)^2 + (y'_2 - y_2)^2$$

ここで、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーデルタ、 $\mu_{\beta}$  と  $\nu_{\beta}$  はそれぞれ  $\beta$  相の横弾性係数とポアソン比である。

また、式(11)で与えられた巨視的応力は境界の積分に変換することによって次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) = & \frac{1}{V} \sum_{p=0}^3 \int_{\Gamma_{mp}} \frac{1}{2} C_{ijkm}^{(1)} [u_k^{(1)}(\mathbf{y}) n_m^m(\mathbf{y}) + u_k^{(1)}(\mathbf{y}) n_m^m(\mathbf{y})] d\Gamma(\mathbf{y}) \\ & + V_m C_{ijkl}^m [\varepsilon_{ij}^m(\mathbf{x}) - \varepsilon_{ij}^{lm}(\mathbf{x})] + \sum_{p=1}^3 \int_{\Gamma_{fp}} \frac{1}{2} C_{ijkl}^f [u_k^{(1)}(\mathbf{y}) n_l^f(\mathbf{y}) \\ & + u_k^{(1)}(\mathbf{y}) n_l^f(\mathbf{y})] d\Gamma(\mathbf{y}) + 3V_f C_{ijkl}^f [\varepsilon_{ij}^f(\mathbf{x}) - \varepsilon_{ij}^{lf}(\mathbf{x})] \end{aligned} \quad (20)$$

ただし

$$V = V_m + 3V_f$$

ここで、 $V_m$  と  $V_f$  はそれぞれ母材、繊維の  $y_3$  軸方向に単位長さ当たりの体積である。

式(12)から導かれる境界積分方程式と式(20)の巨視的応力は、共に擾乱変位成分  $u_i^{(\beta)}$  が境界  $\Gamma_{\beta p}$  上の未知関数として含まれる。したがって、複合材料の特性は実験的な材料試験との比較のために、与えられた巨視的応力  $\sigma_{ij}^*$  あるいはひずみ  $\varepsilon_{ij}^*$  の負荷条件の下で式(12)、(20)が解かれる。それらは連立して、未知数である巨視的応力、ひずみ成分と境界の擾乱変位を陰の数値計算によって同時に決定することができる。

#### 4. 界面モデルと周期境界条件

巨視的応力および微視的擾乱変位が式(20)および(12)により境界積分によって記述されているので、複合材料の境界界面の挙動をより詳細に検討することが可能である。その境界条件を与えるために単位セル内の微視的座標系に対して図3に示すように半径  $a$  のそれぞれの繊維の中心を原点とする局所的な極座標系  $(r_i, \theta_i)$  ( $i=1, 2, 3$ ) を用いる。また、単位セルの外側に対して、六角形の各辺の中央を原点とする局所座標系  $\xi_i$  ( $i=1, 2, \dots, 12$ ) をおく。

金属基複合材料の母材と繊維の界面強度は小さいので、界面結合を無視する。その界面は圧縮の残留応力下で接触し、クーロン摩擦の作用を考慮する。そのとき、界面の状態は部分的に固着、すべり、開口の3つの状態にあることが考えられる。

クーロン摩擦モデルを用いると、母材と繊維の界面 ( $r_i=a, i=1, 2, 3$ ) の境界条件を次のように書くことができる。

(a) 固着状態

$$|\sigma_{r\theta}^f| = |\sigma_{r\theta}^m| < -k \sigma_{rr}^f \quad (\sigma_{rr}^f = \sigma_{rr}^m < 0) \quad (21)$$

$$u_{r_i}^{(1)} = u_{r_i}^{(1)}, \quad u_{\theta_i}^{(1)} = u_{\theta_i}^{(1)} \quad (22)$$

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(1)}, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(1)} \quad (23)$$

(b) すべり状態

$$|\sigma_{r\theta}^f| = |\sigma_{r\theta}^m| = -k \sigma_{rr}^f \quad (\sigma_{rr}^f = \sigma_{rr}^m < 0) \quad (24)$$

$$u_{r_i}^{(1)} = u_{r_i}^{(1)}, \quad \sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(1)} \quad (25)$$

(c) 開口状態

$$u_{r_i}^{(1)} < u_{r_i}^{(1)} \quad (26)$$

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(1)} = 0 \quad (27)$$

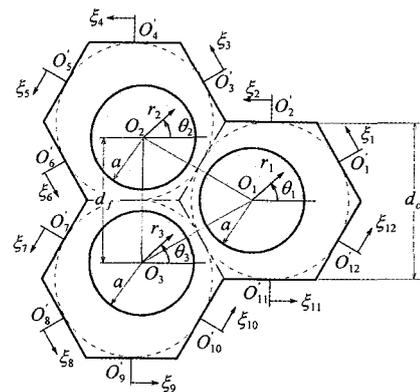


Figure 3 Local coordinate systems for periodical boundary and fibers.

