

# I-WAテストによる授業の評価について — CATI法 —

佐伯卓也(岩手大学教育学部)

## はしごき

学習者の認知構造測定用具を利用して、学習者の認知構造の授業による変容を調べ、ある授業の効果(または成功度)を総合的に評価するために、この手順、CATI法を考案した。この小論ではCATI法のアウトラインを述べ考察を加えることにする。

CATI法とは Composite Assessment for Teaching through I-WA Test (I式WAテストによる授業の複合的評価) からとっている。テスト用具として I-WA テスト(佐伯, 1980, 1981a, b, c), 授業評価を、個人レベルでは S-P 表から、クラスレベルでは P-P グラフ分析から、さらに、これらを時系列データとみて評価するときには 階差 P-P グラフ(佐伯, 1982a, b) から幅広く複合的に、しかも、マイクロコンピュータ等の導入により、短時間にしかも簡単に結果を得ようというものである。

本研究の間、データ処理や討論参加で協力を賜った昭和56年度佐伯研究室配属の学生(4年次)、東谷修、池田明美、小野寺一行、菅野和恵、坂内達也、千田敦子、千田恵の諸君に感謝する。また、S-P 表処理は岩手大学教育工学センター設置の NEC SPEEDY M SYSTEM, PC-8001 を利用した。

## 1. CATI 法のおおまか

### 1.1. CATI 法の要素

- 1° 内容構造図(距離行列)の作成
- 2° 認知構造図(距離行列)の作成
- 3° 以上の  $d, D$  の計算

4° S-P表の作成

5° TAC, ACの計算 (dA, de)

