オーガナイザーを用いた授業実践例

佐伯卓也*)，横田晴充**)

はしがき

教授に先立って包摂体1)（subsumer）を導入するAusubelの考えは，HerbartやMorrisonの考えと実質的に異なってはいないとされているが，意識的なオーガナイザーないしは先行オーガナイザーの研究はAusubelとその協力者によってなされた1960年～1963年の一連の研究から始まる。

一方教科としての算数・数学におけるオーガナイザー研究は1966年のWoodwardから始まり，1976年末まで筆者の眼にふれたものだけで15あった。しかも1973年以来急増している。

所で，日本ではいま学習指導要領の改訂が問題になっていて，学校では授業の時間数が減ることになるが，少ない時間で最大の効果を上げる授業が求められ教育の効率化が話題になるであろう。このとき，オーガナイザーの持つ特質，学習，保持そして転移を促進する，が注目されるものの1つになるのではなかろうか。

以上の背景で筆者は別に論じている（佐伯[3]1977）が，その同じ文脈の上で，実験的実践を試みたので，それをこの小論で示したいと思う。

§1 先行研究

算数・数学におけるオーガナイザー研究をまとめると第1表のように

*）岩手大学教育学部　**）一関第二高等学校

1）包摂（subsumption）とは，概念や命題を特定のクラスや集合に含めたり，順序に配列したり分類したり，または，特定の原理や法則の適用される観念や例を示すこととされている。

	研究者	年次	AO効果等	AO対PO	種類	対象
I期	Woodward	1966		不明	written	大学生
	Scandura 他	1967	有		シミュレーションゲーム	〃
	Grotelueshcer 他 I	1968	有		written	〃
	〃 II	1968	有		〃	〃
	Bauman 他	1969		POがすぐれている	〃	〃
	Caponecchi 他	1973	不明		〃	〃
	Sowder 他	1973	不明		〃	〃
II期	Romberg 他	1973		不明	written	高2
	Peterson 他	1973		不明	〃	中2,成人
	Lesh 他 I	1976		AO	ビデオ	小4
	〃 II	1976		AO	〃	中1
	Lesh (代数)	1976		AO	〃	大学生
	Lesh (幾何)	1976		AO	〃	大学生
III期	Bright I	1976	AOの抽象レベル有意差なし		ビデオ	大学生
	〃 II	1976	AOの抽象レベルレコール,有意差なし		written	〃
	佐伯	1976	位相空間AO		〃	〃
	横田	1976	行列(回転,加法定理)AO		〃	高2

第1表　オーガナイザー先行研究等一覧

なる。表中III期の佐伯，横田は先行研究でなく，この小論の主題であるが，参考まで，表に位置づけてみた。表でI期とは，大体先行オーガナイザー(advance organizer = AO)が効果があるかないかの研究の段階で，1973年頃まで続く。その頃になると大体有効だということになり研究はII期に入りAO対PO(post-organizer <事後オーガナイザー>)その他の比較研究の段階に入っていく。1976年になりLeshの代数・幾何を分けての研究等がきっかけになり，材料ごとのAOとか，抽象レベルとAOとかの研究に入ってきたので，III期ということにした。種類のところでwrittenとは，AOの提示が主としてプリント物でなされることを意味している。[2)]

これらの先行研究，特にLesh (1976)，Bright (1976) の示唆に

---

2) これら先行研究は佐伯 (1977) でふれている。

に従って，一応，算数・数学のオーガナイザーを
① 新しい材料の観念作用の足場（学習者の予備的定位に役立つもの）を提供するもの
② 新しい材料と以前に学習したものの間の類似性と差異性が指摘できるもの
の2つの特性で規定したい（佐伯[3]1977）。このため Ausubel のオーガナイザーの考えとは，むしろ逆に，目的とする材料より，一般性の低い，又は抽象度の低いものが選ばれてくることになろう。

§2 研究 I

大学の数学教育の基礎的な教材としての「位相空間」の導入のためのAO開発を目的とする研究で，まったく試行的に佐伯によってなされた。

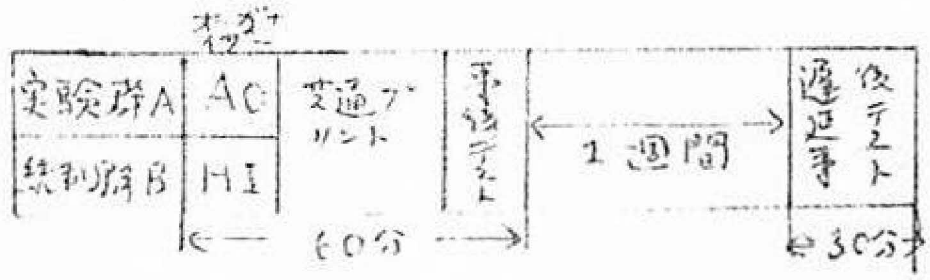
〈材料〉「近傍による位相空間の定義」で「近傍系」「位相空間」「点」「位相を決める」などの概念を与える。

