

パソコン化授業の実践的研究(4)

—— 三角すいの体積(中学) ——

佐伯卓也・時田教子・林純子・宮原ゆづ子
村井佐千子 (岩手大学)

はしがき

同じ題名の研究(佐伯・菊池・千葉・早坂, 1983; 佐伯・佐々木・時枝・戸来, 1984; 佐伯・石橋・小野寺・小原, 1984)にひきつづき, PCT(パソコン化授業)の実践的研究を報告するのだが, 本稿の目的である。また, P-Pグラフによる評価は前の研究(佐伯・佐々木・時枝・戸来, 1984)にひきつづいている。ここでP-Pグラフの新しいパターンIV型が得られようである。

本稿も特に仮説を立てず, 事例研究と位置づけ, 条件を記し, 結果を出し考察を加えることにする。

1. パソコン化教材(PCM)の作成

中学校数学1年のC図形(3)「図形の計量についての能力を伸ばす」の中の「1. 柱体, すい本及び球の表面積と体積」より「三角すい」を中心に扱おうことにした。

PCMを考えるとき内容を

- (1) Cavalieriの原理を応用した^{3D}累積紙法
- (2) 三角すいは三角柱の体積の三分の一であることを示し柱体の切断

にしほった。

以下PCMの要点を記す。[]はプログラム番号である。

- (1) 累積紙 [10 ~ 170] ファイル名 [E1]
- (2) 三角柱の切断 [200 ~ 890] ファイル名 [E2]

(3) 回転 [1000 ~ 1500] ファイル名 [E3]

(4) 比較 - 2 [2000 ~ 2220] ファイル名 [E4]

(5) 比較 - 3 [3000 ~ 3090] ファイル名 [E4 のつっこ]

これらのプログラムは独立した形でディスクットに入っており、それぞれ E1, E2, ..., E4 をロードし、ランさせることにより実行される(従ってこのようなプログラムは実用上にディスクユニットが必要である)。

(1) の累積紙は柱体や錐体の体積は底面積と高さで決まることを強調するために用いた。具体的には LINE 命令で三角形を描き、それを次々と積み重ねていき、三角すりができるという方法をとった。次に底面積を変えずに斜めにずらした累積紙を作るという方法をとっている。

(2) では三角柱を等積の3つの三角すりに切断し、分離して示す PCM である。

(3) 回転であるがスクリーンのページを使い、交互に4エンジ17回転の動きを出せようとした。しかしハードの限界もあり問題が残った(現在は岩大数学科ではN社のPC8801mkII SRが導入され、画面処理は早くなったが、現場の方は必ずしもよくなったというので問題は残っている)。

(4)(5) の比較では、これは有りあろうまくいってよい。

なお、パソコンは岩大附属中のパソコンのこともあり、N社のPC8801、言語はN88 BASIC ティスクモードで利用している。

2. 評価用具

生徒の認知構造を測定し、その変容の度合いを見て、授業の成功度を評価する手法であるCATI法を利用するため、I式WAテストを作成した。先行語研究に従ってキーワードを6語選んだ。図1はテスト用具である。

