Akita University

秋田大学高等教育
グローバルセンター紀要
45 － 54　　(2023)

大学基礎教育で養うべき数学力とその評価項目の策定に向けた予備的考察

小　林　真　人[*1]，小　林　弥　生[*2]

A Study for Assessment of Math-literacies Required in Science-Technology Universities

Mahito KOBAYASHI[*1], Yayoi KOBAYASHI[*2]

秋田大学 [*1], 聖霊女子短期大学 [*2]
Akita University[*1], Seirei Women's Junior College[*2]

概要：本稿では，A大学で行われている概念理解型の授業に基づき，理工系学生が基礎教育の段階で養うべき数学的能力を整理し，一連の能力に分解し，提示する。その目的は，これらの能力を統一指標として各科目の試験等で計測することにより受講生の状況を継続して把握し，教育システムや教材のデザインに活かすことである。本稿で提示するのは素案であり，評価項目の策定に向けた今後の検討の出発点とする。本稿で提示する数学的能力を社会的要請の見地から検討するために，数学リテラシー（mathematical literacy, ML），とくにその大学教育版である高水準の数学的リテラシー（advanced ML, AML）の観点と比較する。また，試みにA大学の2021年度授業における受講生の状況を提示案に基づき評価し，評価項目の非複合性，項目間の独立性と評価の有益性を検討し，今後の評価項目の策定に向けた課題を実践的に抽出する。

［キーワード］数学力，概念的理解，大学，理工系，基礎教育，数学リテラシー

1．はじめに

A大学では約10年前に，高大接続活動を契機として理工系2学部における数学基礎教育の大幅な方針転換を行った。知識と技能を数学の論理に従って積み上げる伝統的な教育を改め，現在では，将来の活用の基礎となる数学の基本概念の理解に重点を置いた教育を行っている。この転換は今日のSTEAM教育，第5世代の人材育成とも合致した流れであったが，その後の入学者の基礎学力と志向（たとえば，手法を効率よく学びたいのか，根本原理や新しい視点に触れたいのかなど）の急激な多様化や，対話型教育，ICT教材の活用，受講生と教員双方の人的資源の有効活用，国際化などへのさらなる対応が求められている。

こうした教育システムのデザイン，あるいは具体的な教材開発において，まず現状での教育効果の検証が必要なのは言うまでもない。そのためには，単なる知識や技能の練度を評価するのではなく，理工系学生が基礎教育の段階で養うべき能力を整理し，指標となる評価項目を策定した上での評価が必要となる。本稿では，A大学で行われている概念理解型の授業で使用された教材から養うべき一連の数学的能力を抽出，分類し，素案として提示する。このような評価項目の策定には広角度から慎重な検討が必要であり，本稿の提示案は，今後検討を進め，評価項目を策定するための出発点である。

本稿では，まず，養うべき能力を具体例に基づき提示し，ついで提示案の妥当性を検討するために，数学リテラシー（mathematical literacy, ML），

その大学教育版である高水準の数学的リテラシー（advanced ML, AML）の観点と比較する。最後に，提示案の実践的な検討のために，Ａ大学で2021年度に行われた授業における受講生のデータに評価を適用する。各評価項目の非複合性（単一の要因によると推察されること），項目間の独立性（大きな依存性が認められないこと）を検証し，状況把握の様子を確認する。この実践を通して評価項目の策定に向けた課題を抽出する。

2．検討対象とする数学的能力

本稿では「理工系学生が数学基礎科目の履修を通して身につけるべき数学的能力」に限定して考察する。理工系学生は，数学の他にもデータサイエンス，情報，物理，化学，実験，語学等，多くの科目と課外学習課題を抱えている。これを勘案すると，授業時間と限定された課外学習時間内に，一定量の知識と技能の習得を通して養える能力に限定して考察することが現実的であり，本稿ではこの制約下で考察を行う。

検討すべき事項には，受講者が専門教育を理解するのに必要な一定量の知識と技能の見直しも含まれる。それは他の機会に譲り，本稿ではつぎの立場を述べるに留める。すなわち，多くの知識の羅列を避け，むしろ，精選された最小限の知識を必要に応じて組みあげて使う能力（いわば，数学的自律性）を養うべきである。

また，今後導入が想定される数式記号を用いたコミュニケーションやICTの利用に関する能力については，本稿では重点を置かない。それは，今回の数学的能力の根幹をなす部分の検討を踏まえて検討すべきだと考えるからである。

