

## 数学における非C A I 的授業の実践的研究 (3)

——— 中学生対象の関数のグラフ ———

佐伯卓也 (岩手大学)

千葉政弥、田中 洋、千葉 仁

(昭和61年度佐伯研所属学生)

中学数学では、関数のグラフの取り扱い範囲は関数といっても  $ax^2$  とか  $a/x^2$  程度である。ここではパソコンのグラフィック機能を利用することにより、一般の2次関数はもとより、一般の3次関数、4次関数のグラフの授業を試みた。結果は十分の手ごたえがあり、パソコンというツールを利用することにより、授業の成立を確かめた。

キーワード 中学生、数学教育、ふくらまし教材、高次関数、パーソナルコンピュータ  
非C A I 的授業

1、はしがき

未来教師教育の一環として、コンピュータリテラシー教育その他をここ数年間続けてきている。筆者が考えて来た目標行動は(1)パソコン教材開発能力を付けること(暫定的に“PCMリテラシー”と呼んでいる)、(2)パソコン教材を用いて授業ができる能力を付けること(暫定的に“PCTリテラシー”と呼んでいる)、二つであった(佐伯、1987a)。筆者が進めている“パソコンを用いての授業”とはC A Iとは異なり、普通の教室の中で、パソコンを教具として利用する非C A I 的授業の一つであり、以前からPCT(パソコン化授業、personal computerized teaching)と呼んできた。

ところで、教室の中で多くの子どもたちにパソコンのディスプレイを見せようとする時、普通の市販のものでは大きさが小さい。筆者の所ではやむなく生徒の人数を減らした“マイクロクラス”で試行してきた。1986年度の試行では、初めはマイクロクラスで計画をたてていた。授業直前になり附属中学校に、パソコン(RGB)端子のある大画面のテレビが入ったこともあり、それを用いて授業を実施した。本授業は形態はマイクロティーチングであったが、いつでも、“パソコン1台による普通教室で行う授業”に変えることが出来ることは言うまでもない。

また、本稿は表題は異なるが拙稿(佐伯、1987b; 佐伯・阿部・柿崎・細越、1987)と平行してなされた研究であることを断って置く。しかし、本稿ではPCTとそのソフト、つまりPCM(personal computerized material)を中心に記述することにする。このPCMは佐伯の指導で3人の学生が開発し、授業は千葉政弥があたり、本稿のまとめは佐伯による。

2、パソコン化教材(PCM)の開発

この授業の目標は「2乗に比例する関数」(中3、B関数1)の発展としてのふくらまし教材として、いくつかの命題群を目標にとった。その要点は、 $y = x^2$ 、及びその平行移動した関数