キーワードの選び方はアメリカの先行研究の方法、すなわち、教科書の中で出現回数が多い語をとる、という方法で選ぶ、さらに論理的

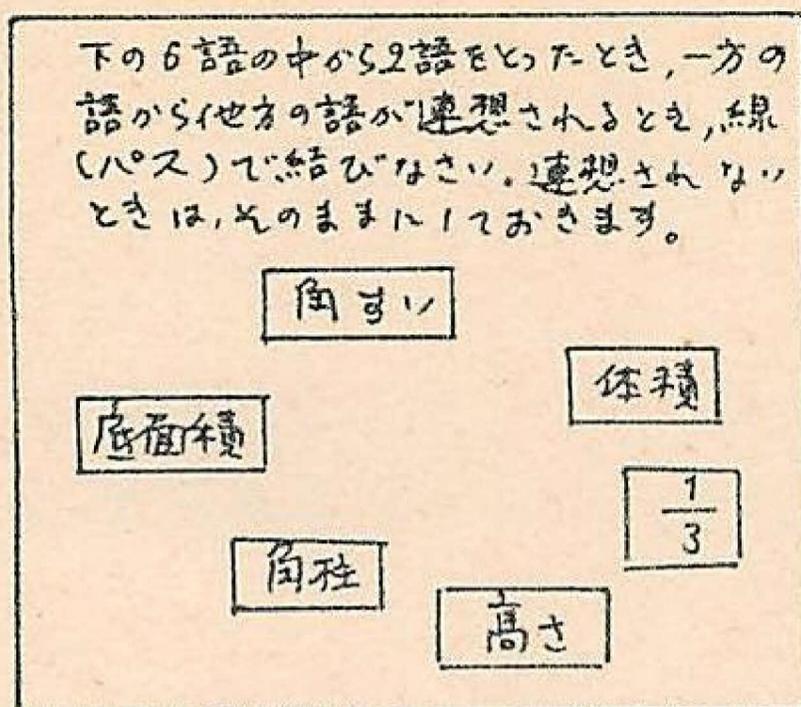


図1 I式WAテスト用具

検討を加えた上で最終的に決定した。次に内容構造の作成であるが、Shavelson等の方法、公式(文字式)等を利用して図2のような内容構造図を作った。

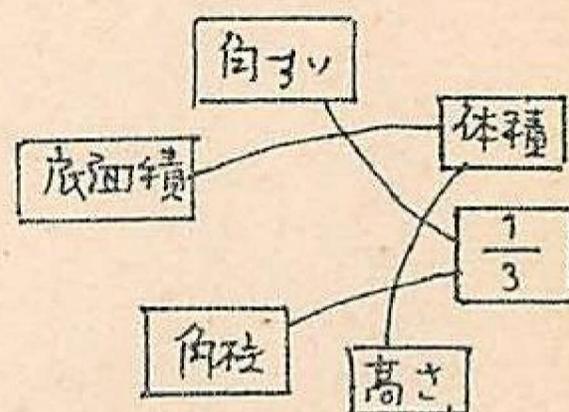


図2 内容構造図

3. 手順と結果

被験者(Ss)は盛岡市F中学校1年選抜14名(男子5名,女子5名)である。事前テスト(I式WAテスト)は1983年12月20日,事後テストは

表1 I式WAテストの応答数

事前 事後	1 角すい	2 体積	3 底面積	4 角柱	5 高さ	6 $\frac{1}{3}$
1 角すい	—	2	3	9	3	3
2 体積	5	—	4	3	2	0
3 底面積	7	2	—	3	0	0
4 角柱	2	6	8	—	5	0
5 高さ	6	7	4	8	—	0
6 $\frac{1}{3}$	10	1	1	3	2	—

□は隣接箇所(内容構造)

