

数学における非C A I 的授業の実践的研究 (2)

—— 内・外接正多角形による π への近似 ——

佐伯 卓也 (岩手大学教育学部)

阿部ゆかり、柿崎純子、菊池美智子、細越千春

(昭和61年度佐伯研究室配属4年次学生)

数年らい未来教師教育の一環として、教師のコンピュータリテラシー教育を、中学生対象のパソコン教材の開発と、非C A I 的授業を体験させる実践的研究を続けている。ここでは π への近似としてパソコングラフィック機能を用いた授業を行った。授業は一応成功的であったし、教師教育としても成功的であった。

(キーワード) 教師教育、中学生、数学教育、コンピュータリテラシー、非C A I 的授業、円周率

1、はしがき

未来教師教育の一環として、コンピュータリテラシー教育その他をここ数年間続けてきている。筆者が考えて来た目標行動は(1)パソコン教材開発能力を付けること(暫定的に“PCMリテラシー”と呼んでいる)、(2)パソコン教材を用いて授業ができる能力を付けること(暫定的に“PCTリテラシー”と呼んでいる)、二つであった(佐伯、1987a)。筆者が進めている“パソコンを用いての授業”とはC A I とは異なり、普通の教室の中で、パソコンを教具として利用する非C A I 的授業の一つであり、以前からPCT (パソコン化授業、personal computerized teaching) と呼んできた。

ところで、教室の中で多くの子どもたちにパソコンのディスプレイを見せようとする時、普通の市販のものでは大きさが小さい。筆者の所ではやむなく生徒の人数を減らした“マイクロクラス”で試行してきた。1986年度の試行では、初めはマイクロクラスで計画をたてていた。授業直前になり附属中学校に、パソコン(RGB)端子のある大画面のテレビが入ったこともあり、それを用いて授業を実施した。本授業は形態はマイクロティーチングであったが、いつでも、“パソコン1台による普通教室で行う授業”に変えることが出来ることは言うまでもない。

また、本稿は表題は異なるが拙稿(1987b)と平行してなされた研究であることを断って置く。しかし、本稿ではPCTとそのソフト、つまりPCM (personal computerized material) を中心に記述することにする。このPCMは佐伯の指導で4人の学生が開発し、授業は菊池があたり、本稿のまとめは佐伯による。

2、“中学1年生に対する π の求め方”のパソコン化教材

ここで用いる教材は円周率 π であり、方法としてはパソコン利用の“ふくらまし教材”である、内・外接正多角形近似によって求めようとしている。

まず最初に、(円周率) = (円周) ÷ (直径)であることを確認させる(定義)。画面に、内・外接正6角形を同時に示し、(内接正6角形の周りの長さ) < (円周) < (外接正6角形の周りの長さ)であることを押さえ、だんだん多角形の辺の数を増やしていき、内接正多角形群と外接正多角形群が同じ値になっていくのを確認することで円周の長さになる、というはさみうち法を行うことになる。この時、パソコングラフィックで視覚的に確認させる。

図1を用いて周りの長さの計算方法を示す。
図1は正12角形の第一象限の部分である。
図のように記号を付けると、一般に正n角形の時は

$$\theta = 2\pi/n$$

である。ここで半径を10cmとする。 A_1A_2 の長さは

$$A_1A_2 = \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cos 2\pi/n}$$

である。また、 P_1P_2 の長さは

$$P_1P_2 = 2 \cdot 10 \tan \pi/n$$

である。これらをn倍して、周りの長さを求める。そして $n \rightarrow \infty$ にし、内接と外接の2方向からの挟み打ち法で円周の長さを求めようというものである。ここでもパソコン独特の、極限をとるときは、ある小数点以下は一致してしまう、という機能を利用して、それらを同一視している、ことを指摘しておく。

次にソフトであるが、佐伯の指導のもとに学生が作成した。以下その概略を示す。(「」の中はプログラムの行番号)

1、導入部 [20~460, 4720~5220]

せんこう花火のデモンストレーションを作成、せんこう花火のアニメの最後に赤い玉が落ちて「円周率を求めよう!」の標題が出る仕組みになっている。このうち「円周率」だけはテキストキャラクターで拡大文字を作り、「!」はグラフィックであった。これは、単に生徒の関心をパソコンに向けさせようとして学生が独自に立案し作成した。なかなか見て楽しい作品である。

2、円についての既習事項の想起 [470~1210]

白い円を示し、右に半径、直径、円周、面積、中心、円周率、3.14が出る。その番号を入力するとその文字が赤く染まる。ただし、円周率だけは赤のままである。

3、内接及び外接多角形からの近似 [1220~1870]