ここで、 $k$ は摩擦係数である。界面が固着、すべり、開口のどの状態にあるか判定する条件はそれぞれ式(21), (24), (26)のよって与えられる。

また、単位セル外側の境界条件は周期性を考慮して定めることができる。擾乱変位と表面力は $y$ の関数であり周期性を有していることから、単位セルを1周期移動しても同じ状態にある。外側境界の境界条件を局所座標系 $\xi_i (i=1, 2, \dots, 12)$ に沿って、次のように与えることができる。

$$u_i^{m(1)}(\xi_1) = u_i^{m(1)}(-\xi_6), \quad t_i^{m(1)}(\xi_1) = -t_i^{m(1)}(-\xi_6) \quad (28)$$

$$u_i^{m(1)}(\xi_2) = u_i^{m(1)}(-\xi_9), \quad t_i^{m(1)}(\xi_2) = -t_i^{m(1)}(-\xi_9) \quad (29)$$

$$u_i^{m(1)}(\xi_3) = u_i^{m(1)}(-\xi_8), \quad t_i^{m(1)}(\xi_3) = -t_i^{m(1)}(-\xi_8) \quad (30)$$

$$u_i^{m(1)}(\xi_4) = u_i^{m(1)}(-\xi_{11}), \quad t_i^{m(1)}(\xi_4) = -t_i^{m(1)}(-\xi_{11}) \quad (31)$$

$$u_i^{m(1)}(\xi_5) = u_i^{m(1)}(-\xi_{10}), \quad t_i^{m(1)}(\xi_5) = -t_i^{m(1)}(-\xi_{10}) \quad (32)$$

$$u_i^{m(1)}(\xi_7) = u_i^{m(1)}(-\xi_{12}), \quad t_i^{m(1)}(\xi_7) = -t_i^{m(1)}(-\xi_{12}) \quad (33)$$

擾乱変位 $u_i^{\beta(1)}$ と表面力 $t_i^{\beta(1)}$ を未知関数とした式(12)から導かれる境界積分方程式と巨視的応力(20)は境界に沿って離散化して求めることができるので、式(21)~(33)に示された境界条件を比較的容易に考慮することができる。

## 5. 計算結果と考察

数値計算はTi合金(Ti-6Al-4V)を直径約 $140 \mu\text{m}$ のSiC<sub>(CVD)</sub>で強化した繊維の体積含有率が0.4の金属基繊維複合材料を対象とした。基本セルを正六角形としたとき、基本セルの大きさと繊維の体積含有率 $C_f$ との関係は次のように示すことができる。

$$C_f = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}d_c^2} \quad (34)$$

ただし、 $a$ は繊維の半径、 $d_c$ は正六角形基本セルの内接円の直

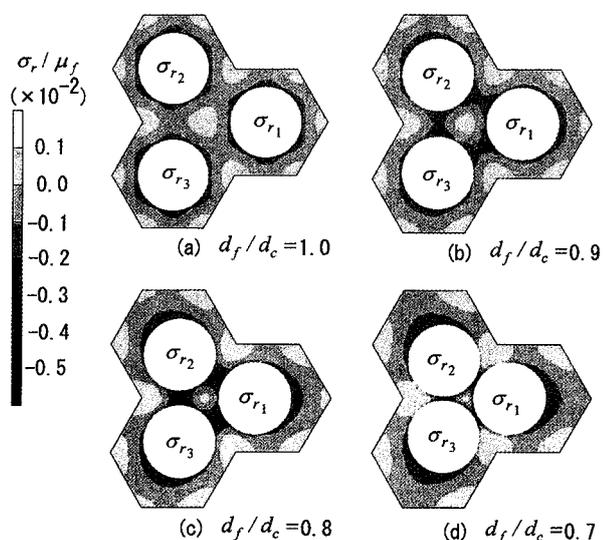


Figure 4 Residual thermal stress distributions (radial stress component) in the fiber local coordinate systems.