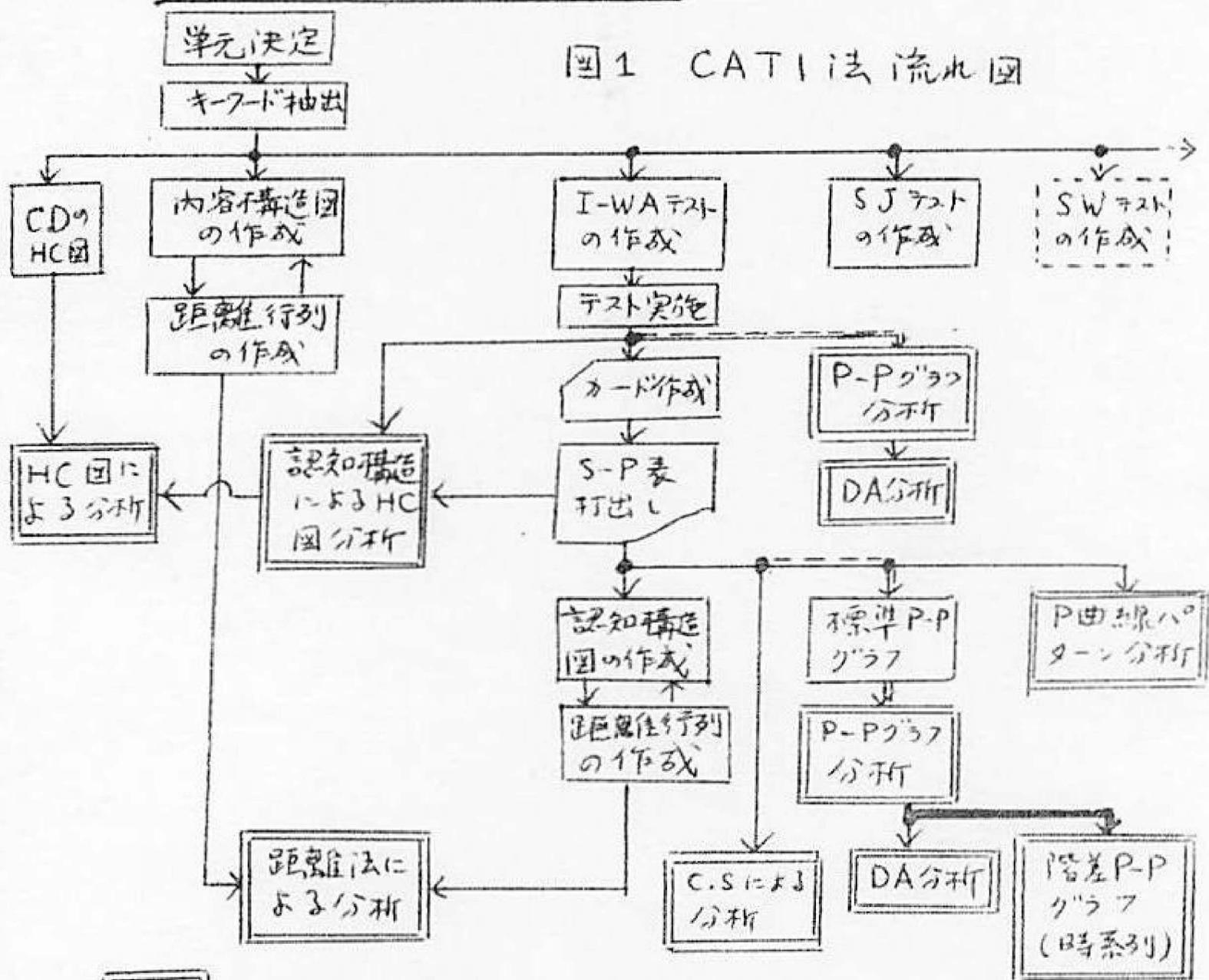
6° 標準P-Pグラフ (PPGと略す)の作成

7° 階差P-Pグラフ ( $\Delta PPG$ ,  $\Delta^2 PPG$ 等)の作成

以上 1°~3°までは拙論(佐伯, 1980; 1981abc)を, 4°については例としては佐藤(1975)を, 5°~7°については小論で扱われるが, 6°~7°については拙論(佐伯, 1982ab)を参考にするとよい。特にI-WAテストに制限のないものは, "CAT法"と呼ぶ。

1.2. CAT法の流れ図(図1)

図1 CAT法流れ図



- 授業評価の素材を得る分析箇所
- 2回(例えば事前テスト, 事後テスト)以上のデータが必要な箇所
- 3回以上のデータが必要な箇所

2. S-P表からのデータ処理

ハードウェアとして NEC SPEEDY (PC8080) の出力をもとにして考える。

### 2.1. 距離 $d_P$

S-P 表出力のうち、問題  $P$  の正答率 (%) の大きさ、方から、そのまゝの順で与えている値を  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$  とする。他の S-P 表で同じ値を  $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$  とする。2つの集団 (S-P 表 2枚) の間の距離  $d_P$  を

$$d_P = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\tilde{x}_i - \tilde{y}_i)^2}$$

で定義する。  $n$  はキーワード隣接箇所 (内容構造) の数とする。

### 2.2. 距離 $d_A$

2種の S-P 表があったとき  $P$  の % を対応するキーワードの隣接箇所でのった距離  $d_A$  を

$$d_A = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

で定義する。  $n$  は  $d_P$  と同じ、  $x_i, y_i$  は対応する隣接箇所<sup>の値</sup>とする。

### 2.3. TAC と AC

TAC とは全隣接係数 (total adjacent coefficient), AC とは内容構造隣接係数 (adjacent coefficient of content structure) のことである。TAC と AC は S-P 表から定義されるが、違いは、TAC の場合はキーワードの全体の組、従って、キーワードが  $p$  個あるならば、 $\binom{p}{2} = \frac{1}{2} p(p-1)$  個、AC は内容構造の隣接箇所だけの値をとっている所にある。

$S_n$  を生徒数、 $P_n$  を問題数 (CATI法ではキーワードの組合せ数)、 $\sum CA_k$  を S-P 表に与えている "1" の数全体とすると