3．Ａ大学での微分積分学の授業

教科書

本稿で検討の基礎としたＡ大学における微分積分学の授業について述べる。従来用いられていた教科書は，微分積分の基本事項を例題中心に解説し，簡単な問題をつけて並べたものであった。必要な数学的事実が整然とコンパクトにまとめられていて，数学に忠実であろうとする教員側の立場からは使いやすい。しかし，伝統的なスタイルに従うこの教科書では，現実社会での数学の応用や，学習事項が数学教科以外のどの場面で用いられるのかについての記述は慎み深く避けられている。その結果，多くの受講生が数学的概念の発展性や有用性を認識することなく教程を終えてしまうことが続いた。

この問題への対策として，Ａ大学では，2014年度からの微分積分学の授業を，新教科書（小林他 2014，2018）を用いた，概念の的確な理解と基礎技能の習得に重点を置いた授業へと転換した。この教科書は，現職の高等学校教員とＡ大学の教員が協働して，大学新入生が感じる困難に配慮して編纂された。新教科書では，たとえば，つぎのような節と教材が新設された（表1：（　）内は教科書での扱い，性質3.1.2等を表す）。

新教科書で重視されたのは，納得し，感覚を身につけることであり，いわゆる証明は，納得を助け，理解を深めるための手段と位置付けられ，この目的にそぐわない証明は説明や例示で代用された。また，図を援用した素朴な理解が推奨されている。これらを総じていえば，Ａ大学の微分積分学の授業では，概念の意味を問うこと，定義や原理を数学内外の具体例と関連づけること，図やグラフを用いて多面的に理解することが重視されていて，概念的理解に軸足を据えた授業と言える。

チェックリスト（授業内容確認シート）

Ａ大学の理工系2学部では，2019年度に急遽開始された遠隔授業への対応を契機として数学基礎科目の各クラスで教育内容を統一し，授業後に授

表１　Ａ大学での概念理解を重視した教科書への変更

新設された節	新設された項目
微分のあらわすもの	接線の傾き（性質）　速度（性質）　グラフによる微分（例） 容積と断面積（例）　密度（例）
チェインルールの利用	間接的計測，ダム水面の面積（例），飛行速度（例）
線形近似	線形近似（性質）　近似値の計算（例）　ふりこと単振動（例）
微分の応用，最適化問題など	惑星の接近（例）　角柱の切り出し（例）　最小二乗法（例） 不等式の証明（例）

業内容を振り返り再構成するための授業内容確認シート，通称「チェックリスト」を受講生に提供している。提供はe-ラーニングシステムで行われ，受講後1から2日のうちに回答を入力することが求められる。

「チェックリスト」の前半部分（本稿ではチェック項目と呼ぶ）は数個の質問で構成され，授業の要点の理解が問われる。受講生は選択肢を選んで回答するが，この回答にあたり，教科書と授業ノートの該当箇所を復習することが求められている。下はその一例である。

> Ｑ２　関数の極限値について，収束する例，無限大に発散する例，振動して定まらない例を，それぞれ挙げられますか
> Ａ　選択肢１できる　２これから学習する
> （第４回授業チェック項目）

チェックリストの後半（本稿ではチェック問題と呼ぶ）には，理解を具体的に試す設問が並べられている。下はその一例である。

> Ｑ９　1pt（記述の正誤を判断しなさい）多項式 $P(x)$，$Q(x)$ の商 $P(x)/Q(x)$ の $x=a$ での極限値は，$Q(a)=0$ のときは存在しない（誤り）
> （第４回授業チェック問題）

チェック項目の選択状況は得点化されないが，チェック問題は得点化され，一定の割合で成績評価に反映されることが，e-ラーニングシステム上の受講の手引きで明示されている。本稿では，養うべき能力のリストアップにチェック項目を，評価の試行にチェック問題を用いた。小林他（2022）では，このチェック問題を用いて概念理解の深さに関する観察が行われている。

４．評価項目

項目の大別

理工系大学生が養うべき数学的能力と言ったとき，基本的な知識・技能の習得は言うまでもなく，それに加え，基本概念を的確に捉え，使い，説明することであると考える。基本概念とは，基本的な定義や法則，原理を指し，関数の微分に関して例をあげれば，導関数の定義，増減原理（導関数の符号と関数の増減の関係），チェインルール（合成微分則），極大極小原理，凹凸原理，２次微分テストなどが相当する。