同じく21日,その間1単位時間のPCTを行なっている。(VTR収録)。

I式WAテストの結果は表1のようになった。表中□は内容構造の隣接箇所であり、図2のパスにあたる。

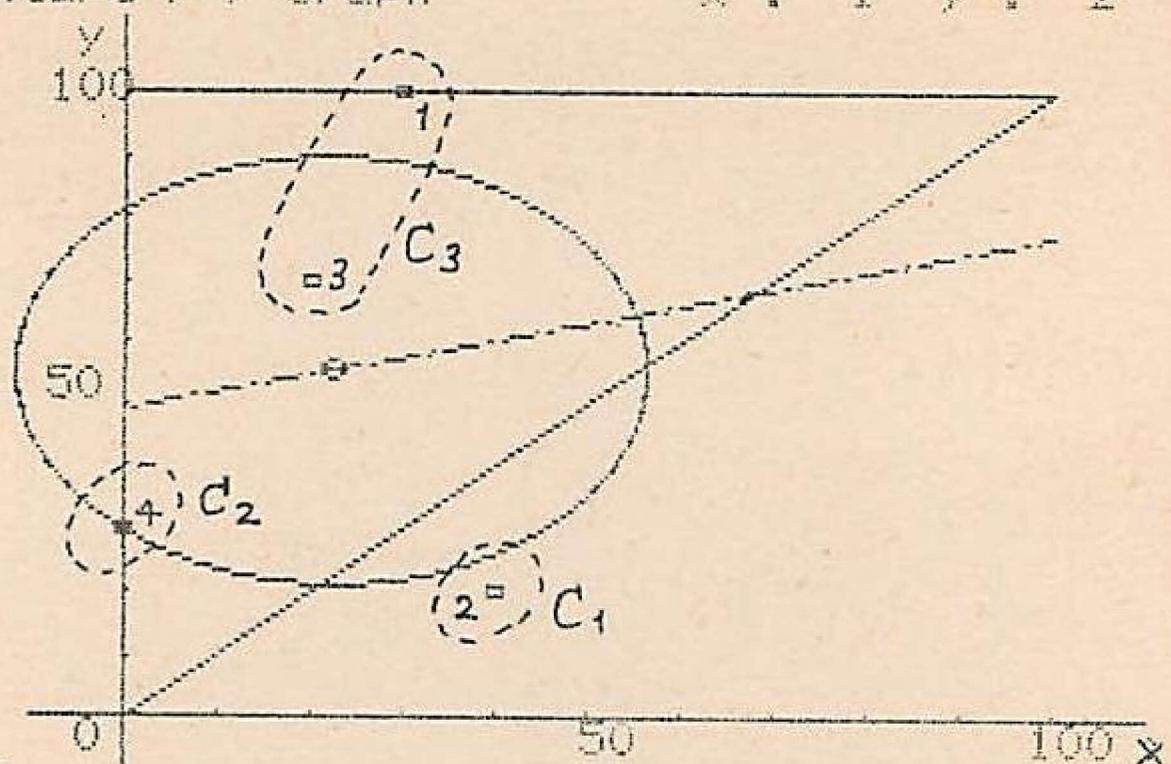
次に表1のデータをもとに17,標準P-Pグラフを作ったのが図3である。

番号は隣接箇所の番号で、角すい… $\frac{1}{3}$ が1,体積…底面積が2…の順になっている。

表2では変容係数 β_1, β_2 (beta1, beta2),注意円の中心の座標(C.C),その半径(R of C.C)が示されている。rは

Standard P-P Graph

x : 1 y : 2



group 1 Ss

図3 表1隣接箇所の標準P-Pグラフ

表2 図3の各数値

$$r = .131991$$

$$y = .285715 x + 48.5714$$

$$\text{beta } 1 = .485714$$

$$\text{beta } 2 = .68$$

$$\text{C.O. } (22.5, 55)$$

$$R \text{ of C.O. } = 33.9821$$

1 **

2 *

図3の諸点の2次元配置と17の積率相関係数, またその下の1次式は
 回帰直線(図3の中の1点鎖線)の方程式, 下の1**, 2*は注意図の
 外に付た隣接箇所番号である。

図3の諸点の型決定のため, クラスタ分析(一応重心法, 最短距離
 法, 最長距離法で行なり, 一致することを確かめた)で, 3クラスター
 の時点のクラスターパターンを描いた。この場合は隣接箇所が少
 なく, パターンの確認は問題があると考えられるので, しなめた。

