

日本における数学教育の課題*

元岩手大学長 黒沢 誠

日本における数学教育の課題という題で何か話としてくれないかということですが、現役を引退した私から参考になることを申し上げることは出来ないかと思えますけれども、私なりに数学教育とやってきましたものとして、どのようなことが問題か感想的に申し上げたいと思えます。

第一の問題は、数学教育の目標ということになります。数学教育の目標を研究するとき、もっと根本的な問題は、教育という価値観ということが問題になるでしょう。特に現代社会は価値観が混乱していますし、実際は価値観から離れた研究があってもよいのではないかと思えます。

数学その自体は価値観だけで出来ているものではないけれども、数学教育ともなれば価値観が入ってくるでしょう。しかし、数学教育の場合は価値観に立つものと、価値観から離れたものがあるともよいと思えます。

ただ、数学教育の目標という研究にはどうしても価値観が入ってくるので、その場合、教育全体の目標とのかかわりが出てきます。教育全体の目標を考えると、一つには歴史的な教育に対する価値観の衰遷があるだろうし、もう一つには世界的国際的関連からくる目標があるでしょう。そういう立場から、数学教育の目標をどのように考えていったらよいかが一つの大きな課題であると思えます。

* 本稿は、本学会第6回年会における記念講演の要旨と世話人が記録し、講演者がそれに等と認めたものである。

私見ではありますが、今の世界的動向の中から考えていくと、その一つに情報化時代というものが大きく浮きあがってきていますし、更に価値観のら いえば思想的対立があり、その思想的対立をのり越えて誰が望む社会をどこに価値を求めるかという場合の一つとして情報化社会があり、それに対処していくには、一般に国際社会でいわれているのは創造性ということでしょう。情報化社会となったために、世界における数学教育の内容の現代化が必要になって来たという見方もあります。その現代数学をどうとらえるかが一つの課題となります。

一つの考え方としては、数学は人間の創造であると考え、その観点からいって、数学教育の一つの大きな目標として創造性は大きくうたわれてくると思います。

日本の歴史的過程を思えば、明治以来の教育目標を考えてくると、機械的合理主義から有用主義、そして経験主義へと流れ、その経験主義の反省から、今の小中高教育が変ってきました。今の算数・数学教育の目標の特徴は何かというところ、将来の学者がいすれ名前をつけ評価するだろうけれど、私の一つの考え方としては、よく理解させる、身につけさせるということが大きく出てきているから、ある意味で受容主義、つまり受け入れさせることが中心的内容ととられます。しかし、それから創造性というものに変っていくのではないかと思われる。指導要領の中にも教理を作りださせるということもありますが、必ずしも現場ではそのようにとっていないので、その点で創造性というものは強化されてくると思います。

創造性という言葉について一般に誤解して、創造性と創作と同じにしていることもありますが、この違いを明確にする必要があるでしょう。ここで問題になるのは、心理学的には創造性ということ

は明確でない点が多いとみてよいでしょう。そのために、教育心理学者には創造性に賛成しない方もありまして、そのようにとらえられないものを提唱してもしようがない、という方もあります。しかし常識的には社会的方向性から創造性は強調されているし、極く常識的には創造性とは新しい価値のあるものを生み出すことだといえるでしょうし、更に大きく合すると、社会的創造性と個人的創造性に分けられ、社会的創造性とは過去の人類が創造してきた文化に見られないような新しい価値あるものを創り出すことであり、個人的創造性とは、自分の認識していなかった世界を自らが新しい価値あるものとして認識することで、学校教育でいっているのは個人的創造性であって社会的創造性というところまでいっているのではないでしょう。

ここで一つの課題は、方法論になりますが、過去にある文化遺産を子供自身が個人的に創造するという目標でいった場合には、過去の文化遺産にあるものを自らが創造することによって、社会的創造能力に転移するかどうかという課題であり、現実には小・中学校では、個人的なものが社会的なものに転移するという考えに立っているのではないかと思います。そのように、明確な心理的教育的実践ははっきりしていない所にいく分の問題点があります。しかし、反面、とうとうとして創造能力というものが提唱されていることも明らかです。