基本概念に対する３つの対応，「捉え」，「使い」，「説明する」に必要な能力群を，本稿では「A 概念の把握」，「B 数学的過程」，「C 数学的表現」と仮に名付けることとする。

Ａ　概念の把握

（１）定式化，言語化

概念の的確な把握に必要な能力とは何だろうか。たとえば，導関数の定義はつぎのような式で与えられる（実際の教程においては，別の定義の読み替えとして提示される）。

$$\frac{df}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}$$

この式は学習ステップを経て最終的に，

『変化する量 f の微分（導関数）とは，f の変化の勢い $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ の極限値，すなわち，x という瞬間における f の変化の勢いである』

と読解されることが目標である。そのためには，

『変位の比 $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ は，f の x から $x+\Delta x$ の間の平均した変化の勢いである』

という記号の言語化，あるいは，その逆である

『x から $x+\Delta x$ の間の f の平均した変化の勢いは，比 $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ で与えられる』

という定式化が前提となる。

（２）具体化

定式化の他に，概念を把握するときに用いられる能力はないだろうか。導関数の定義の例を続けると，先に述べた定式化・言語化を納得するには，たとえば，f を膨張するバルーンの体積，x を時刻と具体化する，体積を同じだけ増やす（同じ Δf を実現する）ときに長時間をかけて実現する場面と短時間で実現する場面の違い（ Δx の大小）を想像する，変化の勢いを比較するためには，（まさに比較という文字に表現されているように）比を取るという正規化が必要なことに気付く，得られた比を「変化の勢い」と名付けることを納得す

る，というステップを踏む。このように，数式を読むには記号を具体化して洞察するという能力も必要である。

（3）図的理解

数式を読む上で，図に起こして理解すること（図的理解）もまた大切な能力である。たとえば，
『ある点において導関数の値が正なら，その点において関数は増加中である』
という基本性質（増減原理）は，導関数は接線の傾きであると理解した上で関数のグラフに接線を描けば，直観的に明らかである（数学的には厳密な議論が必要だが，概念を掴んで使うという本稿での立場には合わない）。

図的理解により概念を掴むことは専門分野でも求められる極めて重要な能力である。実際，数学を専攻する学生は抽象数学に出会った当初に戸惑いを感じるが，関係概念を図に表現することを覚えてから，ようやく抽象概念の理解が進むようになったという声をしばしば聞く。

（4）類推

具体化，図的理解に加え，類推もまた概念を掴む上で頻繁に使われる能力である。たとえば線形代数とそのデータサイエンスにおける応用では，n 次元空間の中の点を直線に投影することはごく日常的である。この状況の理解には，2 次元，3 次元空間での具体化と，そこで得たイメージによる類推が必要である。

これまでに述べた，初見では意味の汲み取れない記号の羅列を具体化，図的理解，類推といった手法で具現化することを，仮に「イメージ化」と呼ぶ。記号による記述を楽譜になぞらえるなら，イメージ化は，音に出してみることである。以上のように考察すると，「A 概念の把握」には，「定式化・言語化力」と「イメージ化力」の 2 つの能力を養う必要がある。これらの能力を表 2 にまとめる。

B 数学的過程

数学的過程は多様であり網羅することは困難である。そこで，実践的に A 大学の 2021 年度の第 1，2 クォーターに実施された微分積分学の授業のチェック項目全 60 項目において要求される能力を拾い出した。チェック項目には授業の重要な構成要素が記載されているからである。その結果，数学的過程に関して養うべき能力を表 3 のように，「判断（自己確認）力」，「記号による論理展開（いわゆる推論）力」，「類推・組織化力」，「状況理解力」，「計算実行力」に分類した。

C 数学的表現

数学的表現力を養うための能力は，現在のところ，「説明・例示力」が考えられる。その他に養うべき能力については，今後検討を加えるべきであると考える。

養うべき数学的能力（素案）の提示

以上の考察に基づき，大学基礎教育で理工系学生が養うべき数学的能力とその評価項目を表 4 のように提案する。これらの能力群については，前述のように 2021 年度に A 大学で使用されたチェック項目から抽出されたもので，授業で理解を期待されている項目と考えられる。