径に対応する。

数値計算に用いた繊維とTi合金の弾性係数について、繊維は温度に対して一定で、 $\mu_f = 175 \text{ GPa}$ ,  $\nu_f = 0.17$ を用いた。また、Ti合金は $20^\circ\text{C}$ で $\mu_m = 41.4 \text{ GPa}$ から $1000^\circ\text{C}$ で $\mu_m = 15.7 \text{ GPa}$ に線形的に変化するものとし、ポアソン比は一定で $\nu_m = 0.33$ とした。

残留応力を評価するために、複合材料の作製温度 $T = 925^\circ\text{C}$ で残留応力が零であると仮定し、 $20^\circ\text{C}$ ,  $320^\circ\text{C}$ の温度で熱ひずみを式(4)からそれぞれ $\varepsilon^{Tm}(20^\circ\text{C}) = -9.125 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon^{Tl}(20^\circ\text{C}) = -3.439 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon^{Tm}(320^\circ\text{C}) = -6.383 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon^{Tl}(320^\circ\text{C}) = -2.299 \times 10^{-3}$ として求めた。

図4は複合材料の温度 $20^\circ\text{C}$ における外部負荷がない場合の残留応力分布を示したものである。応力はそれぞれの繊維の中心

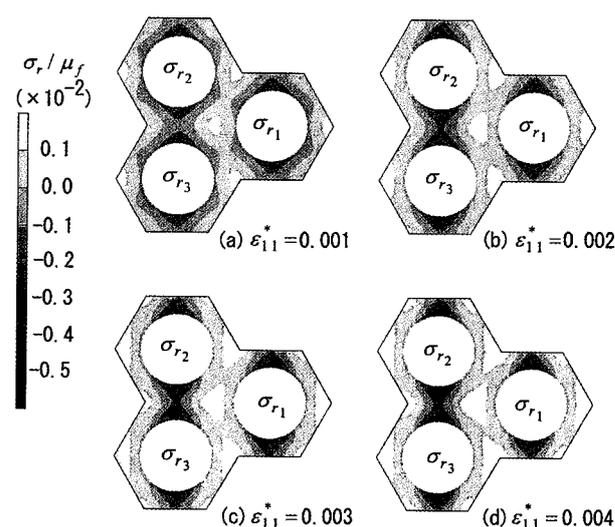


Figure 5 Variation of radial stress distribution (in the fiber local coordinate systems) for applied overall strain in case of  $d_f/d_c = 1.0$ .

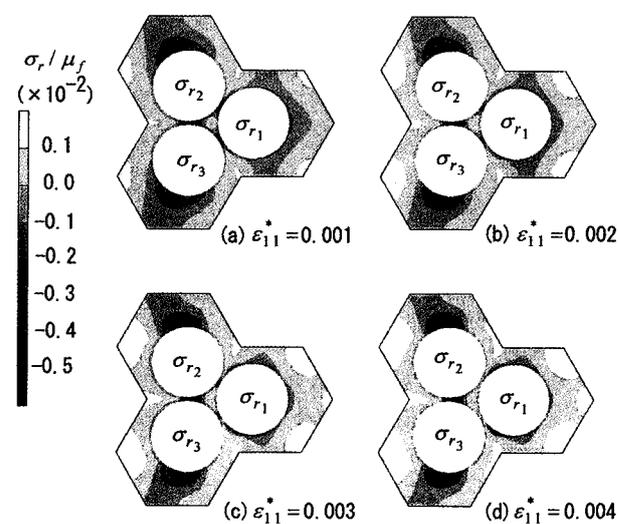


Figure 6 Variation of radial stress distribution (in the fiber local coordinate systems) for applied overall strain in case of  $d_f/d_c = 0.7$ .

