

パソコン教材としてのふくらまし教材の開発とその授業の実践的研究(3)
—— 面積関数・中学生の積分へのアプローチ ——

佐伯卓也・阿部チエリ・黒沢真由美・佐々木明子(岩手大学)

あらまし

$y=a$ より $\int_0^x a \, dt = ax$ が得られ、 $y=x$ より $\int_0^x t \, dt = x^2/2$ が得られることへのアプローチとして、面積を計算することで実現することを考えた。パソコン教材を、自動車のアニメから導入するように作成、授業実践の結果、十分な手ごたえを感じた。

キーワード

パーソナルコンピュータ、パソコン化教材、パソコン化授業、CAL、IWAT

0. はしがき

一般のふくらまし教材についてはすでに述べている(佐伯, 1985)ので略す。ここでは面積関数に関係する部分について触れる。面積関数は、簡単に言えば定積分である。その求めかたは区分求積法による。生徒には、面積をパソコンのグラフィックで説明し、パソコンの計算代行により、高度な計算をブラックボックス化して結果を提示しようとしたものである。Ssは中学二年の生徒である。パソコン化教材(PCM)を開発し、それを用いてパソコン化授業(PCT)を一単位時間実施した。PCTの結果を、IWAT、ファンヒーレ水準テスト、PCSD-Uの変容で評価した。また試験的にIARとGCTを実施し、補助的なデータとした。

本研究で、特に、取り扱いに注意したのは、ある関数のグラフとx軸に挟まれた部分の面積からそれを考えなおしてある関数の値と見なす点である。つまり、数学的には面積を求めることを媒介にしてある関数から原始関数をもとめることに対応している。授業の結果、この所は問題は残ったが一応無事に通過したように見える。

本研究の役割分担は、佐伯の指導で、PCMの開発は、阿部、黒沢、佐々木があたり、PCTは佐々木が実施した。全体的な指導とマネージ、データ処理等は佐伯があたった。また、VTR収録は阿部、黒沢があたった。本研究のVTRテープ、PCMのディスクは佐伯研究室にある。

1. パソコン教材の作成

一つの関数 $y=f(x)$ とそのグラフを考える。 $[0, a]$ ($a>0$) で、 $y=f(x)$ のグラフとx軸との間の面積を $F(a)$ としたとき、これはaの関数となる。 $a<0$ のときは $[a, 0]$ で同じ事を考える。一般にこのaをxと考え、関数 $F(x)$ とし、これを面積関数 (area function) という。従って一般に $F(x)$ は

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| \, dt$$

と考えられる。

(例1) $y = ax$ の面積関数を $x \geq 0$ で考えれば $1/2 \cdot ax^2$ である。なぜなら図1により $F(x) = \triangle OTS$

$$\begin{aligned}\triangle OTS &= 1/2 \cdot OT \cdot TS \\ &= 1/2 \cdot x \cdot ax \\ &= 1/2 \cdot ax^2\end{aligned}$$

となるからである。

(例2) $y = ax^2$ の面積関数は $1/3 \cdot ax^3$ 。なぜなら図2で、 OT 間を n 等分し、一つの長方形の面積は、 $T(i, 0)$ とすると

$$a \left(\frac{ti}{n} \right)^2 \cdot (t/n) = at^3 i^2 / n^3$$

である。普通の区分求積法のようにして全体では

$$\begin{aligned}S_n &= a \left\{ (t/n)^2 + (t \cdot 2/n)^2 + \dots + (t \cdot n/n)^2 \right\} \cdot t/n \\ &= at^3 / 6 (1 + 1/n)(2 + 1/n) \rightarrow 1/3 \cdot at^3 (n \rightarrow \infty)\end{aligned}$$

従って、 $f(x) = ax^2$ の面積関数は

$$F(x) = 1/3 \cdot ax^3$$

である。

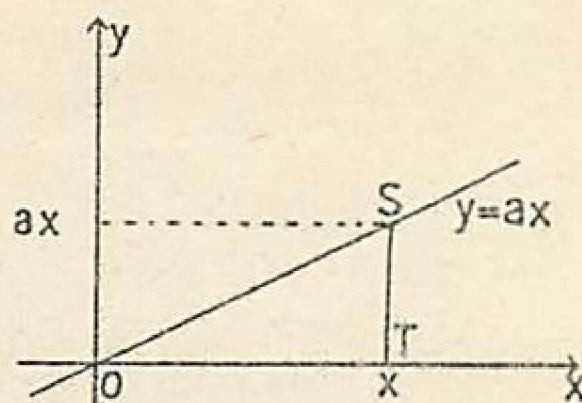


図1 $F(x) = 1/2 \cdot ax^2$

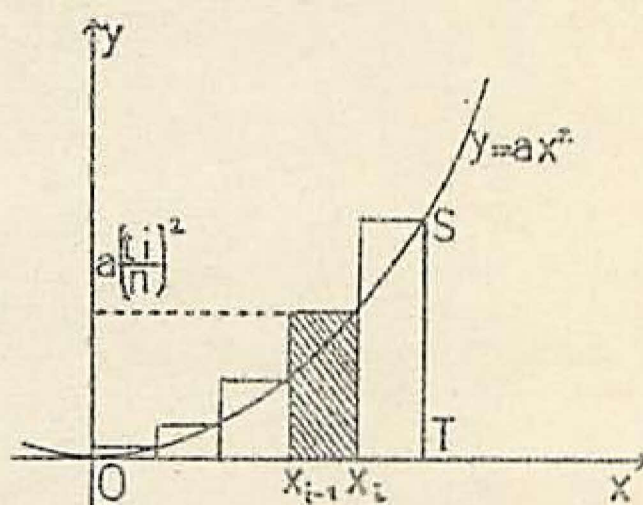


図2 $F(x) = 1/3 \cdot ax^3$

以上のような考えの下で、中学校二年の生徒のために、PCMに翻案した。具体的な「物」(実際はここでは表徴水準)でイメージ化させるため等速運動をする自動車と、等加速度運動をする自動車のアニメを利用した。以下、プログラムと内容を簡単に記す。