結論をいえば、数学教育の目標として創造性を育てるということは大まかに浮びあがってくる予想をしています。更に教育の場というとき、学校教育・家庭教育・社会教育に分けて考えますと、情報化時代となっていくとき学校教育も勿論重要であります。更に社会教育的な、生活学習というものが浮びあがってくるでしょう。そう

すると、学校教育で大体ある程度基本になる能力を大体伸ばしたという時代は去って、学校教育がそれ自体変ってこなくては行けないでしょう。教育を受けたものが自らの力で一生涯、創造していく能力を養っていかないと真の学校教育の目標が達成されないとはいえないでしょう。その意味からも学校における数学の教育目標も大きく転換せざるを得ないと思います。

私の仮説的意見ですが、いずれにしても歴史的・国際的に見た数学教育の目標をどう確立すべきか、その目標の内容はどうなるべきかが大きな課題なのではないかと思えます。そういう目標から御承知の通り数学教育の内容がでてくるので、現実の小・中・高の教育内容の悩みは、極く常識的にいえば内容が多い、程度が高いと批判を受けています。それは教育全般についてでありますが、特に数学教育についてはそのまうな社会的意見があります。

その一つには、新しい時代に入ったため一般社会人が現在の算数数学教育の内容と理解していないための抵抗もありますけれども、根本的には指導要領でも統合化するというところですが、私は統合では社会的な批判と受けらるのではないかと思います。私の意見としては、もっと算数数学教育内容を総合化しなくては行けないと思えます。よくいわれることは詰め込みがいけないということですが、私はそれは考えない。詰め込みがいけないということは一面あたっています。詰め込むかどうかは方法論であって内容論ではない。そこが非常に混同している。内容は一つの体系をもって大きくまとめたものを用意しておくことで、それを私は総合化といっているのです。

だから一つのまとめた体系を持つていけば詰め込むのではないかと現場の人を誤解しているし、用意しているものどどのように教

育して創造力を伸すかということが問題であって、やはり内容ははっきりと総合化した一つの体系をもって大きくまとめて用意しておくべきで、それが今の小・中・高ではできていないと思います。ここに非常に大きな課題があります。結局、研究課題として内容の場合どのように総合化すればよいかという研究をすべきで、時代とともに総合化の内容は変わるとしても、はっきりとした総合化された内容の用意のない所に現場の混乱があります。体系を用意しておくとはそれと詰め込むことと思われませんが、それは内容と作用を混同しているからそのような誤解が起るのでしょう。それではどういふふうに体系化し、総合化するかということと研究している人もいませうけれども、明確に実践の場でいかせるような体系化されたものは用意されていないので、そういう研究が必要だと思えます。

これは私見でありますけれども、集合の考えを基盤とすることには賛成と反対があるが、反対する人にもいろいろの立場があり、他教科の人で反対する人は、集合は特に教育する必要のないあたりまえのことで特別にとりあげることに反対なので、これはとり上げ方に対する反対でしょう。更に集合の考えで現代数学と総合化することに発展性の弱さがあるということと反対する根本的反対もあります。

このようにいろいろの意見の対立があるけれど、現実的には総合化されていない所に問題があるのだから、集合という考えを基盤にしてそこに関係概念とか写像概念と基盤にしてはどうか、これが一つで、次に集合の中に命題という概念を入れることによって数量と命題という問題に発展させる。

第三としては集合の中に操作という概念を入れて結合なり更に代数系に発展される系列が生まれ、第四に集合の概念から空間を取り入

れて、その中に空間に入り込むという概念と要素のつながりを問題にし、更には要素の操作という観点から変換などがそこに入ってくる。もう一つには集合の要素の位置づけということによってすべての空間を綜合化できるのではないか。

第五に集合の関係の中で写像できないもの、いわゆる不確定な事象というものの確率統計を綜合化する。このようにすれば小学校から高校までの一つの体系化による綜合化ができるのではないかと思います。