円周の長さを求めるのに、内接と外接の多角形の辺の長さの和を求め、辺の数を増やして「はさみうち法」で円周の長さに迫る、視覚的なグラフィックの部分である。具体的には、黄色の円を示し、「何角形にしますか」と表示し、任意の数を入力させる。その時、メタゲーム対策として“0”、“1”、“2”そして負の数が入力されたらBeep音とともに「デキマセン。モウイチド!」という赤い文字が出るようになっている。

4、内接正12角形 [1880~2510]

新しく半径10の円と、その中に内接正12角形が示される。その1辺が赤くなり、それを1辺とする三角形の拡大図を作る。続いて1辺の長さ 5.17638 が計算され表示され、内接正12角形の周りの長さ 62.11656 が求められる。

5、外接正12角形 [2520~3130]

半径10の円と、その外接正12角形が、内接の時と同様に示され、計算される。ちなみに、1辺の

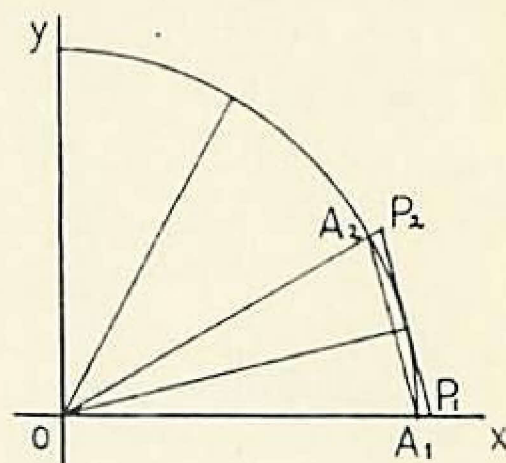


図1 一辺の拡大図

長さは 5.35899、周りの長さは 64.30788 である。

6、内接・外接正多角形の周りの長さの表を作る [3140~4210]

図2のような表が示される。12の時の値はあらかじめ入れてあり、残りは生徒が入れるようになって

	12						
内接	62.1166						
外接	64.3078						

図2 多角形の周りの長さ

ている。このときは大きな値を入れさせるようにする。ここではプログラムは倍精度扱いにしてある。
表が埋まるとその下に

円周の長さ = 62.8318530717958

が出て、「次に円周率を求めよう」

円周率 = (円周) / (直径) = 3.14159265358979

が表示される。

7、終結 [4220~4710]

SLの列車が背景の星空のもと、煙をぽっぽとはいて走っている。背景に流れ星が走って行く、という場面に、“FIN”の文字が表示される。これは女子学生らしい叙情的な終結であると思う。

以上がソフトの概略である。このソフトは佐伯研に保存してある。

3、授業の実際

実際の指導案は次のようである（佐伯並びに附属教官の指導の下に学生たちが立案した）。

数 学 科 学 習 指 導 案

日 時 昭和61年12月13日(土)

対 象 岩手大学附属中学校一学年 男子10名 女子8名 計18名

授 業 者 菊池美智子 共同研究者 阿部ゆかり、柿崎純子、細越千春

I 単 元 名 平面図形

II 本時の指導

(1) ねらい 多角形近似による円周の求め方がわかった上で、円周率を理解する。

(2) 展 開

段階	学習内容	学 習 活 動	指導上の留意点	時間	教材
導 入	・円に関する用語 ・課題把握	1、円についての既習事項の 想起をする。 2、円周率について確認する。 円周率を求めよう	・円周の公式から“円周率” という言葉を引き出す。 ・円周率が直径と円周の長 さの比であることの把握 をさせる。	10分	パソコン
	・問題解決の方法	3、円周率を求める式			

(3) 学習プリント1枚、補説プリント“円周率について”1枚(略)

以上が指導案の概略である。さて、このような教材を用いるのは、この授業が一つの非C A I的授業の例であり、筆者のいうP C Tであるからで、伝統的な授業形態をそのまま継承し、パソコンは視聴覚機器として位置付けられているからである。このために教師はコンピュタリテラシーを除けば伝統的な資質能力でこなすことが出来るところにその特色があることを付け加えておく。筆者が伝統的な授業形態にこだわるのは、学生の教師教育として、このような一連の指導法を位置付けているからであり、現段階での教育現場をにらんでのことである。

4、授業の評価

授業はVTRで記録された。録画撮りは協力者が担当した。後にプロトコール作成して授業分析をするためである。生徒（Ssと略す）は前にも触れたが、岩手大学教育学部附属中学校一年の男子10名、女子8名合計18名の生徒である。

授業の評価は、プロトコールによるフィードバック（FB）、IWATによるP-Pグラフ分析、PCSD-Uによる態度測定によってなされた。プロトコールは略す。IWATとPCSD-Uは授業前の事前Tと授業後の事後Tとして実施した。

(1) IWAT 取り扱う授業の内容がふくらまし教材ということで、テキストがない。そこでそれに対応するキーワードと内容構造を選択決定するため授業目標の命題群を利用することになる。次にそれらの命題群を示す。