$$AC(TAC) = \frac{2 \sum CA_k}{S_n P_n} - 1$$

で定義する。AC と TAC も  $-1$  と  $+1$  の間の値をとる。P曲線のパターンとの関係は図 2 のようになる。

### 2.4. 例

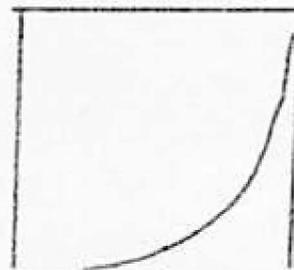
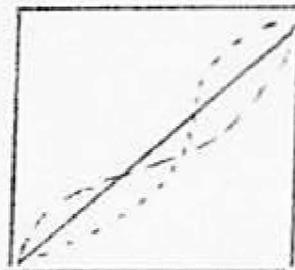
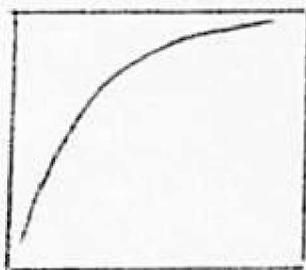
1981(S56).5.29 単元「ベクトル」(高校)。被験者 岩手大学教育学部学生, GS-WA 2人受験者 26 (男16, 女10), I-WA 2人受験者 26

図2 P曲線ハザードとACの値の関係図

AC < 0 (負)

AC = 0

AC > 0 (正)



(男20, 女6)。dpの例を表1, ACとTACの例を表2で示す。

表1 dpの例

		GS-WA				I-WA				
		男		女		男		女		
		内(1)	内(2)	内(1)	内(2)	内(1)	内(2)	内(1)	内(2)	
GS-WA	男	内(1)	0	2.85	4.13	5.74	6.77	6.61	7.03	7.27
		内(2)		0	2.53	3.94	5.35	5.58	5.83	5.76
	女	内(1)			0	2.50	3.65	3.82	4.56	4.14
		内(2)				0	2.64	2.89	4.23	3.77
I-WA	男	内(1)				0	0.59	2.85	2.78	
		内(2)					0	2.93	3.17	
	女	内(1)						0	1.95	
		内(2)							0	
記号		C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	

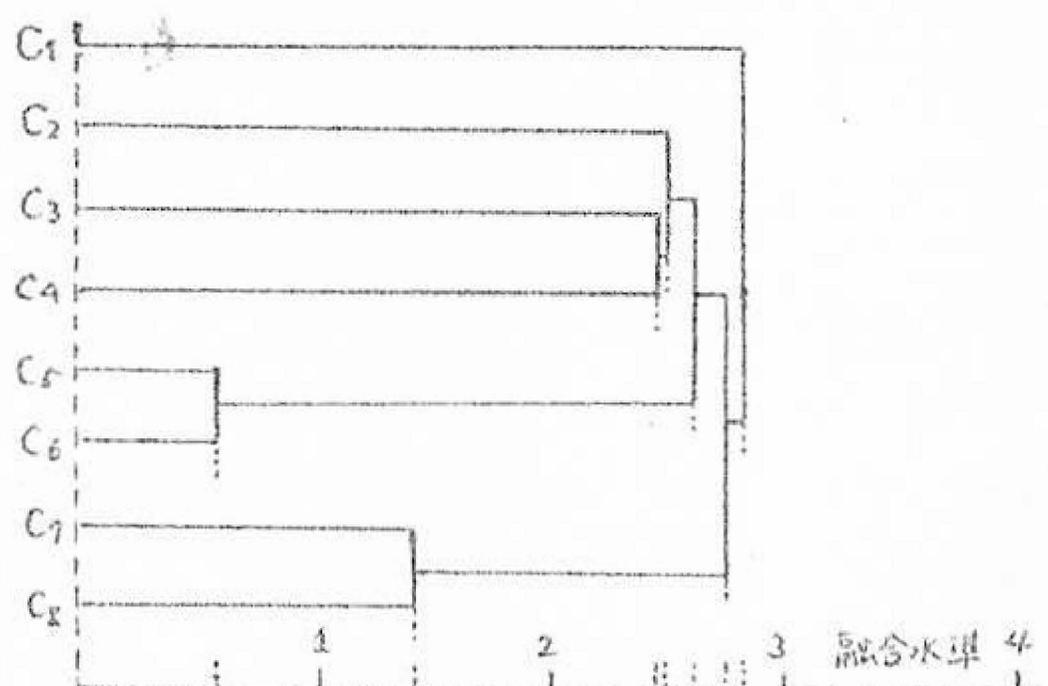
表2 ACとTACの例

		AC		TAC	
GS-WA	トータル	内(1)	+ .04	}	- .2978
		内(2)	+ .18		
	男	内(1)	- .0417	}	- .3472
		内(2)	+ .1042		
女	内(1)	+ .2167	}	- .2278	
	内(2)	+ .3333			
I-WA	トータル	内(1)	+ .3910	}	- .3333
		内(2)	+ .4038		
	男	内(1)	+ .4	}	- .3333
		内(2)	+ .4		
	女	内(1)	+ .3611	}	- .2
		内(2)	+ .4167		

