

小・中・高校における確率教材の取り上げ方

松岡元久

序

現在の指導要領にかわってから、小・中・高校で確率に関する教材をいっせいに取り扱うようになった。教科書に現れたその実態は各種各様であるが、いわゆる確率論と題する如き書物の内容とをみくらべたようなものもかなり見かける。これではいのであろうか。

「高等学校、新しい数学教育 — 数学教育現代化講座増補資料」には、次の一文がのせられていることに注目したい。⁽¹⁾

“コルモゴロフによる確率の公理体系を認める限り、確率論の数学的構造に関してはだれも異論のないところである。しかし、確率を生徒に指導するとか、確率を現実問題に応用しようとする場合には、確率をどのよりに解釈するかという問題を回避することは許されない。”

著者は、上の立場から、現行の教科書に取り上げられた確率に関する教材を分析し、一つの提言をしたい。

1. 確率概念導入の視点

確率の考えは、偶然事象の存在を承認しなければ成り立たない。偶然事象に対する科学的なとりくみ、すなわち、偶然性をいかに合理的客観的に考察の体系の中に取り入れて説明していくか、を問題にするとき、まず当面することは、けっきょくと割り切った表記ができないという難点である。

もしも、割り切った、疑義の起らない表記が可能であるとすれば、それはいわゆる間接的な表記となり得るはずである。さらにいえば、必然的に説明が可能となるはずである。

そこで、偶然性から生ずる一つの決定的な要素として、不確定性あるいは不確実性を認めないわけにはいかない。

由来、われわれ人類のもつ不安、期待とった心情は、偶然事象を背景として生ずるものであり、それが不確定、不確実なるがゆえに、不安となり、期待となるといえよう。

それでは、この偶然的で不確定、不確実な事象、内容をいかにとらえるか、ということになる。もし、これを信念、信条といった見地からとらえるならば、それは神而上的な世界へとびこむこととなり、宗教の力にたよることになる。

そうではなく、合理的な仮説の下で、筋道を立てて分析説明しようとするとき、一つの学問が要請される。このすなわち、歴史的に見れば確率論の誕生である。その仮説として取り上げられた立場が歴史的に二つあることは、よく知られているところである。

一つは、数学的確率（理論的確率）としてとらえる手法であり、「同様に確からしい」という大前提のもとで考えられる行き方である。他の一つは、統計的確率（経験的確率）としてとらえる手法であり、相対度数なる概念に支えられる行き方である。この両者のなかを取りから、確率の意義をよりいっそう明確にさせる考え方が、大数の法則としてあげられてくる。

上の二つの立場には、それぞれ一長一短があるので、第三の立場として、公理的手法がみ出されたことは周知の通りである。このことと、「中学校 新しい数学教育——数学教育現代化講座指導資料」では、次のように明解に述べている。⁽²⁾

“確率というのは、偶然事象に対して定められる——というよりは、むしろわかれわかれがそれに対して考えてみるところの一つの実数値であるとする——このような新しい考え方から、いわゆる公理的な確率の定義が生まれてくるのである。”

筆者は、上の三つの立場をふまえて、確率の概念の導入にあたっては、年齢相応に、それぞれの立場の長短を明らかにしつつ、指導すべきであると考え、然らば、実際に、どんな教材によって指導を展開していくべきか、これについて次に考へねばならない。

2. 素材の取り上げ方の視点

確率に関する教科書類を見てすぐ目につくことは、サイコロ、トランプ（カルタ）といったたぐいの素材である。その由来するところは何か、これについて一考を加えよう。

多くの数学史に関する書物に述べられているように、確率の起源の一つは、地中海の貿易商が、天候不良のとき港でひまをつぶすために興じた賭博にあるといえよう。片野善一郎氏は、「サロンから生まれた数学」という見出しの下で、これらに関して次のように述べている。⁽³⁾

“宗教戦争が終り、平和が回復すると、貴族たちの間の社をもようやく活況になりはじめる。(中略) 粗野で武骨な宮廷に反対し、上品で洗練された遊戯を楽しむ集まり、サロンができた。(中略) 貴族たちは、カード遊びやサイコロの賭博に興じたらしい。また、十五世紀ごろから海外貿易の盛んになっていったが、(中略) 「しけ」で船が出せぬ時は船乗りたちは港に集まって賭博に興ずることが多かった。この賭博には、カルタ

やサイコロが使われていたが、時には生まれる子供の性別や病人の死ぬ日時、
(中略) 様伯の上下までが材料にさしこまることがあったようである。

上記の事実を主要な材料として生まれた確率論であるとしても、われわれは何も、ばくちの世界を材料にして、今の子どもたちに指導をする必要はないであろう。もしも、無意識にでもサイコロを中心素材として、青少年に確率の考えを指導するとなれば、大きな倫理、実証的・社会的にはなせぬ。