私の希望としては、綜合化というものを研究していかなければ、小・中・高の算数数学教育は依然として混乱の中に社会的批判をうけていくのではないかと思います。

そういう教育の目標なり内容とどのような方法で達成するかということが当然起きてきます。教育方法論の大きな問題点は教育作用の研究が必要ではないでしょうか。過去の算数数学教育を考えると、作用から目標が打ち出されている場合もあり、例えば機械的合理主義が誤唱されたのは教育作用と客観主義の中に求めたものであり、戦後あるいは大正末期に日本で流行した経験主義などは教育作用と主観主義に求めて行なったのでしょう。常に数学教育の主張は教育作用とのかかわりあいででてくることがあります。私はそういう教育作用とのかかわりの数学教育主張というもののから脱皮しなくてはいけないと考えます。

作用は作用として研究すべきで、今とらえている教育作用は主観主義と客観主義と相互主義でしょう。私の意見は主観主義と客観主義、相互主義は数学教育の教育内容とのかかわり合いの中ででてくるものと考えます。

例えば主観主義だけで算数数学教育をやるということが間違っていて

いもてしるう。その内容によってその作用が、いや、有効かという
ふうにもするべきで、従って教育作用の研究は教育内容とのわか
り合いにおいて研究すべきではないかと思ひます。

過去の例では、教育作用から数学教育の思想・主義・主張が生
れていることがあり、これを反省して内容とのわかり合いにおいて数学
教育作用を研究していくことが必要なのではないかと思ひます。そ
のわかり合いとのわかり合いの場合には基本的な問題は知能の問題で、
知能とは何かといふは、ピアジェ等によれば、“認識過程における
均衡状態である”といつています。私もそれに賛成であるのでこの
言葉を使ひます。数学でいえば写像に対して逆写像、加法に対して
減法、かけるに対して割る等の、すなわち可逆性、それが一つの知
能の本質であり、そこに均衡が保つていゝものと考へます。

今の教育は知育偏重といつていゝけれども、私は知育は偏重され
ていないのではないか、むしろ真の知能は育成されてない、知育
が偏重されていることはたしかで、つまり知育の一部にだけ強調
されているのです。知能といふことはもつと研究されなくてはいけ
ないのではないか、数学教育と直接関係ないかも知れないが、現代
世相の価値観の混乱は真の知能が育つていないことから原因があ
ると考へます。従つて社会的不安が多い、あらゆる教科で知能とは
何かと研究する必要があるといふう。数学教育においても数学にお
ける知能とは何かといふ問題がでてきます。ピアジェの云つていゝ
ことなど、私はある程度、実際の小・中で調査してはいますが、大き
く合せて、感覚的知能と概念的知能があり、子供の知能はどうか
うに均衡状態にまで発展していくのかといふは、一つの仮説的で
はありますが、第一段階として感覚運動で、幼児がそれであり、そ
の途中で感覚的知能、感覚的均衡状態などの程度とらえられている

かということの研究する必要がある。

第一段階としては内言化がおこなわれるでしょう。考えるということとは考えたことを外言的に外に考へようとする。実際は感覚運動を通して、子供は遊びや大人の模倣として心の中の言葉が育った内言があります。だから考えなさいといったときは内言で考えられています。しかし与えられる問題は文章その他外言で与えられています。しかし実際考えるときは内言で考えます。若しその言葉がなければ考えるのに苦勞するでしょう。つまり感覚的にだけ判断しなくてはいけない。従って第一段階の内言化が知能の大きな要素となります。

第三段階になって具体物を通してのもので、いろいろの操作を通して外言化している。それが大體幼稚園から小学校低学年で可能になり、第四段階は文章題のように外言化による操作ができるようになります。言葉と言葉のかかわりあいでのいろいろなことを考えます。私の実験ではそのようなときの基本は言葉というものと外延の意味でとらえるときと内包の意味でとらえるときがあり、より高度の思考ができるようにするためには内包的思考ができるようになることがより重要であると考えます。ところがだんだんテレビ文化等が多くなって来たので内包の意味での言葉が弱い。ここに現代の子供の学生もそうだが論理性の弱さが出てきているのではないかと推測されます。