表中内(1)内(2)とは、このとき「ベクトル」の内容構造に(1)と(2)があるの  
でそれぞれの内容構造をとり処理したことを示している。

表1で示した距離  $d_p$  をもとにしてクラスター分析がなされる。その結果のデンドログラムを図3で示す。  $C_1, \dots, C_8$  は表1の記号に対応する。

図3 表1の距離  $d_p$  より作ったデンドログラム



なお、このクラスター分析は最短距離法を用いている(他の手法でも可)。

### 3. 標準 P-P グラフと階差 P-P グラフ

#### 3.1. 標準 P-P グラフ (PPG) (standard P-P graph)

P-P グラフにこの方法はすでに何度も公表している(佐伯, 1981a, b, 佐伯・倉島, 1981)ので略す。所謂 P-P グラフは  $S_S$  の人数によって伸び縮みがあり都合が悪い(特にマイクロコンピュータの KRT 表示のとき)。そこで S-P 表打出しのとき、各問の正答数の百分率がある。これを用いて作った P-P グラフが標準 P-P グラフ (standard P-P graph) であって、x 軸, y 軸の目盛りは 0 ~ 100 となり都合がよくなる。しかもこのグラフは、もとのグラフに比べ単に縮尺の伸び縮みだけでパターンや回帰直線に影響はない。さらには変容係数  $\beta_1, \beta_2$  も変らない(佐伯, 1982a)。この標準 P-P グラフを以後 PPG と略記することにする。

これの応用として次の階差 P-P グラフが考えられる。

#### 3.2. 階差 P-P グラフ ( $\Delta PPG, \Delta^2 PPG$ ) (difference P-P graph)

対称性的なデータ(表3)で説明をする。これは、 $t_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) は

表3 仮想データ(1)

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$
A	30	15	10	15
B	10	20	25	20

表4 仮想データ(1)より作った  
 $\Delta$ 表(第1次階差データ)(2)

A	-15	-5	5
B	10	5	-5

表5 階差データ(2)より作った  
 $\Delta^2$ 表(第2次階差データ)(3)

A	10	10
B	-5	-10

時点(時系列)におけるAとBの時系列データをとする。表4は仮想データ(1)の第1次階差データで、各々は、 $t_{i+1}$  ( $i=1,2,3$ )のデータより $t_i$ の値を引いて作っている。表5は階差データ(2)より同じようにして作った第2次階差データである。