表 4 に提示した数学的能力は議論の出発点として選定したものであり，今後つぎの点についての検討が必要である。

表 2　概念の把握に関する数学的能力

概念の把握	適用場面	適用例
定式化・言語化	定義や基本原理などで現れる記号や数式の読み取り，基本性質の言語表現と定式化	導関数の定義式から導関数を変化の勢いと結びつける
イメージ化（図的理解）	適切な図を描いて状況を理解する	微分の増減を接線の変化を捉えて図示し，凹凸原理を理解する
イメージ化（具体化）	具体例を考えてイメージを掴む	右上がりのグラフをもつ関数には逆関数が存在するかを判断する
イメージ化（類推）	特別な状況での観察から類推してイメージを掴む	n 次元空間内の直線や平面をイメージする

表 3　数学的過程に関する数学的能力

数学的過程	適用場面	適用例
記号による論理展開（推論）	数式記号を使った原理の確認	チェインルールを sin（x^2+1）を例に確認（個別証明）する
類推・組織化	具体例をもとに，的確に推察し一般化する	逆関数のグラフ描画を指数関数の場合から一般化
	既知の事項を関連させて理解する	増減原理を導関数に適用して凹凸原理を得る
	自然，社会現象と数学概念の結びつきを認識する	チェインルールを使いダム湖の面積を放水量と水面低下速度から計算する
	作業を通して知識を得る	正規分布のグラフの描画を通して，変曲点の位置と存在を認識する
判断（自己確認）	例を試す，探す	「導関数は極限を用いて定義するのだから，必ず存在するとは限らない」の正誤を例を試して判断する
	簡単な公式を援助なしに確認する	微分の線形性を導関数の定義を適用して示す
	定義や原理を適切に使う	商の微分則を示すのに $\Delta(\frac{1}{g})$ を書き直す
状況理解	場面設定する（変数の設定），場面に応じて数式を読み取る	ダム湖の水面積を間接的に計測する場面で，体積，湖面高さ，水面積，放水量を設定する
計算実行	微分などの操作を具体的に実行し，適切な形にまとめる	惑星の接近状況の解析場面で，距離 2 乗関数に対して 2 次微分テストを行う

1．個々の能力の妥当性（不適切なものはないか）と不足
2．独立性
3．計測性と実践性（実際に評価に使えるか）
4．実効性（この一連の能力を評価項目とした評価でどんなことがわかるか）

以下の節ではこれらについて検討を加える。次節では上記 1 について，社会から要請されている数学教育像との整合性を検討する。

表 4　大学基礎教育で養うべき数学的能力の評価項目

O 数学的知識	O1	基本知識・技能
A 概念の把握	A1	定式化・言語化力
	A2	イメージ化力
B 数学的過程	B1	判断（自己確認）力
	B2	記号による論理展開力
	B3	類推・組織化力
	B4	状況理解力
	B5	計算実行力
C 数学的表現	C1	説明・例示力

5．社会からの要請との整合性

大学基礎教育で養うべき数学力とは，表現を変えれば，大学教育における数学的リテラシー（mathematical literacy，ML）と言えるかもしれない。ML のうちで特に大学教育に導入されたものを高水準の数学的リテラシー (advanced ML, AML) という (水町 2015，川添他 2019)。ただし，本稿では，理工学の各分野で必要となる一定量の知識と技能の習得を通して養うべき能力を対象としているのであり，本稿でいう数学的能力を ML や AML と単純に言い換えることはできない。この点に留意した上で，学習者が将来に数学を活用するという目標に向けて，ML，AML ではどのような能力を養うべきであると考えているのかを見て，提示案と比較する。

数学的リテラシー（ML），学士力

数学的リテラシー（ML）とは，OECD による学習到達度調査 PISA で調査対象として設定された 3 領域，すなわち，読解力，数学的リテラシー，科学的リテラシーの一つとして注目を集めた概念であり，様々な文脈で多様な意味を込めて使われている（清水 2008）。

PISA の数学的過程では，思考と推論，論証，コミュニケーション，モデル化，問題設定と問題解決，表現などの能力群が用いられる（清水 2008）。また，学士力（文部科学省）では，自然事象や社会事象について，シンボルを活用して分析し，理解し，表現する力（「数量的スキル」）が要請されている（清水 2008）。