- (1) 初期設定【0～30】(ここの数字はステートメントナンバー、以下同じ)
- (2) “等速直線運動”と表示【50～200、6120～6340、6530～6820、7010～8040】
- (3) 自動車を等速運動させるシミュレーション【220～560】

【270～380】で自動車を描き、それを【390】GET (O, O) - (O, O), A% で絵を取り込み、【400】X=0:Y=0 で最初の絵を、ついでX=X+2、Y=Yで2ドットずつ増やして、【540】PUT (X, Y), A%, PSET で絵を動かした。絵が動くように見せるために、新しい絵を描くとき、前の絵を消す必要がある。そのためには、自動車の左ぎりぎりに座標を指定せず、2ドットだけ余分に座標を指定してGET～PUTをした。等速運動であることを強調するため自動車が走り始めてから0.5時間毎に通過地点をBEEP1の破裂音で示し、その瞬間の速度を示した。これは自動車の通過後も残るようになっている。

- (4) 距離の記入と確認【570～830】

(3)の自動車の走った距離をいれる。そのときいちいち生徒とやりとりするため、いちいちプログラムのラン状態を止めるようにした。そのため、GOSUB 10000、それをうけて10000 LOCATE 79, 0:AS=INPUT(1):RETURN を入れて、任意のキーを押すことで前に進むようにした。この「任意のキーを押して、入力待ちで止まっているプログラムを、先へ進める」操作はPCTには極めて大事なことである。それは、教師が生徒を見たまま、いちいちパソコンのキーボードを見なくとも、パソコンのキーを押してプログラムを進めることが出来るからである。

- (5) 表にまとめる【570～830】

- (4) の結果を表にする。X時間、Y速度、Z距離の関係の表である。
- (6) X、Y、Zの関係のグラフの予想【910～1000】
- (7) XとYの点、XとZの点のプロット【1010～1110】
- (8) 関係式の提示【1120～1150】
 $Z = 10X$ を示し、グラフを描く【1160～1170】
- (9) $Y = 10$ のグラフの等分と対応グラフ($Z = 10X$)の点のプロット【1220～1400】
 等分は任意にできる。 $Y = 10$ の方で順に色を染めていき、それと同時に、対応する $Z = 10X$ も同じ色の点がプロットされる。
- (10) (9)の確認【1410～1470】
 $Y = 10$ を240等分して、精度をあげて提示した。
- (11) 等加速度直線運動の文字【1490～1630とサブルーチン】
- (12) 自動車によるシミュレーション【1650～1890】
 前と異なり動きがだんだん変わるので、X軸を $(0.1 \times 1)^2$ ドットずつ増やし、GET命令の座標指定余白も34ドットに増やした。
- (13)～(22) 等速直線運動のときと同じように、X、Y、Zの関係を提示【1900～3630】
 中学校段階では、「二次関数」「二次曲線」という用語は扱ってはいないし、しかし等速直線運動、等加速度直線運動なる用語も出てくるので、「二次関数」「二次曲線」なる用語の使用は控えた。また、一般には「変化の割合」として a が入ってくるが、文字が入ることにより抽象的になるので、割愛した。

2. 実際の授業

授業日時は昭和60(1985)年12月17日(火)4:20～5:10(50分)であり、佐々木が授業を担当した。Ssは岩手大学教育学部附属中学校二年の選抜された生徒で、男子9名、女子2名、計11名の生徒である。次に指導案を示す。

単元名 面積関数

本時の指導

- 1、ねらい パソコンを用いて区間 $[0, x]$ でx軸と $y = ax$ の間にはさまれる部分の面積 z は、 $z = 1/2 \cdot ax^2$ という関係になることを知る。

2、展開

	学習内容	学 習 活 動	主 なる 留 意 点	時間	教具等
導 入	課題提示	1、今日学習することを知る。 (1) 時速10kmで走る車が3時間に進む距離を考える。 (2) どのように学習するかを知る。	・時間と速度と距離の関係を復習させる。 (速度)×(時間)=(距離) ・速度が一定の場合と、速度が変化していく場合に分けて考えることを知らせる。	5分	黒板
	等速直線運動のグラフ	2、 $y=10$ のグラフから $z=10x$ のグラフを導く。 (1) 表題を見る。			パソコン

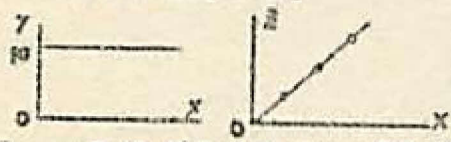
等加速度
直線運動
のグラフ

(2) 速度一定の車が動くのを見る。

(3) 進んだ距離を考える。

(4) 表とプロットした点から $y=10$ と $z=10x$ を導きそのグラフを見る。

(5) 色を塗った面積の値を求め、それが $z=10x$ の直線上にあることを確認する。



3. $y=2x$ のグラフから $z=x^2$ のグラフを導く。

(1) 表題を見る。

(2) 速度がどんどん速くなって車が動くのを見る。

(3) 進んだ距離の値を知る。

(4) 表を見る。

(5) プリントのグラフに x と y 、 x と z の値の組の座標を記入し、 y と x の関係式とグラフ、 z と x の関係式とグラフを予想する。

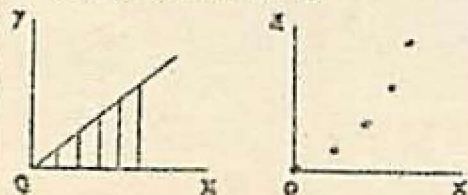
(6) 座標を打った点を確認する。

(7) $y=2x$ の式とグラフを導く

(8) 等加速度運動の時と同様面積を用いて距離の式とグラフを導けると予想する。

(9) n 等分をし、プロットしていく。

(10) 色を塗った部分の面積が $z=(1/2)yz=(1/2)2x \cdot x=x^2$ であることを導く。



・速度が一定の場合についてやる。
ことを確認させる (速度 10 km/h 、速度=瞬間の速度)。

・表から式を導かせる。

・ n 等分して、等分した分ずつの面積とグラフのプロットの関係に注目させる。

(・面積が距離であることを分らせる。)