$$(y - q) = (x - p)^2$$

のグラフ、及びその逆、さらに、代表的な高次（3次、4次）関数のグラフの形が分かる、であった。

本PCMは、ハードはPC8801mkⅡSR、モニターはAV2800の利用を念頭において作成した。

次にプログラムの概要を記す。〔 〕の中は行番号である。

- 1、画面1 [1020~2140] タイトル「高次関数」の表示。グラフィックで大きい字を筆記体で書いた。
- 2、画面2 [2170~2340] 1次関数 ( $y=x$ ) の平行移動 (x方向、y方向、x-y方向) を表示。移動の大きさは数字キーにて入力。
- 3、画面3~5 [2350~2700] 2次関数 ( $y=x^2$ ) のグラフのプロット。次に、 $-1 \leq x \leq 1$ での拡大図の表示され、初めは点のプロット、次いで曲線になる。
- 4、画面6 [2710~2850] 2次関数 ( $y=ax^2$ ) のグラフの表示で、aに数字を入れ、グラフの外形を示す。
- 5、画面7 [2860~3050] 2次関数 ( $y=x^2$ ) の平行移動。
- 6、画面8 [3070~3310] 2次関数 ( $y=x^2$ ) の平行移動の練習。乱数を利用してディスプレイに  $y=x^2$  を任意に移動したグラフを表示する。その後、答え (グラフの式) を表示する。
- 7、画面9 [3320~3540] 3次関数 ( $y=(1/2)x^3$ ) のグラフを表示する。点のプロットとグラフの概形が表示される。
- 8、画面10 [3550~3770] 3次関数 ( $y=x^3-4x^2+5$ ) のグラフの表示が7と同じように出る。
- 9、画面11 [3790~3980] 4次関数 ( $y=(1/2)x^4$ ) kグラフの表示。前と同じ。
- 10、画面12 [3990~4230] 4次関数 ( $y=x^4-4x^2+2x+2$ ) のグラフの表示。前と同じ。
- 11、画面13 [4240~4460] 4次関数 ( $y=x^4-2x^3-3$ ) のグラフの表示。前と同じ。
- 13、サブルーチン群
  - [4490~4590] 大きな座標の表示。
  - [4600~4650] 1次関数の平行移動した直線の表示。
  - [4660~4700] 「\*方向の移動」の漢字の表示。
  - [4710~4740] 「\*次関数」の漢字の表示。
  - [4750~4850] 2次関数の平行移動した曲線の表示。
  - [4870~4950] 小さな座標の表示。
  - [4970~5280] 2次関数の拡大図 ( $-1 \leq x \leq 1$ ) を表示。
  - [5290~5480] HELPキーを押すと、どこからでもメニュー画面に移動するルーチン。
  - [5490~5500] キーの入力待ち。[INKEY\$]

以上がパソコンソフトの概略であるが、これもPCTソフトとしてのランダムアクセス性、メタゲーム対策等は十分に考えて作ってある。またところどころで画面を反転して白くし、グラフを黒や他の色にして表示したが、モニターテレビのドット数の制限もあり (つまり背景の白が粒子になるので、これはパソコンの専用高解像度ディスプレイでも同じ)、見づらいところもあり、成功的ではなかった。

### 3、授業の実際

授業を受けた生徒は、岩手大学教育学部附属中学校第2学年の生徒で、男子7名、女子4名、計11名であった。Ssは中学2年 (この時点) であるので、1次関数のグラフは既習だが2次関数以上は未学習である。取り扱う内容は一応高次関数としながらも、4次関数のグラフどまりとした。一方、2次

関数では1次関数のグラフの平行移動を理解させること、3次・4次関数では、グラフの特徴的な概形が分かる程度とした。次に指導案の概要を記す。

日 時 昭和61年12月15日(月) 授業者 千葉政弥  
 対象 附属中学校 2学年 共同研究者 田中 洋・千葉 仁  
 主題 高次関数

- 1、本時の目標 (1) 2次関数:  $y = x^2$  を平行移動することができる。  
 (2) 2次関数:  $(y - q) = (x - p)^2$  からグラフの形を考えると、またその逆ができる。  
 (3) 高次(3次、4次)関数の、代表的なグラフの形がわかる。

## 2、指導過程の概要

段階	指導事項	教師の活動	時間	指導上の留意点	教材・教具
導 入	学習内容の説明 平行移動	1、本時の学習学習内容の説明をする。 2、1次関数 $y=x$ を用いて平行移動した式 $y-q=x-p$ とグラフ変換を説明する。	10分		パソコン
展	2次関数のグラフ $y=x^2$	3、2次関数のグラフの概形 (1) $-3 \leq x \leq 3$ での整数を $y=x^2$ にあてはめ、表を埋めさせる。 (2)座標に点を取らせ、グラフを書かせる。 (3) $-1 \leq x \leq 1$ の拡大図で2次関数のグラフが曲線であることを説明する。 (4) $x^2$ の係数とグラフの形の関係を説明する。		・プリント使用 ・点それぞれを直線で結び、点を通る曲線を書く。 ・2次関数のグラフが曲線であることを把握させる。 ・aの入力を行う。	プリント パソコン
開	2次関数の平行移動 グラフの読み取り	4、(1)y 方向の移動をしたときの式とグラフを説明する。 (2) x 方向の移動をした時の式とグラフを説明する。 (3)一般的な移動をした時の式とグラフを説明する。 5、平行移動した $y=x^2$ のグラフの式を考えさせ発表させる。	30分	・頂点に着目させる。 ・移動の時の変化に着目させる。	パソコン 問題提示
終 結	2次関数の一般式 3次・4次関数	6、2次関数の一般式を定義する。 7、3次・4次関数で任意の点を取りグラフを見せる。	10分	・グラフを見せるだけに留どめる。	パソコン