尾井省吾氏は、その著書において、確率論の発展について、4人の人物を挙げて解説している。⁽⁴⁾

まず、ダンテの「神曲」(1477年)の付録のサイコロでたさぬ得る遊びの確率のこと；次に、カルダー1の *De ludo Alear* (1633年)などに確率の問題があること；さらに、ケプラーの *De stella nova* の中に新雪に関連して確率の考えを示していること；第四に、ガリレイの書(年代不詳)の中に確率の問題があること。

以上4件である。

そして、その後で、“(確率の)理論の創始者はバスカルトとフェルマでなければならぬ”と述べ、両者の間にかわされた書簡を、補註を加えて掲げている。⁽⁵⁾ この書簡の中に取り上げられている確率に関する論題の系統は、サイコロ遊びによる賭博から、それにもつれる文字の組合せの問題、自然数列の部令和に関する定理、順列の問題、期待値の計算、角数の問題、といろいろある。

ここで筆者は、二人の書簡の中で、サイコロはたしかに賭博のための有力な道具として取り扱われてはいるが、賭博も理論的に究明する段階に達すると、サイコロは消え、数列、順列、組合せなどの方向に転換されているところに注目したい。

もしも、サイコロで始まり、サイコロで終わるような指導が行なわれるとすれば、これは一考を要するであろう。サイコロはあくまでも手段として扱われるべきものである。

それにしては、何もサイコロ専門で、確率の考えを導入する用意はないはずである。ここで、大きく方向を変えて、別の見方をしたい。

尾井氏からの引用文にあった、「生まれる子供の性別」、「病人の死ぬ日時」、「様伯の上下」に注目して論を進めよう。

人間の最も大きな不安は生死に関するものであり、最高の期待はばくちに関するものである。と云っては過言であるだろうか。「いのちとばくち」⁽⁶⁾ は、人生の両極端であると思ふに違いないであろうか。ばくちはレジャーの一種の極致とも思ふれよう。正しく、確率の考えは、この両極端と端緒として生まれたと考えられる。であるからこそ、初期の確率に関する書簡では、賭博と生死に関する

ものが多く素材を挙げられていると見られる。

しかし、この発想とそのまゝ若き青少年にぶつけてもポイントが合るとはいえない。死を考へる若者は、あるとして多少数の特殊のものである。また、若者はよくちに明け暮れるほど消費的退廃的な生活に溺れる年代でもあるまい。となれば、若者のシンボルは何か、と見なければ、死に対して活刀状、よくちに対してスポーツが考へられて、いささかも不審はないであろう。筆者は、この点をとくに強調したい。

若い者に対しては、それ相応の素材が指等の場合において考へられねばならない。それは、サイコロ一匹倒、生死重点の立場ではなく、活刀あるとスポーツに活刀をぬだぬる立場のものでなければならぬ。

試みに、現行の小、中学校の教科書で取り扱われている確率関係教材を分析してみると、次ページ以下の表1⁽¹⁾、表2⁽²⁾のようになる。なほ、現行の高等学校の教科書においては、確率の考への導入、概念の確立の段階よりは、その応用や基礎理論にふれ、一般の数学的事項が多くなっている。

表1、表2で、筆者は次の6項目に分類して整理した。

- (a) よくちにつながるもの
- (b) 一般的事項
- (c) 抽象的なもの
- (d) 生活につながるもの
- (e) スポーツ・ゲームにつながるもの
- (f) 一般の数学的事項

また、導入問題には○印をつけて内数で示してあるが、これはとくに重視すべきであると考へられるからである。生命に関するものは、(d)の中に含めたが、小学校では皆無、中学校でもごくわずかの例しか見取たらない。高校になると若干数がふえる。いかにしても、(b)と(d)は確率の応用面にふれる場合が多く、導入問題として扱われるものはわずかである。

これと交して、(a)に多くの導入問題が見られることは注目すべきである。確率の考へを育てるには、たいへん好都合なものとして、サイコロ、玉、硬貨などが用いられることは結構である。しかし、これに終始することがあれば、問題である。そのためにこそ、(e)あるいは(d)、さらに(b)の素材をたいせつにしなくてはならぬ。

現実には、そうではなく、(a)に始まり(a)に終わっている学習の流れがかなり教科書の中に見られ、誠に遺憾なことといわねばならぬ。もっとも、(e)の素材が取り上げられるべきである。もっとも、(a)と(e)の内容には紙一重のものがあつた事実である。そこには教材の採りかた如何でうまく処理できるものがあることは否定しない。

表1. 小学校確率教材分析表

(数字は問題数とす)