20分

パソコン

・速度が変化 (増加) する場合についてやることを確認させる。
・(速度) \times (時間) = (距離) ではないことに気付かせる。

・机間巡視

・プリントに書くことにより、特に z の値の変化に注目させる。

プリント

・パソコンと実際に比較して確認させる。

・等加速度運動の時の距離は
(速度) \times (時間) $\times 1/2$
= (距離)

であることに気付かせる。

・生徒に実際にやらせて面積とプロットの関係に注目させる。

・等速運動の時と同様、面積を用いて距離のグラフが導けることを確認させる。

20分

終 結	まとめ	<p>4、距離が面積で表されることが分かる。</p> <p>(1) 等速直線運動の距離は (速さ) × (時間) = (距離) であることを確認する。</p> <p>(2) 等加速度直線運動の距離は (速さ) × (時間) × (1/2) = (距離) であることを確認する。</p> <p>(3) 距離が面積であることを確認する。</p>	<p>・等速直線運動の距離の求め方を確認させる。</p> <p>・等加速度直線運動の距離の求め方を確認させる。</p> <p>・距離は時間と速さの面積によって求められることを確認する。</p>	5分

次にPCTのプロトコールの一部を示す(T:教師、S:生徒)。

• • • • •

T、大丈夫、安心して見ていて。(画面のグラフを指しながら)ここの縦軸は速度。横軸は時間。分かる? こっちの縦軸は何?

S. 距離

T. 見える？　ちょっと見えないかな。（机を動かす）

縦軸は距離、横は時間、それで、そのね時間の時に点を打っていったの。みんなも打てるでしょ。じゃ、次ぎ、YとX、時間と速度の関係の式、この点線の式を。

 $S, Y = 10$

T、Y=10、本当にそうか。(キーを押す) Y=10。じゃ、これをグラフにしてみます。(キーを押す) こういうグラフなのね。じゃあ、次ね。XとZの関係、時間と距離の関係。この式は？

$$S_z = 10X_0$$

T、Z = 10 X。みんなそれでいいですか。（キーを押す）そうですね。これをグラフにして見ると。
（キーを押す）みんな分かる？ ね。

S. 難しい。

T、難しい？ 難し過ぎてもう頭がバナーになりそう？　じゃあね、次、ここからですよ。問題は、ここから。さっき、一定の速さの時は、距離どうやって求めた？　何×何？

 $S = \text{速度} \times \text{時間}$

T、うん、速度×時間。このグラフでどうにかまとめられないかな。計算で求めれない？ 速度×時間と

S、(不明)

T、じゃ、距離は？

S. 距離=……(不明)

T、距離 = ?

S. 距離 = 時間 × 速度

T、うん、時間×速度で、文字でいうと？

S、距離は、 $Z = \dots$

T, Z = ?

S、Z=…時間は？

T. X

S、 $Z = XY$

T、 XY 、うん、ということは、何が出来ると思う？ 例えばね。例えばだよ。今ね、ちょっと区切って見るから。（キーを押す）こうすると、ここで区切るのが分かるでしょ。

S、面積だ。

T、面積と等しい、分かるかな。区切っているでしょ。時間で区切っているでしょ。この区切った時間、0.5 と 0 から 0.5、30 分後と、速度 10km を掛けた面積、これね、これとこっちの何が等しいと思う？ 何番目の ……

S、0.5 と 5 キロの……

T、0.5 と 5 キロ、これ？ （キーを押す）見える？ ポチッと赤くなったの、これ、同じということ。じゃ次。1 時間後とこの 1 時間後合うかどうか。（キーを押す）

S、（不明）

T、うん、ということは、どうやら、ここの面積とこのグラフは関係がありそうだね。面積を取るとここに打たさるでしょ。いい？ 距離は面積で表せることが分かった。距離は面積で表せる。さっき言ったよ。なんだっけ。

S、H 君。

T、H 君？ H 君がさっき、距離は面積で表せるって言ったけど、どうやらそうらしいですね。じゃ、もっと細かくしてみます。（キーを押す）今度はね、じゃあ、8 等分くらいにして見ようか。紫の点です。ここの面積がここね。

……………

T、打たさっているね、いい？ ちゃんと考えなければ駄目だよ。ここまでの面積が距離のここなんだよ。ただ、見ているだけじゃ。

（キーを押し終えて）今まで何回も点をとったけど、みんな、この直線のグラフと合うね。これが？

S、 $Z = 10X$

T、そう、 $Z = 10X$ は時間と距離のグラフだよ。それとすっかり同じになるということね。

……………

T、じゃ、次にね、次、次、この意味。さっきは等速だったけど。この等加速ってどういう意味？

S、（数名）同じ加速……、だんだん……。

T、はい、S さん？

S、同じ割合ずつ速度が増えていく。

……………

T、2 乗の式？ 表にして見ると、（キーを押し）どう？ こっちは？ 速度はどうですか？ さっきやったように、時速 2km ずつの割合で増えているけども、わ。距離がちょっと分からないね。じゃ、これ、さっきみたいにさ、点をプロットしてみる。

S、プロットって？

T、点を書くの。さっきも書いたでしょ。……ここに点を打ってちょうだい。このグラフの通りに。さっき見せたでしょ。で、ここに渡してあるから、これにちょっと打って欲しいんだけど。実際に作業してもらいたいんだ。