次に仮想データ(1)を用いて、3種のP-Pグラフ(標準),つまりPPGが作られるので、次に示す(図4, 5, 6)。

図4  $t_1-t_2$  PPG

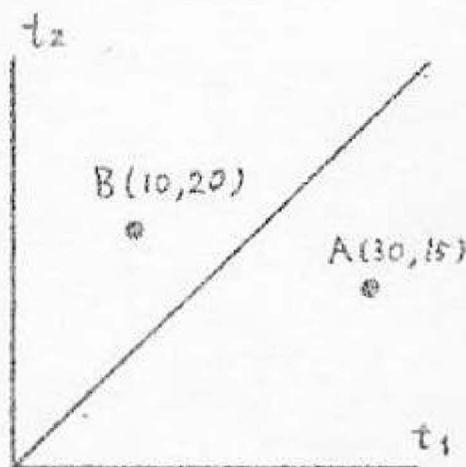


図5  $t_2-t_3$  PPG

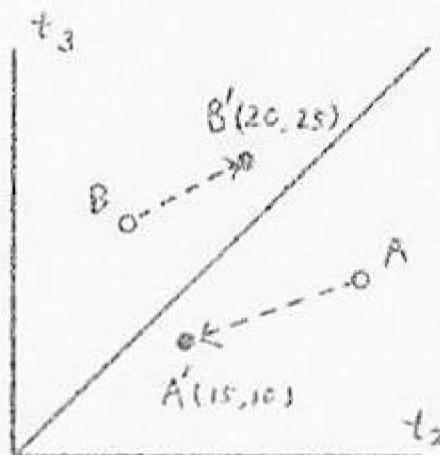
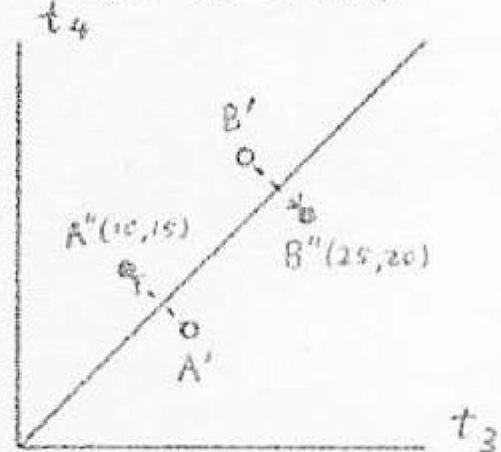


図6  $t_3-t_4$  PPG

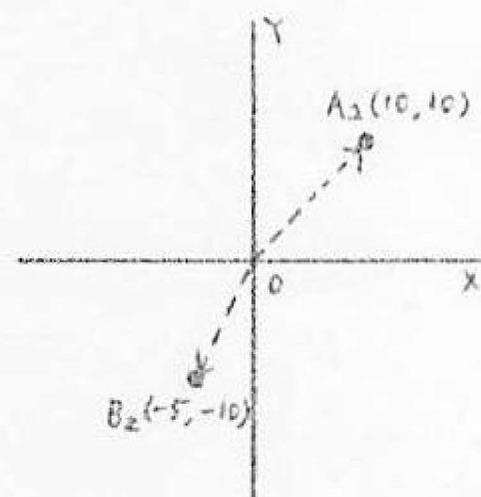
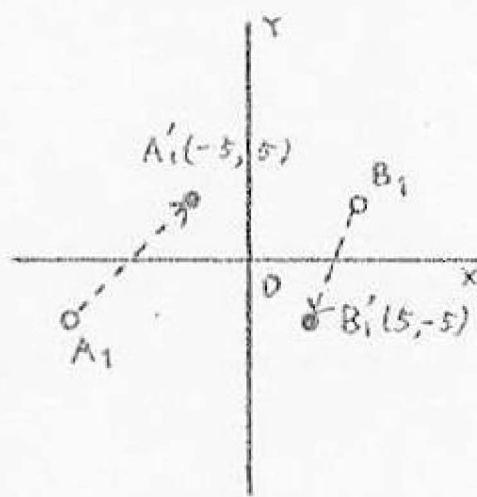
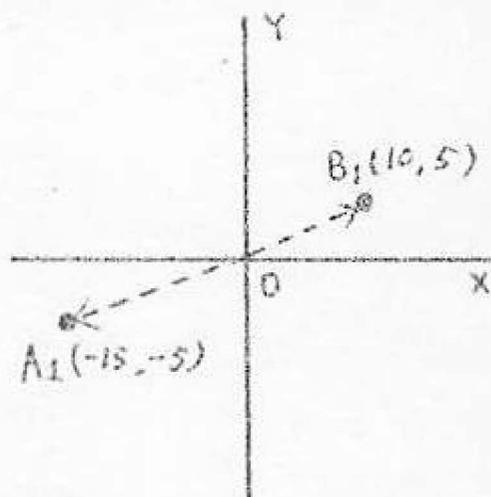


次に表4の第1次階差データから第1次階差P-Pグラフ,つまり $\Delta$ PPGを作ると

図7  $\Delta$ PPG( $t_1-t_2-t_3$ )

図8  $\Delta$ PPG( $t_2-t_3-t_4$ )

図9  $\Delta^2$ PPG



$t_1 \rightarrow t_3$ の値に対しては図7,  $t_2 \rightarrow t_4$ の値に対しては図8となる。図5と図7と比べる。  $\vec{AA'} = \vec{OA_1}$ ,  $\vec{BB'} = \vec{OB_1}$ の関係がある。さらに図9の $\Delta^2$ PPG