第五段階になっていわゆる数学の世界の形式的操作の知能になってくる。そういう一連の仮説的なものでやってみる所では、一番抵抗のある所は数学的記号、これも一つの言葉であるが、どうも文章化されている言葉以上に数学的機能と操作することが非常に弱い。だから第一段階の感覚運動から内言化して、内言化の中には記号は

ない。内言には言葉としての内言と記号化された言葉がありはよいが記号化はない。従って第三段階の外言化するときに、例えばプラスとかマイナスの記号等が非常に悪い。だから小学校でいえば低学年になるがそこが一番の大きな課題になるだろうと思います。

第四段階の言葉による操作、あるいは記号による操作といった場合には概念というものの弱さがある。そういう意味で概念形成というものがどうあるべきかということが課題であります。概念形成は小学校でいえば低学年と中から高学年までまったく違うようにとらえていく。ここで教育作用とまちがえば概念形成はうまくいかないのではないかと思います。

いずれにしても第三の課題として申し上げたいのは知能をよく研究しなければならぬし、知能がどのようになっているか、知能の発達過程というものの研究は全教科に要求されます。数学的知能はどうか、私は感覚運動と言葉の世界の二つで考えていく必要がある。特に数学のとき言葉といっても、話し言葉、書き言葉以外に数学的記号による言葉が非常に大事である。その段階で第五の形式操作が可能となってくると推測しているのです。

私としては、これから感覚運動の更に段階的発達、内言の発達、外言の発達、あるいは外言と外言の操作、あるいは形式的操作というものの発達段階を実験調査でやって行きたいと思っています。

次に目標のとき申し上げた創造力は全教科で必要であるが、数学では特に創造力が必要ではないかと思えます。今まで実験してみた所では心理学的には創造は直観力と叫んでいるが、実際数学で調査した所では直観力と概念的知能による論理的思考はかかわりがあると思えます。数学で個人的創造をやらせるには、直観と論理的能力の両方のかかわりあいで伸びるべきかという推測まで

はしました。問題は直観力と論理的能力がどのようなレベルにあるかによって異なるか、課題だと思えます。

次の問題は、現実には小・中・高ともいろいろ評価をやっているが今の評価の問題になるのは、教育目標をどうやって評価しているか、更に内容の統合化ができていないのに何かなか真の評価をしかねる。更には数学的知能を明確にとらえていないのに評価をせざるを得ない所に悩みがあるでしょう。

私はあくまで評価は診断と治療という考え方に立つべきだと思っておりますが、どうしても入学試験等のことから、人間そのものを評価すると誤解されている。そこに評価という問題がまだにさらわれている原因があります。だからもう少し評価の概念規定、評価観を明確にする必要があるでしょう。

仮に評価を診断と治療とすれば、目標と内容と知能の関連と教育作用とのかわりあいでの診断と治療することが必要でしょう。当然今の課題は評価と教育作用とのかわりあいがどうの不明確で、ただ結果だけが出来たかできなかったかということに終わっている。評価はそういうものではないのではないかと、ここに大きな研究課題があると思えます。

以上、数学教育における目標・内容・教育作用、知能、評価と問題点を申し上げましたが、もう一つの課題は数学教育を考えるとき、数学教育の施設・設備というものの研究がなされなければ効果はあがらないので、教育機器ということが世界的に問題になっているでしょう。ソ連に行ってきた人の話であるが、ソ連では小学校で教育機器は全くチョークと黒板だけだといっていました。これはソ連が客観主義からまたからそういう傾向があるのかもしれませんが、いずれソ連でも教育機器は入ってくるだろうと思えます。