（S：机に戻り、プリントに記入、T：机間巡視）

T、右の方のグラフも書いてね。あっ、グラフじゃない、点を打ってね。

（S：プリントに記入、T：机間巡視）

T、だいたい、みんなできたかな。じゃ、プリント持ってさっきみたいに集まって。(S:パソコンの前に移動) S:パソコンの前に移動。

T、じゃあ、これから答え合わせをしたいと思います。行きます。(キーを押す) 1の時は1 …

S、2、

T、すみません。1のときは2、2のときは4、4のときは6。

S、3のときは …

……………

T、みんな、 $Y=2X$ でいいですか？(キーを押す) そうですね。それじゃ、これをグラフにしてみますよ。(キーを押す) 時間と速度の関係はこういうグラフになりました。次ぎ、これなんだけど、 X と Z の関係を表す式は何になると思う？

S、 $Z=X^2$

T、(キーを押す) そうですね。よく理解していますね。

S、 $X \times X$

S、 X^2 って書けない？

……………

T、何を出すと距離が出るって言った？ X と Y のグラフで、ほら、面積を出すと距離が出るって言うのやったね。これでも面積を出したいと思わない？ そうすると、… M君

S、 $X \times X \times 1/2$

T、M君。 $X \cdot Y$ の $1/2$ で出るんじゃないかって。表を見て、裏を見て。(キーを押す) これ何角形？

S、三角形。

……………

T、うん。そうすると、どうやら距離は？ 速さ \times ？

S、 $1/2 \cdot XY$

T、うん。 $1/2 \cdot XY$ ということは？ 速さ \times 時間÷？

S、2

……………

授業者の感想について一言述べておく。「本PCTにおいて、積分の原理は理解できたのではないだろうか。というのは、同じ方法を二度繰り返し、面積関数を教えたので定着度は高いように見えたからだ。一次関数、二次関数という言葉は用いなかったが、この考えを応用していくと次々に次数の高い関数のグラフを作っていくことができる、ということに気付いたように見える。生徒は面積関数に興味を持ったらしく、PCTの後に、曲線のグラフ($y=x^2$)を n 等分した面積を求め、その面積関数をパソコンで見せて欲しいと頼まれたこと、翌日会った時も同じことを言っていたことでもわかる」。この事実は、Ssが本PCTの目標にしていた、一次関数から二次関数への発展だけに止どまらず、二次関数から三次関数の段階への発展に興味を持っていた、ことを示しているように見える。

3、授業(PCT)の評価 ———— 結果

3、1、手順と被験者

研究のテストデザインは図3の通りである。事後テストで12/17とあるのはPCTの直後に行

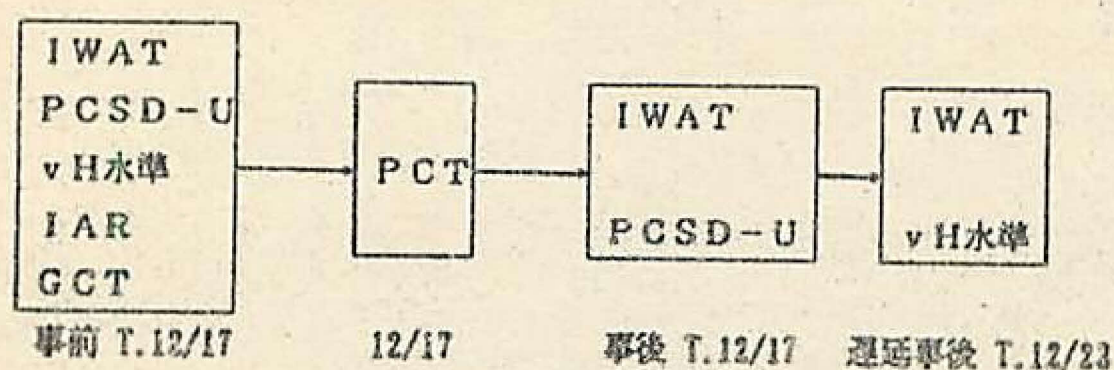


図3 テストデザイン

なった事後テストでIWATとSD、更にIWATは遅延事後テストとして、また、水準テストは事後テストとして12月23日に実施した。ただ、この場合Ssは6名に減ってしまったので、正規の考察からは外すことにした。Ssは岩手大学教育学部附属中学校二年の選抜した生徒（ボランティア）で男子9名、女子2名、合計11名であった。PCTは12月17日16時30分～17時20分、附属中学校の教生室で実施した。

3、2、IWATとその結果

本PCTは、一応、教科書と関係が無いので、次の命題と授業目標をもとにしてキーワードを選び、内容構造を決定した。

- 1) $Y = aX$ は一次関数である。
- 2) $Y = aX^2$ 、 $Y = 1/2 \cdot aX^2$ は二次関数である。
- 3) $Y = a$ から $Y = aX$ のグラフを導く。
- 4) $Y = aX$ から $Y = 1/2 \cdot aX^2$ のグラフを導く。
- 5) 一次関数のグラフと二次関数のグラフの関係を学習する。
- 6) $Y = aX^2$ のグラフも、 $Y = 1/2 \cdot aX^2$ のグラフも曲線である。

（もちろん、数学的には、それぞれ、 $Y = aX$ は一次関数の、 $Y = 1/2 \cdot aX^2$ は二次関数の特別の場合であるが、ここでは便宜上このように記している。）