を原点とした円筒座標系において半径方向応力成分を示したものである。図中の応力は半径方向応力成分  $\sigma_r$  を繊維の横弾性係数  $\mu_f$  で無次元化して示した。繊維の偏りの度合いとして、図3に示されているように繊維間隔  $d_f$  と基本セルの内接円直径  $d_c$  の比  $d_f/d_c$  をパラメータとして示し、(a) は1.0, (b) は0.9, (c) は0.8および (d) は0.7の場合である。 $d_f/d_c=1.0$  は、基本セルが周期性を持つ場合で、繊維同士が接触する場合はおおよそ0.664になり、繊維の偏りを表わすパラメータ  $d_f/d_c$  はその間の範囲の値をとる。母材と繊維の界面は、半径方向応力が圧縮の場合には界面が完全に密着し、界面が開いた場合は半径方向応力が界面で零になる。ここでは、界面の摩擦係数は  $k=0$  としている。図4(d)で繊維間の圧縮応力が特に大きくなっているように、繊維間隔が小さくなると、繊維間に生じる圧縮応力が局所的に大きくなる。また、 $d_f/d_c=0.7$  の場合には大き

な圧縮の生じた外側に、半径方向応力が引張りの領域が生じている。ここでは、すでに界面に開口が生じていると考えることができる。

図5, 6は  $x_1$  軸方向の一軸引張りにおける微視的な半径方向応力の変化を図4と同様に界面の摩擦係数は  $k=0$  として、それぞれ  $d_f/d_c=1.0$  と0.7の場合について調べたものである。(a) は  $\varepsilon_{11}^* = 0.001$ , (b) は  $\varepsilon_{11}^* = 0.002$ , (c) は  $\varepsilon_{11}^* = 0.003$  および (d) は  $\varepsilon_{11}^* = 0.004$  の場合である。半径方向応力は、荷重方向では引張りとともに圧縮から引張りに変化し、一方、荷重と垂直方向では圧縮が増加する。このことから界面の開口が荷重とともに進展することがわかる。図5の  $d_f/d_c=1.0$  の場合では引張りの応力が (b)  $\varepsilon_{11}^* = 0.002$  で母材と繊維の界面まで達しているが、 $d_f/d_c=0.7$  の場合では図4(d)のように引張り荷重のない状態ですでに引張りの応力が母材と繊維の界面まで達している部分

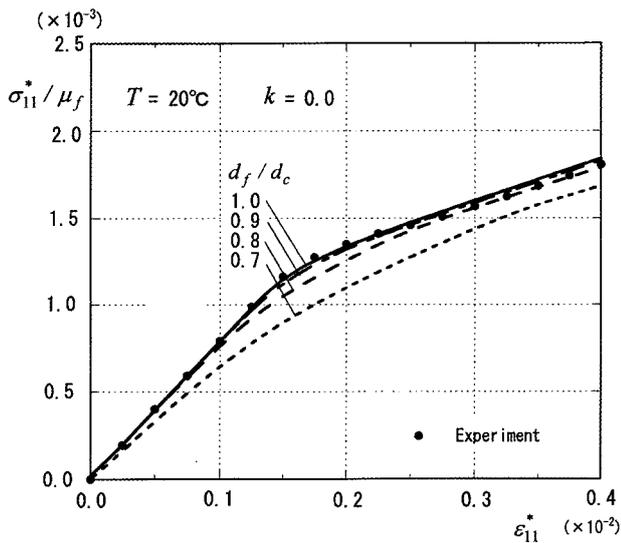


Figure 7 Effect of the fiber distance on the mechanical properties of the composite at 20°C.

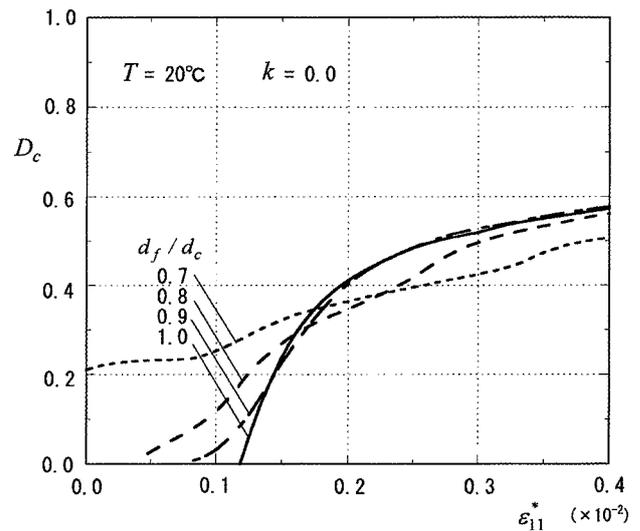


Figure 9 Extension of opened area along the fiber-matrix interface at 20°C.