次に表1の全セルをもってP-Pグラフを作成した。これを図4で示す。
 点の番号は各行左上から1, 2, ..., 15とつけてある。クラスタ分析

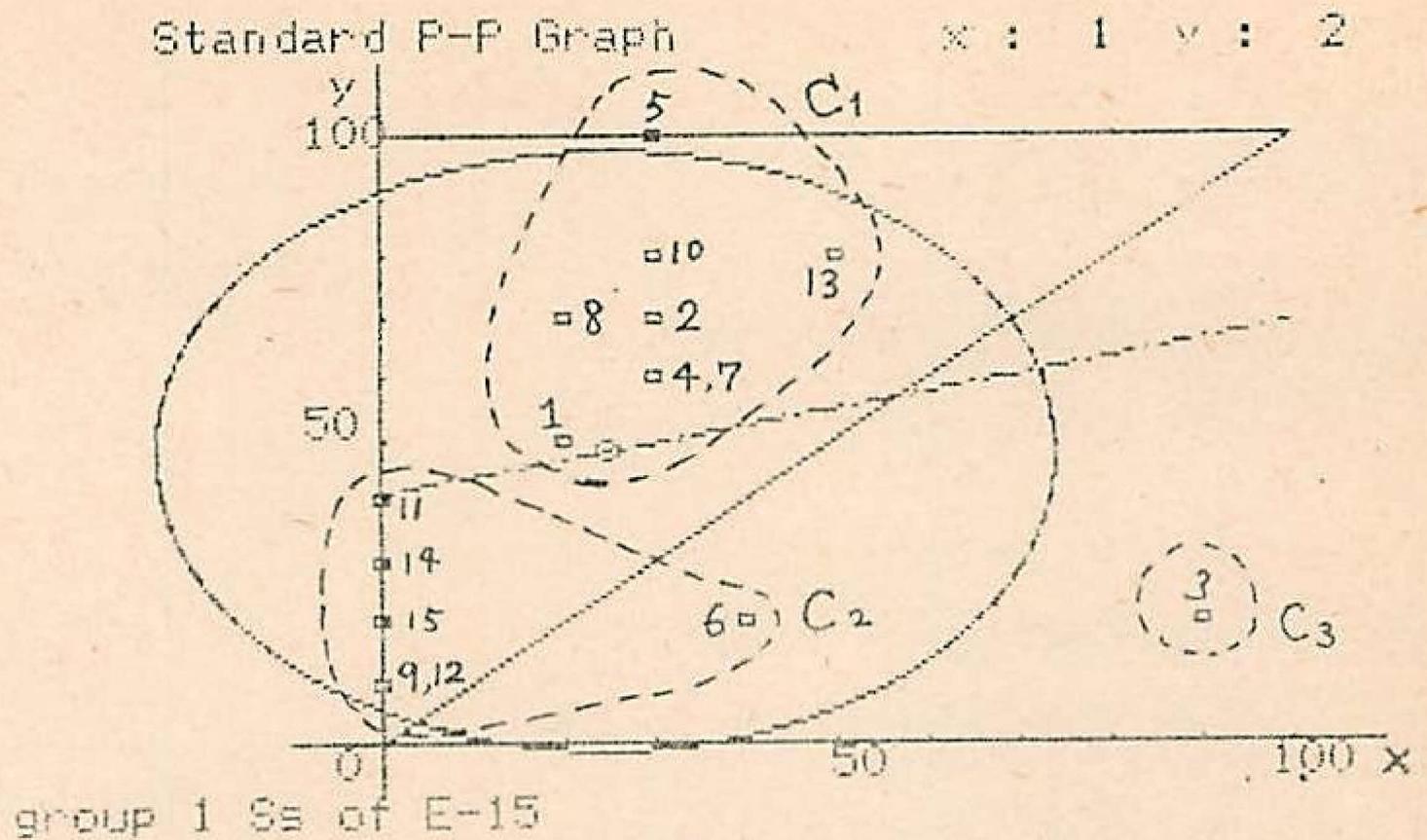


図4 表19全セルの標準P-Pグラフ

表3 図4の各数値

は図3と同じように3種の方法で行なった。重心法と最短距離法で第2クラスターリンクが一致したので、図4では、これを示してある。

$$r = .237023$$

$$y = .279459x + 41.1067$$

$$\text{beta } 1 = .411067$$

$$\text{beta } 2 = .570497$$

$$\text{C.O. } (24.6667, 48)$$

$$R \text{ of C.O. } = 49.2735$$

図4のP-Pグラフのパターンは一応II型に近い。しかしかなり違いもある。その違いは次の通りである。

3 **
5 *

- (1) C1クラスターが $x=y$ 上になく、II型のC3の位置にある。
- (2) C3クラスターはI型の本来のC3クラスターの位置にある。

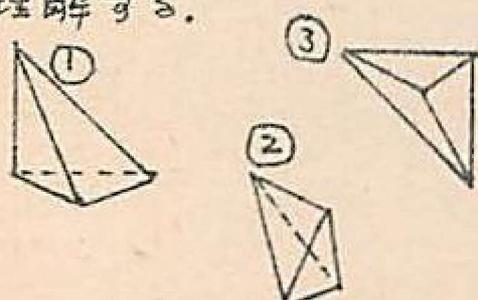
以上から、今回のパターンは「II型に近い」といふより、むしろ、このパターンを新しい型として「IV型」と呼んだ方がよいかも知れない。上の(1)、(2)は一応IV型の特徴とも考えられる。この見方をすれば、図3のクラスターパターンもIV型と見なすかも知れない。もちろん、このときはクラスターC1とC2の名を入れかえることになる。