- ・円のまわりを円周という。
- ・円周の長さと直径の比の値は常に一定であり、この値を円周率という。
- ・円周率の近似値として3.14を用いる。
- ・円周率を π で表す。
- ・3.14やおよその値を近似値という。
- ・直径は半径の2倍である。

これらから9個のキーワードを次のように選ぶ。①円、②円周、③円周率、④近似値、⑤3.14、⑥長さ、⑦直径、⑧半径、⑨ π 、である。また、上の命題群から隣接箇所をとり内容構造図を決定した(略)。IWATは様式1とした。

(2) PCSD-U 本用具はもともとパソコン未経験の大学生対象の、コンセプト「パーソナルコンピュータ（マイコン）は」、13項目の、7点尺度のSDテストバッテリーとして佐伯（1985）が開発したテストバッテリーである。しかし、中学生用として転用しても、似た結果が得られているので今回もこれを用いた。結果は次の通りである。

まずグラフパターンはⅡ型、変容係数は $\beta_1=0.536$ 、 $\beta_2=0.845$ であり、これらから、一応授業は成功的であったと言える。Ssの認知構造の、内容構造からの距離の変容を見ると、意味度の距離（d）は、事前が.444（中間）事後が.351（やや近い）であり、距離行列の距離（D）は、事前が.160（やや近い）事後が.142（近い）であり、どちらも内容構造に近付くように変容している。これらから言えることは、キーワードの抽出、内容構造の決定は、授業の内容並びに授業の流れ全体とよく調和していたと評価できる。

次にPCSD-Uの処理は、SDプロフィール（SDP）の作成と、因子分析で行った。どちらも先行研究と整合的な結果であった（くわしい記述は略す）。SDPの性差について一言触れる。女子のグラフは事前では、男子に比べかなり非好意的の側にあった。しかし事後にはすべての項目が大幅に好意的の方に变容し、逆に男子よりも得点が高くなった項目（むずかしいーやさしい、ごちゃごちゃしているーすっきりしている、わかりにくいーわかりやすい、の3項目）も出た。このことは女子は「食わずもの嫌いの傾向がある」ことを示唆しているように見える。今後の女子のコンピュータ教育で、教師が知らなければならない知見かも知れない。

授業者のコメントであるが、意識的に授業の内容は、IWATのキーワードと内容構造から外れないように、とくにキーワードは説明を丁寧にし、プリントでも重点的に扱ったことが、P-Pグラフに出たのではないかと、言うことである。

まず、教師教育の視座から考察する。本研究でも、学生は全くコンピュータやパソコンについては知らない、という水準からの教育であった。二つの目標、すなわち、学生のパソコン化教材の開発能力、つまりPCMリテラシーと、その授業を実践する能力、つまりPCTリテラシーは、一応達せられたと評価される。それと同時に、パソコンによる非CAI的授業の方も期待どうりの成果を得て今後の研究のための、一つの新しい実践記録が得られたことになる。

参 考 文 献

- 1) 阿部ゆかり (1987) パソコン化授業における数学教育の実践——内・外接多角形による π へのアプローチ、岩手大学教育学部昭和61年度卒業論文
- 2) 細越千春 (1987) パソコン化授業における数学史に現れたある定数への挑戦——内・外接正多角形による π への近似、岩手大学教育学部昭和61年度卒業論文
- 3) 柿崎純子 (1987) パソコン化授業における数学教育の実践——内・外接正多角形による π への近似、岩手大学教育学部昭和61年度卒業論文
- 4) 菊池美智子 (1987) パソコン化授業における実践的研究—— π を求めて——内・外接多角形による近似、岩手大学教育学部昭和61年度卒業論文
- 5) 佐伯卓也 (1985) 算数数学教師教育で用いるパーソナルコンピュータに対する態度測定用具の開発、教科教育学研究、第2集、274～278
- 6) 佐伯卓也 (1987a) プレサービス教師教育におけるパソコン化授業の指導——パソコンによる発見的創造的授業、東北数学教育学会年報、18、9～16
- 7) 佐伯卓也 (1987b) 普通教室におけるパソコン利用の授業について(1) ——区分求積法による面積関数、東北・北陸数学教育基礎研報告、15、9～16

The Practical Research on Non CAI Mode Teaching
in Mathematics (Second Report)

—— An Approach to π by Inscribed and Circumscribed
Polygons of a Circle ——

Takuya Saeki, Yukari Abe, Junko Kakizaki, Michiko Kikuchi
and Chiharu Hosogoshi (Iwate University)

(Abstracted)

The authors have developed personal computerized materials (PCM) to approach for the approximate value of π and developed a non CAI mode teaching for the 7th graders. The teaching was successful.