〈Ss〉岩手大学教育学部理科コース1年次（男子32名，女子28名，計60名）学生で，位相空間に関する知識はないものと考えられる。

〈仮説〉近傍による位相空間の定義の学習，保持，転移のためには歴史的導入よりも，ユークリッド空間（2次元）のε-近傍の提示（AO）が有効である。

この仮説は，Ausubel が初期の研究でよく用いた形であるが，Ausubel の場合は単にAOというだけであったが，ここでは「…の材料に対するAO」という所で異なっている。

〈手順〉研究は第1図のような手順でなされた。図中AOは先行オーガナイザー，HIは歴史的導入を示す。実験群Aと統制群Bのランダマイゼーションは，学生がランダムに座席についているのを利用し，第1列はA，



第1図 研究I手順

第2列はB，… として A は5列，B は4列で行なった．人数は第2表に示す．Aでは次のように始まる2ページのプリントである．

	男	女	計
実験群A	19	14	33
統制群B	13	14	27
計	32	28	60

第2表

座標平面を考える．2点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x, y)$ の距離は

$$\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}$$

であることが知られる．この距離を用いて点集合 V_P を

$$V_P = \{Q \mid \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} < \varepsilon\}$$

で定義し，P の ε（イプシロン）−近傍という．-----

また HI はこのように始まる．2ページの要旨である．

ここで位相空間の簡単な知識を与えることにする．位相空間の概念は，今世紀のはじめ，ドイツのハウスドルフという数学者が近傍という概念を用いてはじめて導入した．-----

これらをそれぞれA群，B群に提示し，共通の次のプリントがつづく．

位相空間の定義

集合 X を考える．X の任意の要素 $x \in X$ をとる．この x に対して次の4条件 UI〜UIV を満足するような集合の族（集合の集合）$\mathfrak{U}(x)$（ユー）$(\neq \phi)$ を考える．

UI　$x \in X$，$U \in \mathfrak{U}(x)$ に対し，つねに $x \in U$ である．----

----

事後テストは転移を意識して次の問題でなされた．

X を数直線とする．点集合 $V_P = \{Q \mid |q-p| < \varepsilon\}$ をとる．ただし，P の座標は p，Q の座標は q とする．いま $P \in V_P \subset U$ なる U をとり，このような U 全体の集合を $\mathfrak{U}(P)$（ユー）とする．この $\mathfrak{U}(P)$ は位相空間の定義の UI〜UIV を満足することを示せ．

さらに遅延事後テストは保持をみるため次の問題でなされた．それは1週

位相空間の定義で用いた4条件 UI〜UIV をかけ

間後の同じ曜日の時間でなされた．

〈結果と判定〉事後テストの結果は第3表，遅延事後テストの結果は第4表に示す．判定のための分析はここではすべて試行ということもあって，Aは…

ただし、初期のときのように単に平均値の差のt-検定で行なった。A(実験)群とB(統制)群の平均の差のtの値は

30点満点	平均	S D
A	15.45	11.17
B	12.04	8.63
全体	13.92	10.25

第3表 事後テスト

30点満点	平均	S D
A	14.36	11.77
B	11.04	11.87
全体	12.87	11.73

第4表 遅延事後テスト

事後テスト $t = 1.2951$ $(0.1 < P < 0.2)$

遅延事後テスト $t = 1.0191$ $(0.2 < P < 0.3)$

となって，仮説は支持されなかった。

§3 研究Ⅲ

高校の数学教育の基礎的な教材としての回転変換の導入のためのAO開発を意図して，手さぐり試行的に授業によってなされた。

<材料> 実験Ⅰ：回転変換による点，直線の移動

実験Ⅱ：回転変換の合成による加法定理の導き方

<Ss> 岩手県立一関第二高等学校2年土木科 男子42名

<手順> 2回とも次の第2図のように行なった。また，ランダマイゼーションは生徒がランダムに座席についていることを利用して，第1列，第2列，第3列をA群，第4列，第5列，第6列をB群とした。

