

プトレマイオスの『ハルモニア論』について

山本建郎

The *Harmonics* of Ptolemy

Tatsuro YAMAMOTO

Ptolemy's argument of this book is very difficult and complicated. In this paper I analysed the argument of the volume one, especially of the first four chapters.

古代ギリシアのハルモニア論（音階理論）は、ローマ帝政期(AD 2～3世紀)になって、プトレマイオス『ハルモニア論』全三巻、ニコマコス『エンキリディオン（音楽教程）』、クレイニデース『音楽論』、アリストイデース・コインティリアノス『音楽論』全三巻、等の著作が相次いで現われ、俄然活況を呈してくる趣がある。これらは何れも、遠くギリシア古典期の音楽状況を理念的に前提しているので、古典期の音楽理論ではないかという錯覚さえ覚えるものである。古典期の理論といえば、まずもって注目すべきは、アリストクセノスの『ハルモニア原論』である。帝政期の著作は、賛否は別にして、すべて、アリストクセノスを前提し、それに対する批判か講述の体裁をとっている。なかでもプトレマイオスの『ハルモニア論』は、ピュタゴラス派の立場からの批判として傑出している。他の三者がいずれもアリストクセノスの講述の域を出ないのに対して、プトレマイオスだけは、アリストクセノスを批判的に継承し、独自の見解を提起しているからである。

周知のようにプトレマイオスと言えば、古代天文学の最高峰である。その完備された天球理論は、爾後1300年余り、コペルニクスに至るまで、言わば神学的な定説として、圧倒的な支持を獲てきたのである。しかるに古代の知においては天文学は応用数学の一種であった。プトレマイオスも、応用数学の一種であるハルモニア論にも造詣は深かったであろうということは、当然のことながら予想される。事実、プトレマイオスのハルモニア論における業績は、天文学におけるそれ以上に著しい。

プトレマイオスは生年も没年も不明であるが、127年から141年にかけての天体観測の記録が残っている処から、1世紀の末葉に生まれ、2世紀の中葉に没したと想定されている。エジプトのギリシア人で、アレキサンド

リアで活躍した。

プトレマイオスはピュタゴラスの影響下にある数学者で、BC 4世紀の末に一度途切れたピュタゴラス派の伝統が再度復活せしめられて成立した新ピュタゴラス派に属するとされている。確かに音程を二つの楽音の比で表す方法論はピュタゴラス派に発するものであり、数比の妙に没入するかのとき発想はピュタゴラス派の面目躍如たるものがあるが、同じくピュタゴラス派に属するアルキュタスや時にはピュタゴラス当人も批判する姿勢は、単にピュタゴラス派の一員とは言えぬ幅の広がりを見せている。さらに、当然のことながらアリストクセノスを批判するのであるが、その批判の姿勢には、アリストクセノスに深くかかわった知識の厚さを示している。ハルモニア論は、プトレマイオスにおいてピュタゴラス流の思弁的方法論と、アリストクセノス流の知覚的方法論の統一の上に成った感もある(アリストクセノス自身は思弁と知覚の統一をなした積もりであり、また実際にそのように評価出来るのであるが、プトレマイオスの思考態度から見ればやはり知覚的な方法論に傾いていたと言えるのである)。

『ハルモニア論』を特徴づけているものは、その精緻で強靱な論理と適切で的確な問題提起である。それは、まず音程を数比で表現することによってなされる。第1巻では、最初の四章で全般的な概略が説明された後に、すぐに音程が数比によって表現されなければならないことが様々な角度から論じられる。その過程で、アリストクセノスの定性的とも言われるべき方法が、執拗に批判される。その計算の実際は、最後の四章で入念になされる。

第2巻は、問題のトノス論(旋法論)である。前巻の延長上にある最初の1章と例外的に混入したと見られる12、13章を除くと、ほぼ全巻がトノス論(旋法論)に充てられ

ている。これは、ハルモニア(オクターヴの音階)のエートスの違いの秘密に直接理論的に切り込むもので、全巻の圧巻となっている。理論的な解明のそもそもの糸口は、古典期よりずっと小完全音階の名称で知られてきた接続音階の構造上の特殊性である。プトレマイオスは接続音階に漂うある種の違和感に着目して、その由来を「転位」に求める。つまり、そこにおいて接続されたテトラコードにおいては、4度の転位がなされていると解釈するのである。結果的に言えば、これは5度隔てた音が期待された処に4度隔てた音が鳴ることになる。違和感は、そこから生ずる。しかし、4度も立派な調和音程なのだから、旋律として破綻するわけではなくて、違和感なりに十分に旋律を成すというわけである。そして、ここから、エートスの違いが生ずると言うのである。これは、プトレマイオス自身みずから誇るように、大変な着眼である。これによって、古典期以来のエートスの問題は、理論的には完全に解決したことになるからである。