PISA に関連して言及された，モデル化，問題設定能力を，提示した評価項目の「B4 状況理解力」と捉え，コミュニケーションを「C1 説明・例示力」と捉えるならば，これらの能力は本稿で提示した評価項目で概ねカバーされている。また，学士力の言う「分析」と「理解」は提示案の「B 数学的過程」の各項目に分解され，「表現」は「C 数学的表現」に相当する。

大学教育における数学的リテラシー（AML）

水町 2015 では，PISA による ML の定義をはじめ，数理科学専門部会報告書（浪川他 2008），M. Artigue 2014 などを踏まえ，大学教育における ML（advanced mathematical literacy AML）が定義された。そこでは「計算スキルやパターン記憶による解法の暗記」という学習上の問題点を解消した改革後の姿として「数学活用型のリテラシー教育」と「概念形成型のリテラシー教育」があると説かれ，「概念の根付き」を確認する視点として，次の 5 点が指摘されている。

AML1　基本的な応用ができること
AML2　必要なら助言を得ての発展的な応用ができること
AML3　社会での実用や自らの専門と関係づけていること
AML4　知識の根拠の説明が直観的であれできていること
AML5　概念のイメージと直観・洞察を持っていること
AML6　必要な程度に正確な表現ができ，概念に関する意思疎通ができること

これらの AML に対する基本姿勢はＡ大学で行われた改革と，その後に実施されている概念イメージの的確な獲得と基礎技能の習得に重点を置いた教育と揆を一にするもので，AML1-5 の観点には参考とすべき点が多い。

一方で，Mizumachi 2018，Takagi et.al 2018 で指向されている概念形成型のリテラシー教育は，本稿で対象とする「一定の知識と技能の習得を通して養うべき能力」に比べて，概念の理解と整理の面で，学習者の自律性の涵養により高い比重を置いていると考えられる。これは，表 4 の評価項目の「B1 判断（自己確認）力」，「B3 類推・組織化力」を重視することに相当する。AML1-5 の観点と本稿での評価項目との大まかな対応を表 5 に示す。

表 5　高水準の数学リテラシーとの対応

AML	提示案（表 4）の評価項目
AML1	判断（自己確認）力
AML2	概念の把握と記号による論理展開力？
AML3	類推・組織化力
AML4	説明・例示力
AML5	イメージ化力
AML6	説明・例示力

以上で見たように，提示案（表 4）は，モデル化，コミュニケーションに直接関わる能力を今後評価項目に加えるという余地を残し，社会から ML あるいは AML として求められている能力に概ね合致している。

6．実践評価

提示案を実践的に検討するために，Ａ大学において 2021 年度第 1，第 2 クォーターに実施された 1 年生の微分積分学の授業で使われたチェック問題に対する受講生の解答状況に適用する。すなわち，表 4 の項目に基づく評価を実施し，受講生の概念的理解の状況を観察する。

対象データと解析手順

対象とするデータはつぎの通りである。
［設問群］ チェックリスト設問 87 問
［対象データ］ 受講生のうち，過年度生を除き，さらに無解答等を除いた解析可能な 486 人の得点（各設問に対する得点は 0 か 1）

解析手順（準備）

１．各設問に対し，提示案の評価項目（数学的知

Akita University

識を除く）のうち主たるものを１つ選び，そのラベルを付す。ただし，例外的に２重のラベル付けを許す。

2．評価項目のうち，「C 数学的表現」とラベル付けされた設問は少数であったので，以下の考察ではこの項目は評価から除外する。同じ理由で「A 概念の把握」に関する２つの評価項目を統合し，同一ラベルとして扱う。従って，以下では「A 概念の把握」，「B1 判断（自己確認）力」,「B2 記号による論理展開力」,「B3 類推・組織化力」，「B4 状況理解力」，「B5 計算実行力」の合計６つのラベルで評価する。

3．同一ラベルに属する設問に対する各人の正答率を以下の解析の対象とする

4．すべての設問に対する各人の正答率の分布を標準化し，Z 値が -0.5 から 0.5 の範囲にある受講生を中位層（M），それ以下，以上の範囲にある受講生を，低位層（L），上位層（S）と区分する（図 1）。