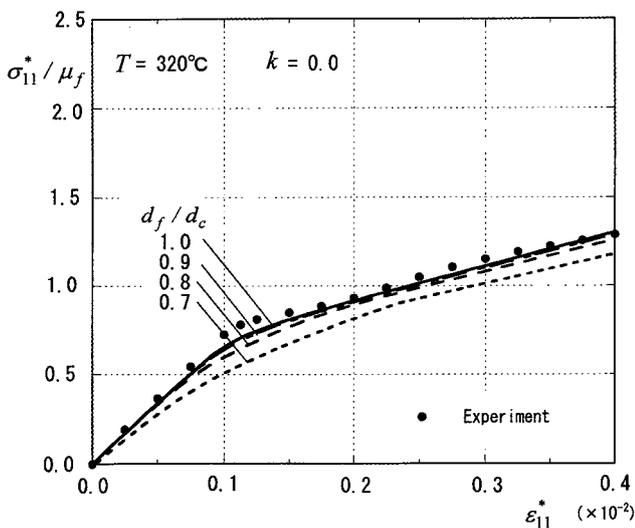


Figure 8 Effect of the fiber distance on the mechanical properties of the composite at 320°C.

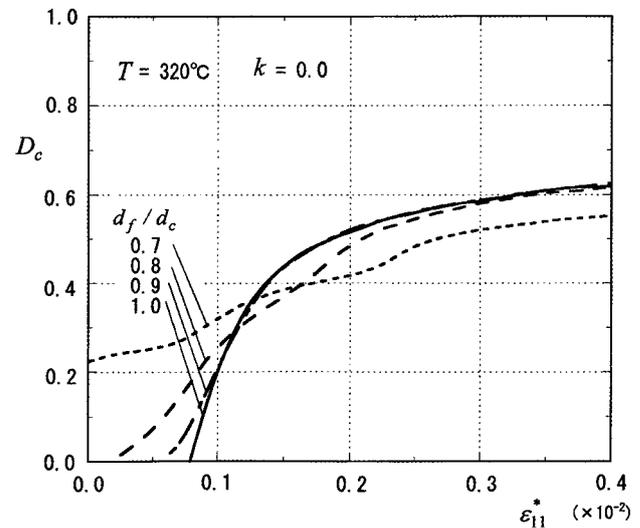


Figure 10 Extension of opened area along the fiber-matrix interface at 320°C.

がある。

図7, 8はそれぞれ20°Cと320°Cにおける巨視的応力ひずみ関係について示したものである。縦軸の巨視的応力は繊維の横弾性係数  $\mu_f$  で無次元化して示されている。界面の接触領域の摩擦係数を  $k=0$  とした。繊維間隔をパラメータとし、参考として文献[3]から引用した実験結果と比較した。実験に使用されている材料はTi合金箔 (Ti-6Al-4V) と厚さ  $2\mu\text{m}$  の被覆層を有する直径  $140\mu\text{m}$  のSiC繊維 (SCS6) を用いて14層をホットプレス法によって作製された金属基複合材料板から得られたものである。●印はその引張試験の実験結果を示したものである。実験に使われた材料は繊維が比較的正六角形配列に近いことから、20°C, 320°Cともに  $d_f/d_c=1.0$  の計算結果と実験結果が良く一致している。残留応力の考慮したモデル化によって界面の開口の生じる部分で曲線の傾きが変化し、非線形性を示しているものである。一方、 $d_f/d_c=0.7$  の場合は図4(d) からわかるように、無負荷状態で微視的な残留応力分布によって付近に引張応力が生じる部分があり、無荷重の状態でも残留応力によって界面に開口が生じた領域が存在すると考えられる。このことから、応力ひずみ曲線に急激な傾きの変化が見られず、なだらかに変化している。これは正六角形配列では特定のひずみにおいて界面に開口領域が生じるのに対して、繊維間隔が小さくなるにつれ残留応力の集中によって、小さいひずみから開口領域が生じ、傾きが徐々に変化するものと思われる。また、320°Cの場合には残留応力が小さくなることから、界面に開口が生じているので20°Cと比較して小さいひずみで曲線の傾きが変化している。