次に、選んだ8語のキーワードとその番号を示す。

- ①一次関数 ②二次関数 ③ $Y = a$ ④ $Y = aX$ ⑤ $Y = aX^2$ ⑥ $Y = 1/2 \cdot aX^2$
 ⑦グラフ ⑧曲線

次に、内容構造の隣接箇所（11箇所）であるがSsの事前・事後テストの応答数の表（表1）の中で

表1 IWAT内容構造、事前・事後の応答数

事後\事前	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	意味度
①		0	5	¹ 11	0	0	² 5	0	2
②	1		0	0	³ 11	⁴ 11	⁵ 5	4	3
③	11	0		⁶ 0	0	0	1	0	1
④	¹ 11	0	³ 0		0	⁷ 0	⁸ 3	0	4
⑤	0	² 11	0	0		2	⁹ 5	3	2
⑥	0	⁴ 11	0	⁷ 0	2		¹⁰ 5	2	3
⑦	² 11	⁵ 11	4	⁸ 5	⁹ 6	¹⁰ 7		¹¹ 4	6
⑧	0	6	0	0	5	4	¹¹ 6		1

示す（IWATはバージョン1で実施したことを付け加えておく）。表中下線部分は内容構造の隣接箇所

所であり、左肩の数字はその番号である。また、意味度は内容構造の意味度である。

次に表1のデータから認知構造を示しておく。図4は事前I WATの認知構造であり、図5は事後I WATのそれである。バスは事前も事後も ————— は10以上、——— は10未満、また ······· は内容構造のバスを参考のため示したものである。

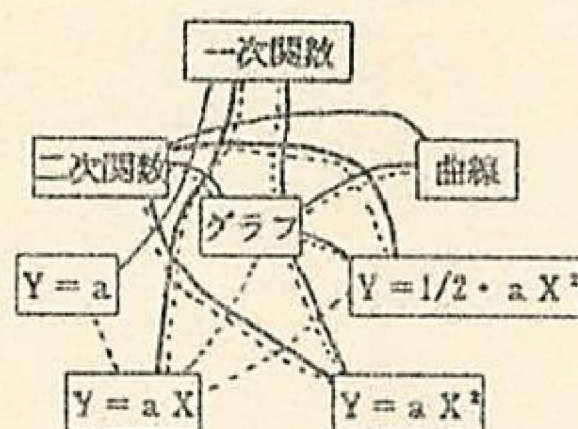


図4 事前認知構造図

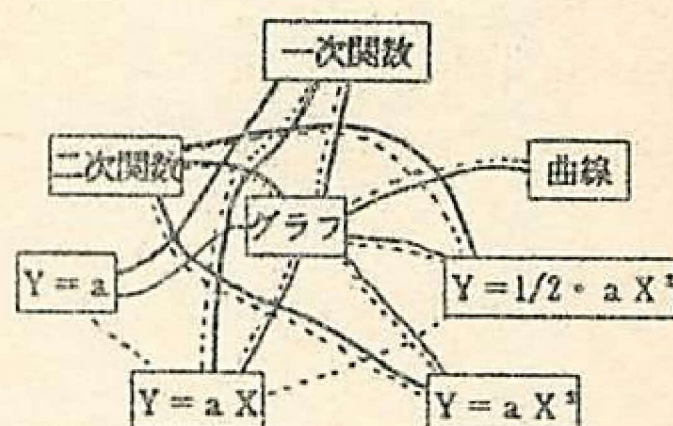


図5 事後認知構造図

事前から事後になると当然ながらバスが太く成っているのがわかる。内容構造にはない“一次関数～ $Y=a$ ”が結ばれ、しかも事後で太くなっているのは気になる。不定積分ということで、内容構造で結んでいた 6 “ $Y=a \sim Y=aX$ ”、7 “ $Y=aX \sim Y=1/2 \cdot aX^2$ ” (6、7 は隣接箇所番号) は全く結ばれていない (どちらもバスは0) ことは、一度だけの授業だからこうなったのか、何回もすると結ばれるのか、今後の興味ある問題として残った。

次に、内容構造と認知構造の距離を表2で示す (この距離の定義は、例えば佐伯 (1981) 日教集会誌・数学教育、35-1、pp. 31～36 参照)。dとDは、それぞれ、意味度と距離行列の距離

表2 内容構造と認知構造の距離

<div><div></div><div>d</div></div> <div>D</div>		内容構造	認知構造	
			事前	事後
内容構造		-	. 4 6 8	. 3 5 4*
認知	事前	. 1 2 4*	-	. 3 5 4*
	事後	. 0 9 4***	. 1 1 3**	-

*: やや近い ** : 近い *** : 大変近い (佐伯、1984b 参照)

を表す。表2によれば、d、Dともに事前より事後の方が内容構造に、より近くなっているのが読み取れる。生徒の認知構造が、わずかに一単位時間ではあったが授業の結果、これだけ内容構造の方へ近付いたのが認められる。

次に、図6 (次ページ) で標準P-Pグラフを示す。図中の番号は内容構造の隣接箇所の番号であり、 C_1 、 C_2 、 C_3 はグラフパターン決定のために行ったクラスター分析 (重心法) の結果のクラスターである。この結果グラフパターンは一応Ⅱ型と考えられる。また、変容係数は $\beta_1 = .18$ 、 $\beta_2 = 2.71$ であり、注意円は、中心の座標が (50.41, 65.29) であり、半径は77.58であった。このグラフから本PCTを評価すれば、一応授業は成功的であったように見える。

次に、これらのキーワードから作った内容構造の妥当性を見るためKWA (キーワード分析) グラフを調べた (図7-次ページ)。KWAグラフの上では一応妥当であるように見えるが、隣接箇所番号6、7は、前にも指摘した通り、問題のあることがこれからもわかる。さらに、内容構造の隣接箇所ではないがA “一次関数～ $Y=a$ ”、B “ $Y=a \sim$ グラフ”、C “二次関数～曲線”、D “ $Y=aX^2 \sim$ 曲線”