教材		A社	B社	C社	D社	E社
(a) ばくちもの	硬貨	○ 2	1	○ 7		1
	さいころ	4	6	2	3	2
	玉	○ 1	1	1		2
	カード	1	○ 3	3	1	
	くじ		○ 8	1		○ 2
	トランプ		1	1		
	じゃんけん		1	1	1	
	お年玉つき年賀はがき		1	1		
	河 坂 (7かい)					2
	(b) 一般的なもの	人				2
道					1	
果物					1	
花だん					1	
河 坂 (からおきて)						4
(c) 抽象的なもの	数字			1		
	点字				1	
	字		2			
	色	1			1	
	信号				1	
	天気		1			○ 1
(d) 生活に つな ぎ もの	時間割				1	
	仕事の合理, 役員		1	1	1	
(e) スポーツ・ ゲーム(得意) に く ら い の もの	リレー			○ 1	○ 1	
	試合組合せ			4	1	
	モデル				○ 4	
	おはじき	1				
	しょうぎ駒		1			
(f) 数学の 外 理 の 一 部 の もの	確率を求めの計算		1			

(○印は 導入問題で内数)

さらに、確率の考えが伸びるにつれて、(b)、(d)に関する素材がふえ、一方、原理の説明、思考の展開のために、(c)、(f)の内容が増すことが望まれる。いずれにしても、小中学校といたし、あまりにも(a)の素材の多いことは問題である。これを(c)に補充努力がふうが考えられるべきである。

表名 中学校確率教材分析表

(数字は、問題数を示す)

教 材		A社	B社	C社	D社	E社	F社
(a)	硬貨	○ 1	○ 6	×	○ 8	○ 6	7
	さいころ	○ 18	○ 6	11	○ 13	11	○ 15
	玉、球	×	○ 6	○ 11	○ 2	×	8
	カード	5	1	×	3	○ 10	5
	くじ	6	○ 10	○ 10	○ 7	○ 3	○ 6
	トランプ	1	1	2	1	2	2
	じゃんけん				1		1
	月板 (まわす、釣あて)	2	1				
	札 (ふた)		2	1			
	硬貨、さいころ同時投げ		1				
(b)	人	7	1				
	道、コース		○ 2	3	1	1	2
	画びょう	1	2			1	1
	ペン先				2		
	王冠			○ 1			
	本		3	1	1	1	
	色板			1			
	えんぴつ		1				
	木 (鉢植)					1	
	名刺		1				
	マシキ箱	1					
	切符の種類			1	1		1
	自動車乗合せ			1			
	貨幣組合せ				1		
	切手組合せ				1		
	分銅						1
カード穴あけ						1	

(次ページへ続く)

表 2 (続 3)

教 材		A _注	B _注	C _注	D _注	E _注	F _注
(c) 抽象的なもの	数 字	5		7	2	3	1
	2数の組					○ 2	
	点 直 線	1		2	1	1	
	字 文 字	1	2	1	2		
	正、負の数の積の符号				1		
	勝ち、負けの場合分け					2	
	色	○ 1	1	○ 2		○ 2	
	地 震	○ 1					
(d) 生活に つながるもの	学 科 科 目						1
	仕事の合担、役割		3	3	○ 10	4	○ 4
	子ども部屋に寝るしきたり						1
	男・女の生まれ方				1	2	2
	人工子化			1			
	服装の定め方		1				1
	品物の良、不良	2			1	1	
	天気による収益				1		
	品物の利益					1	
(e) スポーツ・ゲーム(健全)につながるもの	リレー	2		1	1	1	1
	ボール投げ					1	
	試合組合せ		2	2	2		
	選手のしるし				○ 1	1	
	ボールの釣み		1				
	ヒットの確率 (野球)				1		
	メダル				1		
	しょうぶ駒		1				
	碁 石			○ 2			
(f) 一般の数学的 事項	順列の計算				2	3	2
	組合せの計算				3	2	2
	確率の計算		1				
	樹形図	5	1				
	$ab=0$ のときの、場合分け				1		
	確率が問題になる場合	1					
	同様に確からしいことの意味		1				
	確率0の意味、1の意味	1	1				
	集合の要素	1		1			
	集合の記号						1
	部分集合の個数			2	1		
ならべ方と、えらび方の関係					1		

(○印は、導入問題で点数)

3. 理論と応用に関する取り扱い

次にふたたび問題は、確率の考えの導入の段階を過ぎ、理論的な取り扱いがあまり意図の面にもふれる段階における、指導上の視点に関してである。

まず第一に考えられることは、順列・組合せに関する内容の取り扱いである。従来は、確率教材を扱う準備として、順列・組合せを取り上げる方法が大部分であった。現行の中・高校の教科書にも、この形式をとるものが相当数ある。カリキュラムの構成の便宜上このような形式をとることは別としても、本来、順列・組合せは確率の準備のためだけの教材であるべきはずはない。