巨視的特性の検証のために、図7, 8に示した荷重条件の下での界面の開口の挙動に関して、界面の全体の領域に対する開口領域の割合  $D$  を用いて図9, 10に示した。繊維の偏りによって繊維間隔が小さくなると、小さいひずみ段階から開口が生じる。また、繊維間隔が小さい場合には、界面に沿う応力分布の変動が大きいことから、開口の進展にも変動が見られる。繊維

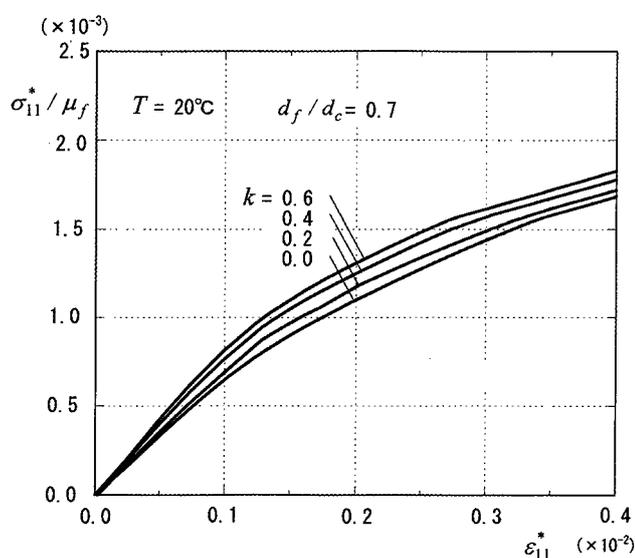


Figure 11 Effect of the friction along the fiber-matrix interface on the mechanical properties of the composite at 20°C.

間隔が大きい場合は界面の開口が急激に生じ、巨視的応力、ひずみ関係に曲線の傾きが急に变化する部分に対応することが明らかである。

図11は巨視的応力、ひずみ関係におよぼす界面の摩擦係数の影響を温度20°C,  $d_f/d_c=0.7$  の場合について調べたものである。界面の摩擦係数が大きくなるにしたがって、巨視的な剛性も大きくなることを示している。

## 6. 結言

変位の漸進展開を用いた均質化理論を適用して金属基複合材料の非線形挙動について繊維と界面の相互の影響を考慮して検討した。得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) 金属基複合材料の母材と繊維の界面には圧縮の残留応力が存在し、その残留応力は繊維間隔が小さいと、局所的に大きな圧縮応力になる。
- (2) 繊維に垂直方向の巨視的な一軸引張りの挙動は繊維と母材の界面の開口によりその曲線の傾きが変化し非線形挙動を示す。また、繊維間隔が極端に小さいと無負荷の状態から開口が生じるため曲線の傾きの変化は緩やかになる。
- (3) 界面は繊維間隔が大きいほど開口が急激に進展する。また、繊維間隔は小さくなると界面に沿う応力変動が大きいことから、界面の開口挙動にも変動が生じる。

## 参考文献

- (1) Gao, Z. and Zhao, H., Life Predictions of Metal Matrix Composite Laminates under Isothermal and Nonisothermal Fatigue, *J. Compos. Mater.*, 29 (1995), 1142-1168.
- (2) Achenbach, J. D. and Zhu, H., Effect of Interfaces of Macro and Micromechanical Behavior of Hexagonal Array Fiber Composites, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 57 (1990), 197-208.
- (3) 渋谷・Wang, S.S., 界面に損傷を有する金属基繊維複合材料の挙動に関する弾塑性解析, *機論*, 61-584 A (1995), 736-742
- (4) Shibuya, Y., Thermo-Mechanical Behavior of Quasi-Random Fiber Composite and Its Modeling, *Proceedings of 5th International Congress on Thermal Stresses*, 1 (2003), MA10-4-1-4.
- (5) Raghavan, P. and Ghosh, S., A Continuum Damage Mechanics Model for Unidirectional Composites Undergoing Interfacial Debonding, *Mech. Mater.*, 37 (2005), 955-979.
- (6) Bensoussan, A., Lions, J. L. and Papanicolaou, G., *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, (1978), North-Holland, Amsterdam.
- (7) 日本機械学会編, 先端複合材料, (1990), 技報堂出版.
- (8) Smith, P. R. and Froes, F. H., Developments in Titanium Metal Matrix Composites, *J. Metals*, 36 (1984), 19-26.