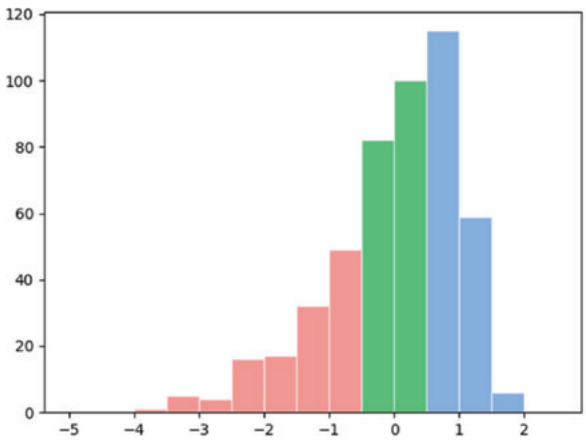

図 1　正答率の分布と成績区分

解析手順（実行）

5．６つのラベルごとに正答率の分布ヒストグラムを調べる（要因の非複合性の確認）

6．ラベル間の正答率の相関係数を調べる（独立性の確認）

7．上，中，下位層に分けて 5，6 を再び行い，ヒストグラムと散布図を取る（成績層による差異の観察）

解析結果

（1）要因の非複合性の確認

どのラベルにおいても正答率の分布は単峰性を示した（図 2)。これは調査した６つのラベルには複合的な要因は観察されず，評価の尺度として適切なことを示唆している。

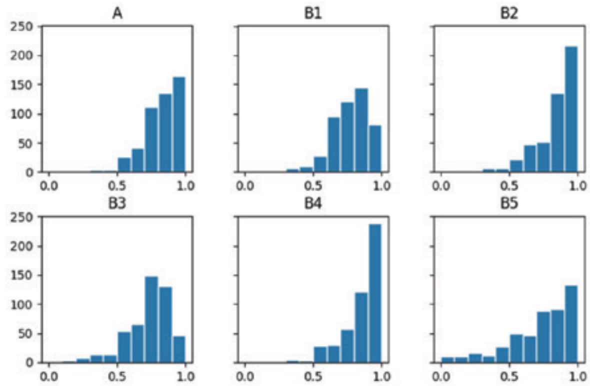

図 2　評価項目と正答率の分布

左上:A　中上:B1　右上:B2　左下:B3　中下:B4　右下:B5

（2）独立性の確認

どの２つのラベル間にも強い相関関係は認められず（図 3)，これは各ラベルを独立した評価項目として扱って良いことを示唆している。

（3）成績層による差異の観察

以下の観察では，評価対象が，授業内容の確認のための「チェック問題」であることに留意が必要である。すなわち，どの問題も８割以上の高い正答率が狙われている，解答選択方式，ウェブ入力方式と言う偏向要素も考慮する必要がある。しかし，提示案の評価項目からつぎのような有益な知見や作業仮説が得られる。

1．「A 概念の把握」では３層の分布の重なりが他の評価項目に比べて大きいことが観察される（図３）。これは，概念の初期的な把握の段階では成績層による差異が少ないことを示唆する一方で，この設問群あるいは，この評価項目単体では概念把握の「的確さ」を計測できない（ぼんやりとしたイメージ化も許容してしまう）などの要因も考えられ，さらに注視し検討する必要がある。

2．「B1 判断（自己確認）」と「B5 計算実行力」

では3層の分離が大きい（図3）。下位層では簡単な判断を確実に行うこと，計算を確実に行うことが困難であったことがわかる。また，下位層では，自分で責任をもって判断を下すと言う基本的姿勢の欠如も疑われる。

3．三層による散布図では下位層は広範囲に散在し，評価項目のすべてが低調な訳ではないことが観察される（図3）。これは，各人の個々の項目に対する評価値に応じて適切な改善策を講じる余地があることを示唆している。

7．成果と課題

以上の評価実践を通して，提示案の評価項目の非複合性，独立性，評価の実行可能性，実効性について最低限の保証が得られた（ただし，A1 定式化・言語化力，A2 イメージ化力，C1 説明・例示力については未確認）。以下では，評価実践で顕在化した課題を述べる。

能力の分離性と適用の客観性

設問群を用いた評価（試験等）では，ひとつの設問で複数の能力を問うのが通常であり，設問のラベル付けにおいて，どの能力を選択するのか疑義が生じる場合がある。たとえば，