(第2次階差 P-P グラフ) は  $\Delta^2$  表 (表5) より作ったものである。ここでは、図8のベクトルと図9のベクトルの間に  $\vec{A_1 A'_1} = \vec{O A_2}$ ,  $\vec{B_1 B'_1} = \vec{O B_2}$  の関係がある。

次にこれら階差 P-P グラフの見方を説明する。モとのスコア (表3) が  $t_i \rightarrow t_{i+1}$  で増(減)があるとき、それぞれに対して  $\Delta PPG$  の4つの象限のうちどこかに入ってくる(境界上もある)。これを表6で示す。例えは

表6 モとのスコアの増減と  $\Delta PPG$  の関係

$t_i \rightarrow t_{i+1}$	$t_{i+1} \rightarrow t_{i+2}$	$\Delta PPG$ での対応点の存在する象限
増	増	I
減	増	II
減	減	III
増	減	IV

図7では点Aが  $t_1 \rightarrow t_2$  で'減',  $t_2 \rightarrow t_3$  で'減', 従って  $\Delta PPG$  では第III象限に入るとし、Bは増  $\rightarrow$  増であるから第I象限に入ったことがわかる。

次に  $\Delta^2 PPG$  を説明する。例えは"点Aの  $t_i$  の値を  $A(t_i)$  と書くとき、

$$\Delta A_i = A(t_{i+1}) - A(t_i)$$

を  $t_i \rightarrow t_{i+1}$  の傾きと... ことにする。この傾きという語を用いると  $\Delta^2 PPG$  はモとのデータの傾きの変化の状態を示すことになる。仮想データ (表3) の

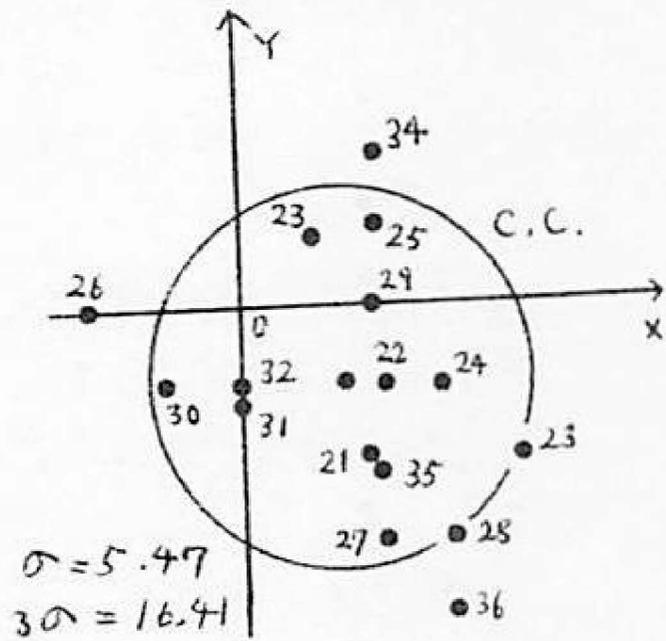
表7 モとのスコアの増減の傾きの変化と  $\Delta^2 PPG$  の関係

$t_1-t_2$ の傾きに 対し、 $t_2-t_3$ の 傾きの増減	$t_2-t_3$ の傾きに 対し、 $t_3-t_4$ の 傾きの増減	$\Delta^2 PPG$ での対応点 の存在する象限
増	増	I
減	増	II
減	減	III
増	減	IV

$\Delta^2 PPG$  (図9) をみよ。点Aは  $t_1 \rightarrow t_2$  で  $-15$ ,  $t_2 \rightarrow t_3$  で  $-5$  であるので傾きの変化は  $(-5) - (-15) = 10$  (x座標), さらに  $t_3 \rightarrow t_4$  で  $+5$  であるので  $t_2 \rightarrow t_4$  の傾きの変化は  $5 - (-5) = 10$  (y座標) となりたがいは  $\Delta^2 PPG$  の第I象限にくる。Bは... も同じである。