・ も考える必要があろう。

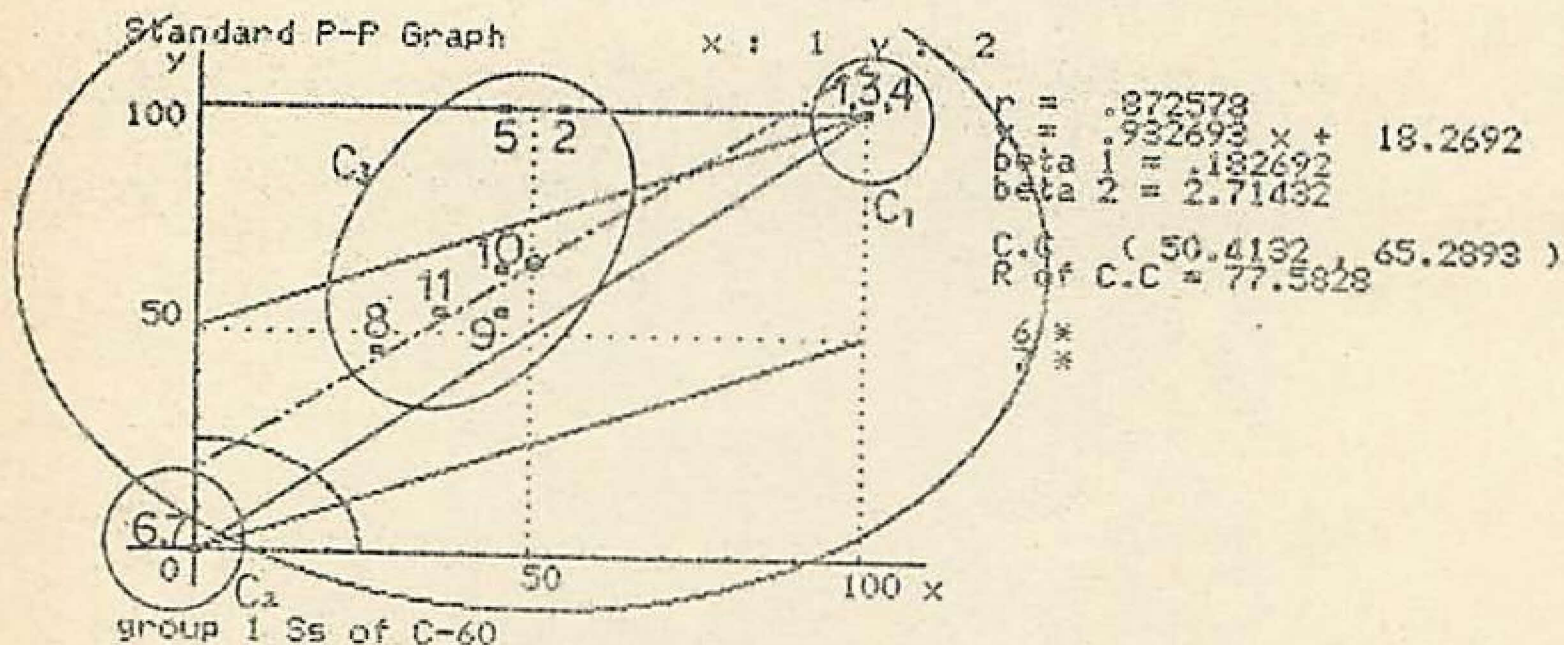


図6 標準P-Pグラフとクラスター分析の結果

key word / クラス --- 8
 ニズウ --- 11

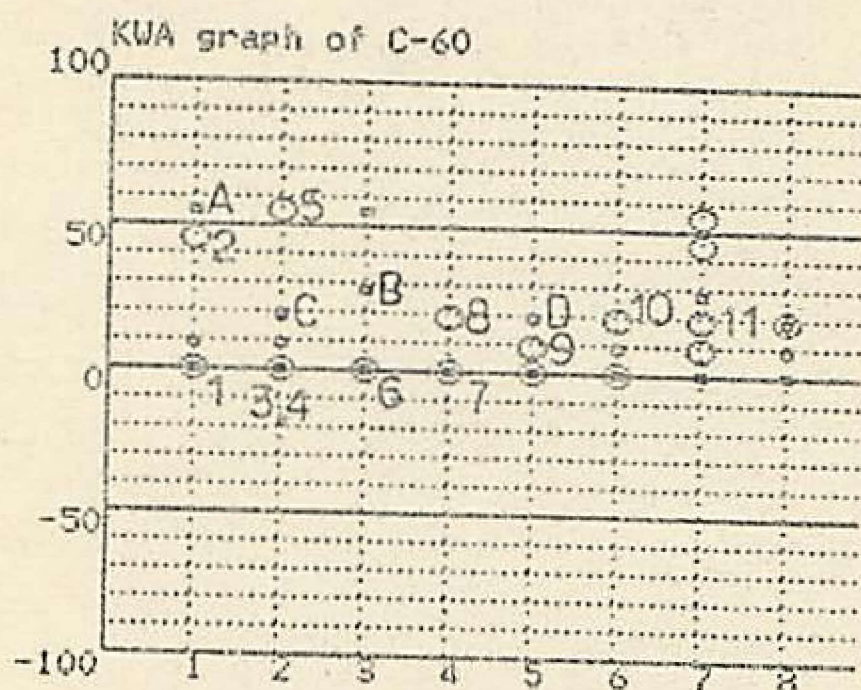


図7 KWA (キーワード分析) グラフ

本研究ではSsは6名であったが遅延事後テストを実施している。これから階差P-Pグラフを作っているが、標本が一部であったこと、結果が平凡であったことなどから、ここでは略す。

3. 3. ファン・ヒーレ水準テストの分析と結果

本研究で用いたファン・ヒーレ代数テストは、水準0 ([1] [2])、水準1 ([3])、水準2 ([5])、水準2.5 ([6])とあり、成功基準を全水準で75%とした。その結果、事前・事後ともにエラーが1であり、再現性係数 $Rep = 0.9773$ となり、尺度化可能になった。問題は阿部 (1986) 等にある。