Q どのような関数も逆関数をもつか

という設問は，例を自分で試す「判断（自己確認）力」の確認と言えるが，同時に，具体例と推察による逆関数概念の「イメージ化」，具体例を探した上で，逆関数をもたない関数もあると整理する「類推・組織化力」，全域で定義された2次関数は逆関数を持たないという既知の例を想起できるかを問う「類推・組織化力」，さらには，誤りであることを，例をあげて説明する「説明・例示力」を問うとも言える。

このような多義性を排除し，ゆらぎを吸収する様に能力をグループ分けするなど，ラベル付けの客観性を担保する方法が課題となる。解決の一案として適度な多重ラベルを認めた評価も考えられるが，過剰な多重化はすべての項目間で相関が強くなり評価として機能しない。試みに積極的にラベルを多重化した場合の相関係数を表6に示す。

表6　多重化による評価項目間の相関係数
（不適切な例）

	B1	B2	B3	C1
B1	1.000	0.733	0.798	0.751
B2	0.733	1.000	0.843	0.783
B3	0.798	0.843	1.000	0.783
C1	0.751	0.783	0.783	1.000

調査対象の拡大

今回の評価項目の抽出は，1変数微分積分学の教程の半分を対象に行った。しかし大学基礎教育で養うべき数学的能力を抽出するには，調査対象を，微分積分学後半，線形代数学，多変数微分積分学程度に拡大して確認する必要がある。また，チェック項目の他，記述試験問題，e-ラーニングシステムで提示されている毎回の授業概要等も調査対象に加えることが望ましい。

評価項目 A1，A2，C1 の有用性の確認のためにも調査の対象を拡大することが望まれる。

基本知識・技能の精選

これからの大学基礎教育で養うべき数学的能力のうち，受講生が将来専門性を高める過程で必要となる知識と技能を，現在の教程で想定されているものと比較し選定する必要がある。前述の様に受講生の自律的な組織化力を最大限に生かし，核となる少数に精選すべきである。

教員間の合意形成と学生の受容性の検討

これまで，「O1 基本知識・技能」の他にどのような能力を養うかについては，授業を担当する教員の場面場面での裁量に委ねられ，教員間で陽に議論されることはなかった。しかし，これらの能力を明確に定めることはディプロマポリシーの実質化であり，複数の科目を受講する学生が統一したポリシーに基づき確実に数学的能力を獲得できるように，数学基礎教育に携わる教員間で提示案に対する議論と合意が必要である。

評価を実効性のあるものにするためには，これらの能力の必要性が受講生に理解され受け入れられることも欠かせない。個別インタビューや学期末のチェックリストで記入する「授業で身につけたことや（再）認識したこと」に関する自由記述を解析し照合することが望まれる。