実験群A	AO	普通の授業（プリントによらない）	事後テスト
統制群B	HI		

(シート) 50分

第2図 研究Ⅲの手順

<実験Ⅰ>

仮説：回転変換による点，直線の移動の学習と保持と転移のためには歴史的導入より加法定理の考え方（AO）が有効である。

AOは次のような一連の三角関数の加法定理，および，それより導

加法定理

(1) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

(2) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

……

びかれる諸公式を示した。また，HIは次のように始まる。

> ベクトルと行列の夜明け
>
> 複素数 $a+bi$ を座標平面上の点(a, b)で表すことはドイツのガウス(1777 ～ 1855)によって始められたが，このような表現をすると，2つの複素数の和をつくることからベクトルの加法が生まれ，--------

事後テスト問題(A，B共通)を示すと次のようである。

> 原点を中心とする60°回転があるとき点$(\sqrt{3}, 1)$の変換を求めよ。また，直線 $x+y=1$ の変換を求めよ。

結果と判定：実験群(A) 21名，統制群(B) 20名

結果は第5表のようになる。A群とB群の平均の差の検定をすると

$$t = 1.2951 \quad (0.1<p<0.2)$$

となり，仮説は支持されなかった。

20点満点	平均	SD
A	16.43	5.38
B	15.75	5.31
全体	16.09	5.35

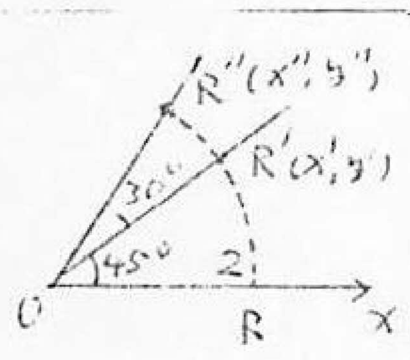
第5表　事後テスト

この結果，もっと有効なADがあるはずであるという仮定のもとに次の実験IIに入った。

＜実験 II＞

仮説：回転変換による加法定理の導き方の学習と保持と転移は既習の加法定理より，変換の合成(AD)が有効である。

AD：次の例題とその解で示す。

> (例題) 右図のようにベクトル $\overrightarrow{OR}$ を原点のまわりに45°，更に加えて30°回転するときR''の座標を求めよ。またベクトル $\overrightarrow{OR}$ を原点のまわりに75°回転したときの変換と比較せよ。
>
> 
>
>
> (解) 原点のまわりに45°回転の行列は
>
> $$\begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$
>
> ------

このADを実験群に示している間，統制群では加法定理の復習をした。

事後テスト問題は次の通りである。

> 原点のまわりα回転とβ回転の行列を使うことにより
> $$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
> $$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
> を導びけ。

結果と判定：実験群（A）22名，統制群（B）20名

結果は第6表である。A群とB群の平均の差の検定をすると

$t = 10.4975^{***}$

となり，0.1％危険率でA群がすぐれているといえる。すなわち仮説のうち「学習の促進」の部分が支持されたといえる。

20点満点	平均	SD
A	16.36	4.08
B	10.80	6.63
全体	13.71	6.07

第6表　事後テスト

§4　考察

研究Ⅰは Ausubel の伝統に従ってAOとHIで，全部プリントで実験をした。平均は見かけ上A群が高いが，t－検定の結果有意差はでない。事後テストと遅延事後テストを比べるとtの値は遅延事後テストの方が下っている。これは時間が経過するとAOの効果が更にうすれることになるのかもしれない。

研究Ⅱは実験Ⅰでは AO対HI，実験Ⅱでは AO対復習というデザインであった。実験Ⅰでは事後テストでA群とB群の間に有意差はでなかったが，実験Ⅱでは0.1％危険率でA群がすぐれている結果がでた。これは，AOと単なる既習事項の復習を授業の前にやる，という事の比較でAOの方が効果がある，という結果だが，1回だけの実験なので，断言することは危険があるだろう。

以上2つの研究は手さぐり試行的なものだが，実験が比較的易すく結果がすぐわかるので，より効果的なAOの開発へのアプローチが可能であるというメドがついたと思われる。

引用文献

[1] Bright, G. W. (1976): Use and recall of advance organizers in mathematics instruction, Jour. for Research in Math. Educ., 7, pp. 321 - 324.

[2] Lesh, R. A. (1976); An interpretation of advanced organizers, Jour. for Research in Math. Educ., 7, pp. 69 - 74.

[3] 佐伯卓也(1977)：オーガナイザーおよびその数学教育への応用と研究のために，近刊.

The practical examples of teaching with advance organizer

Takuya Saeki, Harumitsu Yokota

(Abstracted)

We use advance organizers introduced by Ausubel before presenting instruction materials. Two examples of teaching with advance organizers are reported. One of them, learners are students of Iwate University and the other students of Ichinoseki the 2nd Senior High School. In the latter case, it is significant that the advance organizer facilitates learning of students.