3、4、PCSD-Uの結果

PCSD-Uは、一応、大学生用として開発した、パソコンへの態度測定用具のSD尺度（佐伯、1984a）である。これを今回は中学生用として転用した。事前・事後で有意差の出た尺度は、第9尺度（ $t=3.385, 0.001 \leq P < 0.01; df=9$ ）のみであった。SDプロフィールは大学生のそれに似ている（佐伯、1984a）。図8でSDプロフィールを示す。

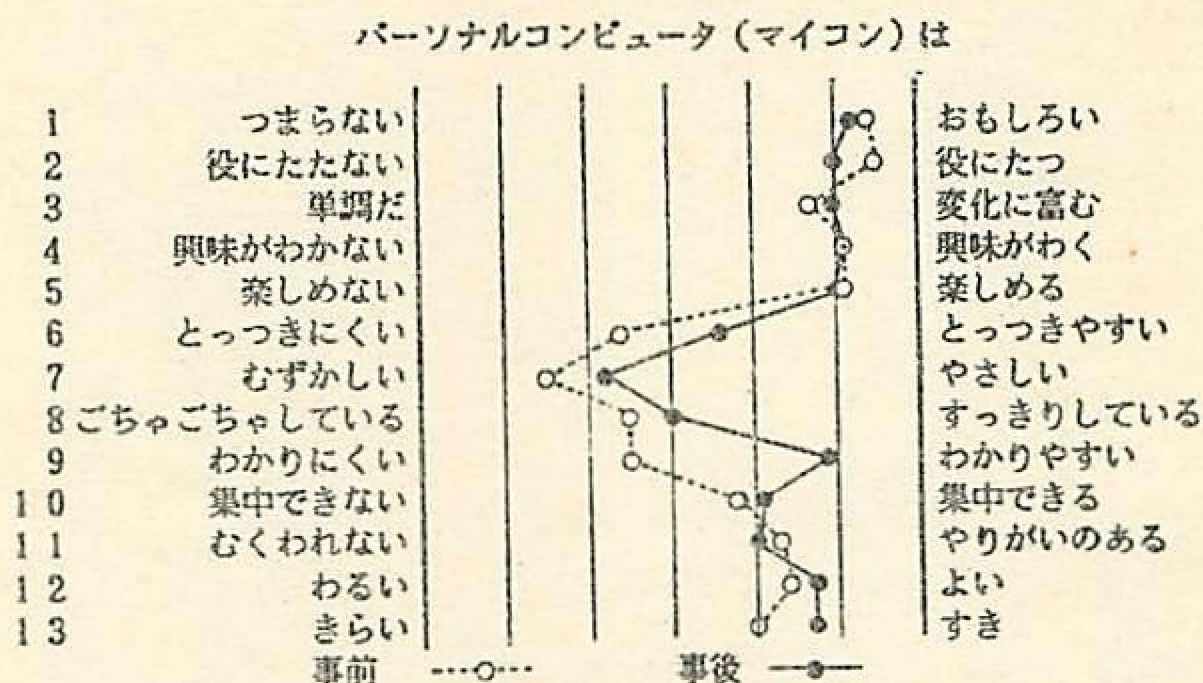


図8 PCSD-UのSDプロフィール

次に、因子分析の結果を表3に示す。事前は3個の因子が出そうだったが前の研究に合わせて、恣意的ではあるが、因子Ⅱまでとした。対角線要素はSMC（重相関係数の平方）とし、因子2個でバリマッ

表3 因子負荷量と共通性（小数点省略）

尺度	事前テスト			事後テスト		
	因子Ⅰ	因子Ⅱ	h^2	Ⅰ	Ⅱ	h^2
1	<u>89</u>	34	91	<u>97</u>	16	96
2	<u>-62</u>	26	45	<u>94</u>	07	90
3	<u>88</u>	-28	86	<u>97</u>	04	93
4	33	<u>61</u>	48	<u>97</u>	16	96
5	<u>54</u>	41	46	<u>82</u>	10	69
6	20	<u>91</u>	87	31	<u>86</u>	83
7	01	<u>77</u>	60	19	<u>98</u>	99
8	<u>-71</u>	57	82	-43	<u>89</u>	95
9	-08	<u>89</u>	79	<u>60</u>	37	49
10	<u>88</u>	10	79	<u>61</u>	51	64
11	<u>49</u>	04	25	<u>74</u>	41	72
12	-39	<u>59</u>	50	54	<u>56</u>	60
13	<u>57</u>	32	42	<u>44</u>	43	38
固有値	4.4	3.8		6.5	3.6	

クス回転をした。結果は、ほぼ、第Ⅰ因子は評価（E）因子、第Ⅱ因子は親近性（F）因子と考えられるが、大学生の結果と少し異なる所もある。その上、同じ時に実施した他の班（例えば佐伯、1986

b) の次元とも少し異なる（他の班は大学生の次元とほぼ一致していた）ことを指摘しておく。この原因については今の所不明である。

3、5、その他の結果

全変数の個人別スコアの関係調べよう。まず、表4で各変数の平均値（M）と標準偏差（SD）と

表4 全変数の平均値、標準偏差そして満点値

		M	SD	満点値
IWAT (事前)	TA	7.27	1.71	28
	CA	4.45	1.50	11
	プラス	18.64	2.01	28
IWAT (事後)	TA	10.27	2.14	28
	CA	5.27	1.54	11
	プラス	17.27	1.54	28
ファン・ ヒーレ	事前	80.09	9.84	100
	事後	89.55	5.73	100
PCSD -U	事前	63.27	8.76	91
	事後	69.45	13.56	91
IAR	I+	12.09	2.94	17
	I-	11.73	3.82	17
	全I	23.82	6.60	34
GCT		84.55	4.98	100

満点の値を示しておく。PCSD-Uは各Ss一人ずつの総得点の値をとり、IARは八柳（1980）、佐伯・神林他1名（1986）に述べてあるので略す。また、GCTについては沢（1966）、佐伯、1986b）を参照されたい。次に、これら諸変数間の積率相関係数を示す（表5）。