## 3、プリント(略)

#### 4. パソコン化授業の評価

本PCTの評価は、1) VTR収録とそれに基づくプロトコール、2) IWATに基づくP-Pグラフ分析、3) PCSD-Uによるパソコンへの態度変容測定、4) ファンヒーレ水準テスト(事前だけ)により行った。データ採取手順は図1の通りである。

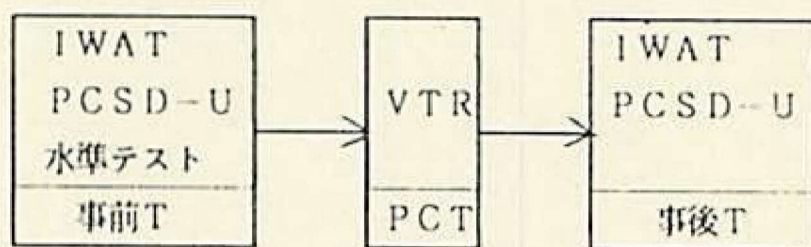


図1 実験デザイン

プロトコールアプローチについては省略し、次のIWATから述べる。

##### (1) IWATに基づくP-Pグラフ分析

本PCTに利用する教材はふくらまし教材なので、授業のねらいの命題群(略)からキーワードを抽出し内容構造を作成した。キーワードは次の11個である。すなわち、①関数、②1次関数、③2次関数、④3・4次関数、⑤頂点、⑥直線、⑦曲線、⑧グラフ、⑨x軸方向、⑩y軸方向、⑪平行移動、である。これらから16個の隣接箇所を選び内容構造を作った(略)。IWAT用具は様式1を用いた。P-PグラフはⅢ型と判定され、変容係数は $\beta_1 = .427$ 、 $\beta_2 = .638$ であった。この結果の解釈は授業はあまり成功的ではない、ということである。次にSsの認知構造と内容構造の距離を見ると、意味度の距離dは事前の0.48から事後の0.41へと少し近付き、距離行列の距離Dは、事前の0.15(やや近い)から事後の0.10(近い)へと確実に近付いたことが示された。この結果の解釈は、授業の内容に対し、キーワード及び内容構造はある程度妥当なものであったといえることができる、となる。もう少し積極的に妥当性をみるためにはキーワード分析(KWA)がいるが、今回はKWAはしていない。

##### (2) PCSD-Uの分析

この用具はもともとパソコン未経験の大学生のパソコンへの態度をみるために開発した13項目、7点尺度のSDバッテリーである(佐伯、1985a)。しかし、中学生Ssへ転用しても同じような結果ができるのが確かめられているので、ここで利用した。分析は、SDプロフィールと因子分析で行った。プロフィールは事前に比べ事後が高い方へ変容するするのは当然だが、ほぼ先行研究と似た形になっている。また、因子分析の結果は、評価性と親近性の因子が析出されたのは先行研究と一致しているが、それに所属する項目が、事後で先行研究に近いが、事前ではちょっと異なっていた。事後で先行研究に近付いたのは、やはり、授業の処遇の結果と考えられる。

SD得点の性差について一言触れる。事前→事後の変容で男子は全尺度で減少したこと、女子では全尺度で増加したのが読み取れる。

##### (3) ファンヒーレ水準テスト

佐伯(1985b)はストリヤールの代数領域でのファンヒーレ水準テストを基にして、高校1年生のための水準テストの実践的研究をした。この時のテストを中学生用に少し変えて用いることにした。具体的には、水準2(ここまでは佐伯の問題と同じ)に付け加え、 $y=0.2x$ のような式を方眼紙に書かせる問題を水準2.3、 $y=0.2$ のような式を平行移動させ、そのグラフを方眼紙に書かせる問題を水準2.5とし、 $y=0.5x^2$ のような式を平行移動させ、そのグラフを方眼紙に書かせる問題を水準2.7とした。