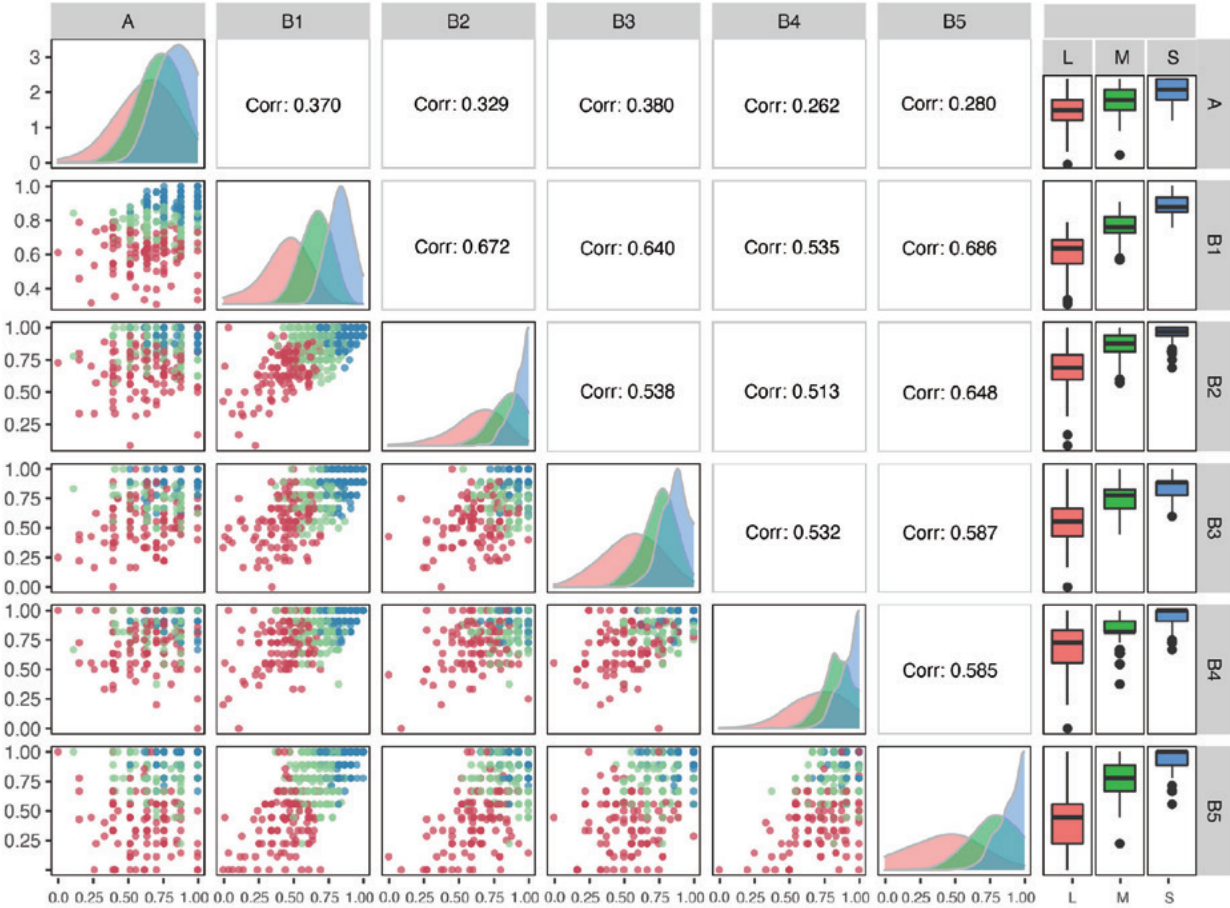

図 3　評価項目間の散布図と相関係数

A：概念の把握　B1：判断（自己確認）　B2：記号による論理展開力
B3：類推・組織化力　B4：状況理解力　B5：計算実行力

8. まとめ

A大学で行われた概念理解型の授業をもとに，理工系大学生が大学基礎教育で養うべき数学的能力について考察し，策定に向けた素案を提示した。素案は数学的知識の他に3分野8能力からなる。この素案の妥当性について，数学リテラシーの観点から他の研究事例と比較した。また授業で使われたチェック問題に対する解答状況に対して素案に基づく実践的な評価を行い，課題を抽出するとともに，提示案の有効性を示した。

本研究の一部は JSPS 科研費 JP20K03268 の助成を受けた。

文献

小林真人，宇野力，大内将也他（2014），秋田大学高大接続テキスト「微積分練習帳」

小林真人，宇野力，大内将也他（2018），微積分練習帳，学術図書出版社

小林真人，小林弥生（2022），ウェブチェック票による理系大学生の微積分の基礎概念に対する理解の観察，日本科学教育学会研究会研究報告 37 巻 2 号 p.45-48

水町龍一（2015），高水準の数学的リテラシーと重要概念を形成する教育，日本数学教育学会誌　97 巻 RS 号，p.193-199

川添充他（2019），科研費成果報告「高水準の数学的リテラシー」概念下の教育デザイン・実施・継続的改善とその理論

清水美憲（2008），「今日的数学的リテラシー論から見た学校数学の現状と課題」，科学教育研究　Vol.32 No.4，p 321-329

浪川幸彦他（2008），21 世紀の科学技術リテラシー像，数理科学専門部会報告書

Artigue, M（2014），数学的リテラシーと高大接続・移行：関数リテラシーを例に，川添訳　p.31-53，大学教育の数学的リテラシー，東信堂（2017）

Mizumachi, R（2018), Advanced Mathematical Literacy

Akita University

and Designs of 1st Year Mathematical Courses for STEM Students, International Workshop on Mathematics Education for Non-Mathematics Students Developing Advanced Mathematical Literacy, Tokyo 2018, p.41-46

Takagi S, Yamaguchi S and Mizumachi R (2018), Designing 1st Year Calculus Courses, International Workshop on Mathematics Education for Non-Mathematics Students Developing Advanced Mathematical Literacy, Tokyo 2018, p. 53-58