ここで、表2を見るとわかるように、D, E, F社では、順列・組合せを表面にけり出し、確率の理論の取り扱いを容易にしようと意図している。これに反して、A, B, C社では、順列・組合せの考えをひそめた形で（問題として表面化はしないで）、確率の考えの伸長と併行する立場をとっている。高等学校教科書では、前者の立場が圧倒的である。

ここで、どちらの行き方が望ましい、という批判をすることはあたらない。むしろ、順列・組合せの考えを確率への手段オンリーとして取り上げることがあれば、それこそが問題なのである。

興味あることは、表2のA, B, C社では、順列・組合せを表面に出さないかわりに、樹形図その他別の方面から順列・組合せの考えにせまっている、という事実である。中学校では、このような行き方がもっと真剣に考えられるべきである。

順列・組合せの、数学の体系中における位置づけはとむかくとして、小・中・高校での指導におけるたいせつなポイントは、二者択一の原理である。順列・組合せの根幹では、いくつかのものの中からえらぶことが問題になる。えらぶということは、特定の一つ以上に注目することであり、結局は、二つあるうちのどちらかに注目するかが、最も基本的な場合となる。この原理こそ、場合分けの出発点であり、順列・組合せの理論の根幹となる。

このように見てくると、確率として、二者択一の原理の上になせらるる概念である。起るか、起らないか、から出発すると見ればよいのである。筆者は、順列・組合せ・確率を通じて、この原理を強調した指導に徹することを主張するものである。

第二の問題に移ろう。それは、理論と実際の調和に関するものである。この調和の必要性は、あえて説くまでもない。ただ、調和のあり方について、確率の場合には、他の数学科の教材とくらべて、別の要素が存在することに目を向けるべきであることを述べたい。

確率論の応用面として、最も大きく取り上げられるものの一つに統計学があ

る。いやむしろ、統計学と相まって確率論が発展したと見る方が妥当であるかもしれない。このことについては、多くの文献に述べられているが、一例を岩田至康氏の著した教科書中の歴史的考察に引いてみよう。⁽¹⁹⁾ 第八章統計と確率 §1 国勢学派と政治算術(統計学の起り)において、国勢学派と政治算術の二つの源流を説き、さらに政治算術の解説の中で、

商人グラウントの死亡記録に関する論文の解説 → 経済学者ペティの人口及び政治問題の数学的取扱い → 天文学者ハレーの死亡率推計、保険料金の計算 → 火災保険

と流れを示している。

その後、§3 数理統計学の発展 では⁽²⁰⁾ ケトラーによれば、

- | | |
|------------|--------------|
| 1. 人口統計の研究 | 2. 道徳統計の発展 |
| 3. 平均人の理論 | 4. 人体測定学への貢献 |

をあげている。

このような幅広い展開は、中・高校における確率および統計教材取り扱いの方向を示唆するものである。

もちろん、同じく算数・数学科の中でも、他教材との性格上の比較考慮もなされるべきである。経験を主体として生まれた確率の考え方は、経験に立ちかえてその応用が期待されるのは当然である。

結 語

備忘が、とかく望ましいものへの方向づけを見誤らせるものであることと、確率関係の教材について論ずるのが、本稿の主要目的であった。今や、新指導要領による小・中・高校の算数・数学科の教科書では、20~30年前の確率に関する教科書の行き方から脱皮すべき時期にあると考えられる。

ばくち、生命に視野をゆがめられることなく、すなおに専攻の取り上げ方を考えねばならない時期において、スポーツ、ゲームを新しく見なおしたい。

また、順列 → 組合せ → 確率という流れは、本来の姿であるかどうかを及ぼしたい。

そして、理論と応用を調和させるための潤滑剤として、経験性をクローズアップさせたい。

以上が、本稿の論旨である。

〔参考文献〕

1. 文部省 : 高等学校、新しい数学教育 —— 数学教育現代化講座指導資料, 1968. p. 116

2. 文部省 : 中学校. 新しい数学教育 — 数学教育現代化講座指導資料, 1968. p.175
3. 片野善一郎 : 数学と社会, 1971. 富士短期大学出版部. p.152~153.
4. 石井省吾談 : カジヨリ. 数学史 中巻, 1971. 津程書房. p.58~59.
5. 同書 : p.59~83
6. 松岡元久 : いのちとばくち, 東北版教室の窓 (東北の数学教室 No. 47), 1970. 東京書籍株式会社東北支社. p.1
7. 5社版: 小学校検定教科書 (大阪書籍, 学校図書, 教育出版, 啓林館, 東京書籍) 現行版
8. 6社版: 中学校検定教科書 (大阪書籍, 学校図書, 教育出版, 啓林館, 大日本図書, 東京書籍) 現行版
9. 岩田至康 : 歴史的にみた数学概論, 1954.(初版) 文憲堂七号社. p.154~155
10. 同書 : p.160~161