図3、図4とも変容係数 β_1 、 β_2 ともに比較的大きい。このことは

本授業が非常に成功的であったと評価できることによる。

4. PCTの実際

本時の指導略案を示そう。授業者は宮原である。

段階	学習活動・内容	指導上の留意点	パソコン等
導入	1. 前時の復習をする。 ・累積紙法により 「 $1/3$ の三角柱, 角すいの体積は, 等高, 等底の時等しくなる」ことを理解する。 ・三角柱と斜角柱 ・正角すいと斜角すい	・前時に行なった累積紙法による体積関係を想起させる。 ・本時の展開の基礎となるのでしっかり理解させる。	パソコン等 パソコン
展開	2. 三角すいの求積公式を提示し, 本時の課題を把握する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">三角すいの体積(V) = $1/3 \times$ 三角柱の体積(Sh) (等高, 等底の三角柱) であるが, 実際には三角柱を三等分して, 求積公式を確かめてみましょう。</div>	・本時の学習目標をはっきりさせ問題意識をもたせる。 ・三角すいの求積公式は最初に提示し, それが実際に確かめられるかどうかということから興味を喚起する。	
展開	3. 仮説を立てる。 ・プリントの三角柱の見取図から, 三角すいを切断できるか図示する。	・三等分ということ, 合同なものが3つできるかもしれないと予想する生徒もあるが, 累積紙法により得た図形の見方を示唆し, 形は同じでなりことを示す。	プリント No.1
閉	4. 検証する。 ・三角柱を3つに切断し, 三角すいができることを知る。 ・切断された三角すいはそれぞれ等底等高であり, 体積が等しいことにより $1/3$ であることを理解する。 	・パソコンで実際には三角柱を3つに切断してみせる。 ①-③, ③-②が等しいことにより, 3つは等体積になることをパソコンで比較する。図形を回転させ/生徒の思考しやすさ位置をとるなど配慮する。 ・形は異なるが①-③, ③-②を比較した場合等底等高であることを注目させる。 ・空間図形の画一的な見方だけでなく, 多面的な見方を育てる。	パソコン

総 論	5. 検証したことについてまとめる。 ・三角柱を3つに切断すると体積の等しい三角すりができる。		紙反書
結 語	6. 一般化をはかる。 ・四角柱を切断して等積の三角すりを3つ作ることを知る。 ・すい体の体積は一般化され、 x の形 ($V = \frac{1}{3} Sh$) を知る。	・生徒の知識・理論の体系化と次時からの発展とするために $n \rightarrow \infty$ の n 角柱の $1/3$ もすい体の体積を表すことに軽く小ぬる。	
	7. 定着をはかる。 8. 次時の予告をする。	・プリントを使って実際の問題を解くことにより、三角すいの求積公式を定着させる。又四角の多面的な見方ができるように問題を工夫する。	プリント No.2

次にプロトコールの一部を示す。「展開」のプリント No.1 配布して

T: では、三角柱を3つの三角すりに切って見て下さい。同じ体積のもの3つ。(和問巡視)

T: 同じ体積といっても、いろいろありましたね。形は同じではないかもしれませんが。

T: ではやってみましょうか。ちょっと難かしかったかな。

まず、1番目の切断は。(反書)

もう1人は(反書) そうですね。

どちらも同じですね。

2番目はみんな悩んでいるね。それでは、実際にパソコンで確かめてみましょう。

T: ではさくん、キー押してくれるかな。どこでもいいですよ。

S: ここでいいですか。

T: はい。(切断図が表示される)

これは、三角柱ですね。これを切ってみます。切断したものがこれ。三角すいです。残った形はこうです。

以上の授業はVTR(時田担当)で記録をとっている。このようなPCTは水準1である(途中で一部生徒にキー操作をさせてはいるが)。

5. 考察

P-Pグラフ(図4)で新しい型としてIV型とみなしたが、この類型は他で現れるか否かは今後の問題である。そのきめてになった図4のクラスター C_3 は「向すい」と「向柱」のパスである。事前が高く、事後で低くなったのでこの位置へ来た。事前テストは授業の前日に行ない、授業者にフィードバックされた。そこで実際の授業では教師が意図的に「ここは結んでほしくない」という展開した理由による。このようなシチュエーションのとき、いつもIV型が出現するかどうか、今後の問題である。

PCMについては、(3)回転がスピードがおやく問題が残った。しかし、これはハードの問題として解決さんつあることはすでに述べている。

参 考 文 献

- 1) 佐伯卓也・菊池恵子・千葉淑子・早坂美音(1983)パソコン化授業の実践的研究(1), 東北北陸数学教育基礎的研究報告, 11, 1~24
- 2) 佐伯卓也・佐々木猛・時枝直樹・戸来良治(1984)パソコン化授業の実践的研究(2), *ibid.*, 12, 1~16
- 3) 佐伯卓也・石橋朗子・小野寺浩子・小原嗣美(1984)パソコン化授業の実践的研究(3), *ibid.*, 12, 17~40

A practical research about personal computerized teachings (4)

————— A volume of triangular pyramid —————

Takuya Saeki, Noriko Tokita, Junko Hayashi, Yuko Miyahara and Sachiko Murai (Iwate University)

A personal computerized material (PCM) about a volume of triangular pyramid has been developed and taught in a certain lower secondary school by microteaching style. The personal computerized teaching (PCT) using this PCM has evaluated by the P-P graph analysis.