データについては特に制限がないのでI-WAテストの事前-中間-事後-保持でもいいし、学力テストでもよい。また、S-P表で与えられる問題ごとの正答率でいいし、個人別の正答率でもこの分析は可能である。図10は実際のI-WAテストの△PPGの例(佐伯,1982b)である。

図10 実際の△PPGの例



PPGの例(佐伯,1982b)である。点の番号は生徒番号、⊕印はこれらの点集合の重心(X座標, Y座標の平均)である。円C.C.はS-P表の注意係数にならって定義された注意円である。注意円の半径の決定は、重心からすべての点までのユークリッド距離を求め、その距離の標準偏差をとったとき、3σの値で定義する。この場合のσはσ = 5.47、従って

円の半径は3σ = 16.41であった。このC.C.より外部へ離れた生徒(図では26, 36)は文字通り注意を要する生徒と解釈される。またこの例では重心が第IV象限に入っているので、クラスレベルでみると昔から増→減型であったとみられる。

#### 4. 考察

以上CATI法の個々の分析ステップで未発表の部分について述べた。P-P分析、DA分析についてはすでに述べている(佐伯,1981ab)のでここではくりかえさない。階差P-Pグラフについて述べる。これはS-P表分析が1回のテストごとにはその問題と生徒両面からの情報と得るのに対し、階差P-Pグラフは時系列的データからの情報を見やすい形にした所にポイントがあると考えられる。その処理法もマイクロコンピュータによるので手数があまりかからぬ特徴があると考えられる。

また2でのべたS-P表からのP曲線パターン分析は、授業によるP曲線パターンがどのように変容したか、異なるS-P表のP曲線間にはd<sub>P</sub>等の距離を導入して、クラスリング手法を導入し類別するものである。これも同時的かつ連続的な授業効果のデータを得る資料となると考えられる。

## 参考文献

- 1 佐伯卓也 (1980) 数学教育における認知構造の測定法，  
岩手大学教育学部研究年報，40，195～201
- 2 佐伯卓也 (1981a) 言語連想テスト (I式) の処理 — WAテスト  
P-Pグラフ分析 —，日本教科教育学会誌，6，195～199
- 3 佐伯卓也 (1981b) 学習者の認知構造測定テストのP-Pグラフ  
分析とDA分析，日本科学教育学会年会 (札幌) 論文集，5，  
145～146
- 4 佐伯卓也 (1981c) 学習者の認知構造の変容，岩手大学教育学  
部研究年報，41，229～236
- 5 佐伯卓也 (1982a) 標準P-PグラフとP-Pグラフ分析，岩手  
大学教育工学センター教育工学研究，4，印刷中
- 6 佐伯卓也 (1982b) P-Pグラフ分析 — 階差P-Pグラフと  
その応用 —，第28回東北北陸数学教育基礎研究発表要項
- 7 佐伯卓也・倉島政治 (1981) I式WAテストのP-Pグラフ分析  
について，信学技報，ET 81-6，45～46
- 8 佐藤隆博 (1975) S-P表の作成と解釈，明治図書，東京
- 9 渡正亮・峯学 (1982) 多変量解析プログラム (増訂版)，  
工学図書，東京

On the Assessment of Teaching through I-WA Test

— CATI Method —

by

Takuya SAFKI

(The Faculty of Education, Iwate University)

(Abstracted)

The present article consists of comments about the CATI Method (Composite Assessment for Teaching through I-WA Test) which are procedures to assess a teaching (of mathematics) from the classroom point of view and from the student point as individual level.

- The main parts of the CATI Method consist of
- 1° the construction of a content structure diagram (distance matix),
  - 2° the construction of a cognitive structure diagram (distance matrix),
  - 3° the distances  $d$  and  $D$  of the "meaningfulness" and the distance matrices respectively,
  - 4° the construction of the S-P Table (Student-Problem Table),
  - 5° the total adjacent coefficient (TAC) and the adjacent coefficient of content structure (AC) defined by  $d_A$  and  $d_p$  which are distances between P-Curves in the S-P Table,
  - 6° the construction of standard P-P graphs (PPG),
  - 7° the construction of difference P-P graphs ( $\Delta$  PPG,  $\Delta^2$  PPG).

The remainder of the article consists of explanations about 5°, 6° and 7° and discussions about them.