問題は教育機器も流行しているが、教育作用とのかかわりをもっと明確にする必要がある。どういう作用を期待してどの機器を使うかを明確にしないと結果的には人間疎外の教育になる恐れがあり、教員養成をやっている大学としては、教育観に立って教育機器の働きを研究する必要があるでしょう。

もう一つの問題は大きくいえば教員養成の問題であります。私見が加わるが経験からみて一番のおおもとの原因は数学の専門の教養がどうも高まらない。本来は数学教師なのだから数学教育論をやればよいのだが、中味のないのにいくら教育論をやっても理解してくれない。数学がわかっているのに数学的知能とってみてもどうにもならないという惜みがある。大学にもよるだろうが、どのようにして数学そのものの力をつければよいか大きな課題だと思います。高校とのかかわりあいも考えなくてはならないし、いずれ高校は義務化して全入になるだろうが、いまの高校で全入にしていけない。もっと高校を多様化すべきで、数学教師になるものはもっと高校で数学をやってくるべきでしょう。極端なことをいえば歌をやりたいものはもっと歌をやればよいので、そのようなものに同じ内容の数学をやる必要はないし、無駄が多い。逆に数学をもっとやらなくてはならないものも同じように歌をうたったりして精力を枯らせている。

そのような意味で高校の内容の多様化をして始めて大学で数学教師が育つ。大学だけでやっても最小限にわらう数学教師もできない。やっぱり高校教育とのかかわりを考える必要があるのではないでしょうか。

もう一つは数学教師のみではないが、教育目標のときにも申したが、将来は教師に対する希望が欲深くなるだろう、教師は学校教育

の教師というだけではまにあわない時代がくる。社会的指導者という立場にならなくてはいけないのではないか。今は学校教育の教師としての養成をしているのが多いが、私は将来は学校教師と同時に社会的指導者にもなる教養を身につける教員養成に変わっていくのではないかと思います。

そうすると大学における数学教師を養成するとき、数学的立場から来る社会的指導者とはどういう教養をつけなくてはいけないかとなるが、私は最大限、情報化時代となれば数学は一般社会人の教養として必要になってくると思います。

極論する人は、人類が滅亡しそうな危機からのりきる一つの方策は情報化社会による地域共同体の自主性と自立性にある。今のよう国家権力の中では人類は絶対に滅亡するだろう。これとすぐうのは情報化社会の地域協同体である。そのときすべての人間に要求されるのは最高の知能である。すべての人間に最高の知能が要求される時代がくる、という。そうならないと人類はこのままでは戦争なり食糧難等で死滅するといっている。

これは数学教育と直接のかかわりはないが、やはりかかわりがあるのではないでしようか。そういう場合に私は真の知能と申し上げましたが、つまり知能を要求されるということ、その中心は教養としての数学的知能であらうと思います。将来の数学教師は学校教師とともに社会的指導者としての知能を持っていかねばならないのではないか、そして数学を中心とした社会的指導者にならなければならぬ、そうなってもらいたい。そうならなければ人間は生き続けていけない、これは各国でもいっていることで私の主観だけではない。一つの方角性ではないだろうかと思います。

これからの数学教員養成制度というものは、又これからの数学教師

の教養として身につけるべきものは何か、という問題提起をしているわけです。

最後に問題になることとして、研究体制の問題であろうと思います。どうしても一つの人間の生き抜いていくための方法論として人間の最大限の知能を發揮する。そしてその中心的なものの一つは数学教育となるであろうということが明確でしょうから、相当の数学教育の研究が必要となってくる。その為には体制ができていなくてはならない。私の希望としてはこのような学会の研究もできれば全国的な情報交換によってより以上にお互いに研究が推進され、更に全教団における研究体制にまで進んでいかななくてはならないと思います。

極く常識的なことといえは、何時の時代でも教育は重要だと誰もがが知っているが、一層軽視されているのが現状であります。それにはいろいろな責任があるだろうが、一つにはわれわれ直接教育研究をやってきたものにも責任があるだろうとも思います。ここからの教育研究の推進を御願ひして、終わります。