表5 全変数の積率相関係数と無相関検定

IWAT事前			IWAT事後			van Hiele		PCSD-U		IAR			GCT
TA	CA	+	TA	CA	+	pre	post	pre	post	I+	I-	全I	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	77**												
3		84**											
4													
5			89**										
6				77**									
7													
8													
9													
10								83**					
11						65*							
12						66*				91***			
13						67*				97***	99***		
14													

(df=9 * 5%、** 1%、*** 0.1% 危険率で有意)

帰無仮説 $H_0: r = 0$ で無相関検定をし、有意になった所だけ記入してある。目立ったのはファン・ヒーレ水準の事前とIARの3スコアが5%危険率で有意になったことである。

次に、基準変数のメディアンにより上位群、下位群に分けるという一種のGP分析であるHL分析を試みた。まず、各変数は全部上位群と下位群の平均の間に有意差が出て、正式のGP分析ではないが、一応の弁別力が認められたことになり、用具の妥当性の一部が認められることになった。またHL分析で有意になった所は全部正の関係であったことも目立った結果である。同じ変数以外で相関係数と重なった所は一箇所も出なかった。ただ、PCSD-Uの事前、事後とIARのI-と全Iは関係があること、IWAT事後のCAスコアとPCSD-Uの事前スコアに関係が認められた。

4、考察

本研究におけるPCMは、二三の改善すべき点はあるものの概ね使いやすく、しかも作成者の個性が良く出ているように見える。本時の中心と見られる文節の一つ「左画面の $Y = a$ のグラフと x 軸及び $X = k$ で囲まれる部分の面積で k に任意の値を代入（生徒からも希望を取る）し、そこで面積を計算し、それを右画面に縦座標として同じ k の上にプロットする」は、特に注意深く作成した。ここは生徒にとっては、面積という二次元的な広がりを持つ量を、 y 座標という一次元の量に対応させることになる、という数学的な抽象的な思考が要求されるからである。この問題の中学生対応のふくらまし教材として扱ったPCTの結果は一応は成功的のようには見えたが、一方、前にも指摘した通り、不定積分を意識した隣接箇所、 $Y = a \sim Y = aX$ 、 $Y = aX \sim Y = a/2 \cdot X^2$ は、事前・事後を通して全くパスが見られなかった。つまり、生徒は一方のキーワードから他方を連想する状態にはならなかったことを意味している。これは高等学校の生徒や大学生でどうかを調べなければ何とも言えないが、一般に積分の指導での認知構造の変容の問題として今後の追試の必要なことを示唆しているように見える。

PCTの評価用具のうち、IWAT、PCSD-U、ファン・ヒーレ水準テストは今回もほぼ安定的な結果を出していると言えそうだが、他のIAR、GCT等はまだデータが不足で、これ以上何とも言えない。

参 考 文 献

- 1) 阿部チエリ(1986)パソコン化授業の実践的研究～面積関数積分を使ったやさしい二次関数—— 数学教育におけるパソコン教材の位置、岩手大学教育学部昭和60年度卒論
- 2) 黒沢真由美(1986)パソコン化授業の実践的研究 —— 面積関数 —— 一次関数を積分して得られる関数の概念の指導について、岩手大学教育学部昭和60年度卒論
- 3) 佐伯卓也(1984a)算数数学教師教育で用いるパーソナルコンピュータに対する態度測定用具の開発、第15回東北数学教育学会年会発表資料
- 4) 佐伯卓也(1984b)学習者の数学的能力と認知構造の関係(2)、日本教科教育学会誌、9、1～6
- 5) 佐伯卓也(1985)算数数学のパソコン化授業におけるパソコン利用のガイドライン —— ふくらまし教材、数学教育学会研究紀要、26(No. 1・2)、11～20
- 6) 佐伯卓也(1986a)標準P-Pグラフ分析(3) —— 半階差P-Pグラフとキーワード分析、東北数学教育学会年報、17、27～38

- 7) 佐伯卓也(1986b) パソコン教材としてのふくらまし教材の開発とその授業の実践的研究(2)
 —— 円の面積・区分求積法による展開、岩手大学教育工学センター教育工学研究、印刷中
- 8) 佐伯卓也・神林雅紀・平田裕司(1986) パソコン教材としてのふくらまし教材の開発とその授業の実践的研究(1) —— 傾き関数・中学生の微分へのアプローチ、東北・北陸数学教育基礎的研究報告、14、19~36
- 9) 佐々木明子(1986) パソコン化授業の実践的研究、面積関数 —— 区分求積法による一次関数から二次関数への発展、岩手大学教育学部昭和60年度卒論
- 10) 沢 英久(1966) 分析思考と総合思考、長崎大学教育学部研究報告、13、1~16
- 11) 八柳久夫(1980) CrandallらのIARと、これを算数用に修正した尺度との比較、東北・北陸数学教育基礎的研究報告、8、27~39

(付 記) 本研究を進めるにあたり、岩手大学教育学部附属中学校数学科教官、吉川健次、樋口賢一、工藤 呆の三氏に大変お世話になったことを記し、感謝の意を表する。

A Development of Enriched Materials as a Personal
 Computerized Materials and a Practical Research
 about Teachings to Utilize the Developed Materials (3)

———— Area Function ————

An Approach to Integral for Students of Grade 8 ————

Takuya Saeki, Chieri Abe, Mayumi Kurosawa
 and Akiko Sasaki

The Faculty of Education, Iwate University

(Abstracted)

There exists the fact that $\int_0^x a dt = ax$ from a function $y = a$ and $\int_0^x t dt = x^2/2$ from $y = x$. We have tried to rearize the above fact for lower secondary school students by calculating areas by the aid of personal computers. The calculation of areas have carried out by mensuration by parts. The personal computerized materials have been introduced by animations of cars.

The teaching was sufficiently effective.