また、水準0、水準3、水準4の問題は省略した。これはレディネステストと位置付け、事前テストとして行った。その結果は100点満点で平均は52.182、標準偏差は16.959であった。事前に実施したこともあり、平行移動のところは誰も出来なかった(20点部分)。この結果から、一応レディネスがあると判断し、PCTに入って行った。さらに水準テストだから先行研究に従い再現性係数を計算した。結果は0.9273と高く、尺度化可能ということになった。

#### (4) その他の結果

IWAT事前・事後の個人別得点としてのTA、CA、プラスの各得点6種類(いずれも100点満点)、PCSD-Uの事前・事後の個人別の合計得点2種類(いずれも91点満点)、ファンヒーレ水準テスト1種類(100点満点)の9変数の積率相関係数を計算し、無相関検定(df=9)をした。この結果、IWAT事前のCAとプラス(5%危険率で有意、以下同様)、IWAT事後のTAとCA(1%)、IWATプラスの事前と事後(5%)、IWAT事後のCAとプラス(1%)、PCSD-Uの事前とファンヒーレ(5%)の所が有意になった。この結果からは特に知見は得られないように見える。

### 5、考察

本PCTはIWATのP-PグラフパターンがⅢ型、変容係数は特に良いというわけではないので、あまり、成功的な授業であったとは言えない。これは多分に、PCMがところどころでバックが白になり見づらかったことから由来するのかも知れない。この程度のパソコンモニターではバックを白にするのは問題があるように見える。

PCSD-Uの事前→事後の変容で、男子は全尺度で減少、女子は全尺度で増加したことであるが、同時に行った他のPCTでもこの傾向があり、一つの知見となり得るものと考えられる。この原因については、特にアンケート等をとったわけではないが、男子の場合、事前からパソコンと言うとゲームと言うような期待があったが、実際はゲームではなく、パソコン化教材であったために、評価が下がり、逆に、女子の場合は普段からパソコンに接することが少なかったのが、ここで初めて接し、興味関心が高まったということも有り得る。しかし、今回の研究デザインここまで主張するようにはなっていないのでこの事実の指摘に止どめる。

### 参 考 文 献

- 1) 千葉 仁(1987) パーソナルコンピュータによる数学教材開発とその実践的研究——関数——  
2次関数への発展と高次関数へのアプローチ、岩手大学教育学部昭和61年度卒論
- 2) 千葉政弥(1987) パーソナルコンピュータによる数学教材開発とその実践的研究——2次関数の  
特長付とその理解からの高次関数への発展、岩手大学教育学部昭和61年度卒論
- 3) 佐伯卓也(1985a) 算数数学教師教育で用いるパーソナルコンピュータに対する態度測定用具の開  
発、教科教育学研究、第2集、274~278
- 4) 佐伯卓也(1985b) ファン・ヒーレ水準テスト(代数)とP-Pグラフ分析(1)、岩手大学教育  
学部研究年報、45、183~195
- 5) 佐伯卓也(1987a) プレサービス教師教育におけるパソコン化授業の指導——パソコンによる発  
見的創造的授業、東北数学教育学会年報、18、9~16
- 6) 佐伯卓也(1987b) 普通教室におけるパソコン利用の授業について(1)——区分求積法による  
面積関数、東北・北陸数学教育基礎研報告、15、1~8

- 7) 佐伯卓也・阿部ゆかり・柿崎純子・細越千春 (1988) 数学における非CAI的授業の実践的研究(2)  
——内・外接正多角形による $\pi$ への近似、東北数学教育学会年報、19、印刷中
- 8) 田中 洋 (1987) パーソナルコンピュータによる数学教材開発とその実践的研究——グラフィック  
クスによる2次関数の理解及び高次関数へのアプローチ、岩手大学教育学部昭和61年度卒論

The Practical Research on Non CAI Mode Teaching  
in Mathematics (Third Report)

—— Graphs of Functions of Higher Order ——

Takuya Saeki, Masaya Chiba, Hiroshi Tanaka  
and Hitoshi Chiba (Iwate University)

(Abstracted)

The authors have developed a PCM which contains the parallel translation of quadratic functions and graphs of cubic function and quartic function. they have tried a PCT (as a non CAI mode teaching) for 8th graders with the PCM. In outline, the teaching has been completed.