第3巻では、がらりと一変して、音階と天体の運行の関係が論じられる。ここにプトレマイオスの天文学者としての真骨頂がある。

さて、第2巻については、以前に「プトレマイオスのトノス論」として、本紀要に発表した。今回は、第1巻に定位して、その議論の構成を検討しよう。第3巻については、これは問題関心を少しく異にするので、別の機会に譲りたい。

*

第1巻の主題は各種の調和音程の数比を確定し、それによって各種のオクターヴを構成する音に数値を割り当ててゆくことであるが、最初の四章はそれに先立つ一般論で、ハルモニア論全般の総論となっている。その内でも、第1章と2章は、方法論にも触れた序論的な位置を占めている。

すなわち、第1章の主題は、「判定者」であるが、それは、すぐさま「聴覚と理性である」と断定される。これは、アリストテレス的な見解の表明であって、それ自身としては何ら批判されるべき筋あいのものではないのだが、当人の思考の方向を決定するという意味においては極度に重要な提言であろう。プトレマイオスは新ピュタゴラス派の魁としても位置付けられているが、その思想の基本線は、意外にも、古典的なアリストテレスの線だったのである。

さて、その判定者であるが、これをプトレマイオスは、「聴覚は質料(状態)としての判定者であり、理性は形相(原因)としての判定者である」とする。そして、「質料

は形相によって規定され、限定される」からには、理性は聴覚に対して、限定原理として優位に立つことを主張する。そこから、第1章の結論として、判定のためには聴覚に支持を与えうる「理性に基いた接近(方法論 ephodos)」が要請される。そこから、第1章の結論として、判定のためには聴覚に指示を与えうる「理性に基いた接近(方法論)」が要請されることを説いて、第2章のカノンの提起へと続ける。

第1章の議論は、判定なる概念や、質料と形相の対概念が提起される処から、それらに関する方法論的な検討が大部分を占める。質料と形相の対比は、感覚による受容(認識)と理性による受容(認識)の対比へと進み、経験論的な認識と合理論的な認識の比較がなされる。このような検討は極めてアリストテレス的であり、また、聴覚と理性の対概念への注目は今も述べたようにアリストクセノスの思考の線である。このように見ると、プトレマイオスはアリストテレスーアリストクセノスの伝統に立つかに見えるが、冒頭のハルモニア論の性格づけは明らかにアリストクセノスには見られない独自のものであるから、プトレマイオス自身としては、アリストテレスーアリストクセノスの思考の伝統に必至に抵抗して立っていたと見るのが至当であろう。アリストテレスは何と言っても、古代ギリシアにおいては理論科学に関しては不可避の権威であったし、アリストクセノスもまた、いかにピュタゴラス派に比べると傍系であったにしても、ハルモニア論の最初の体系家として圧倒的な権威として迫っていたことは十分に想定されるからである。

第2章では、以上を承けて、「この種の接近のための装置」として、すぐさまハルモニア的なカノンなるものを導入する。カノンとは基準の謂にして、「感覚における正しい判定の欠落を、真実のあり方へ向かってカノン化する(基準に合わせる)」ための装置である。ただし、本章ではカノンは主題の予告として言及されるだけであって、実質的な説明はない(第8章、第2巻2章で主題的に論じられる)。替って本章では、表題どおり、ハルモニア論者の目的が提示される。それは、かかるカノンの「理性的な基礎定立を救う」ことである。

ここに掲げられた目的が、ハルモニア論の目的ではなくて、ハルモニア論者の目的であることは、十分に注目すべきである。それがハルモニア論の目的なら、ハルモニア論の理論構成の性格付けが問われ、ハルモニア論が実際に遂行されるであろう。しかし、ハルモニア論者(楽理家)の目的である処から、ハルモニア論をこれから構築しようとする理論家の心構えとして、方法論的に提起されることになるのである。

ここに言う「基礎定立を救う」という表現は、これも極めてアリストテレス的である。基礎定立 hypothesis

といい、救う *soizo* といい、アリストテレスの方法論を想わせる特徴的な概念であるからである。アリストテレスが「救う」というときには、それは「現象を救う」の謂であって、放置しておけば感覚のままに流れ移ろう現象を理論的に説明して、一つの存在として確認することであった。また、「基礎定立」は、アリストテレスにおいては原理の一種であり、定義された内容(理論)の存在を語るものであった。それは既に理論化が成った後の、理論を前提する操作である。それゆえ、基礎定立は、アリストテレスにあっては、もはや「救われる」までもない確定事項である。しかるに、プトレマイオスにおいては、基礎定立とは、「現象から容認され、部分に分けられた個々の対象」にかんする記述であるから、「基礎定立を救う」とは、かかる対象に関する記述を、「理性の力を借りてできるだけ正確に見出そうとする」試みということになる。そこで、「基礎定立を救う」は、アリストテレスの言う「現象を救う」に重なり合うことになるのである。

このような方法論の確認の上に、第2章では、当面の主題がピュタゴラス派とアリストクセノス派の人々に対する批判であることが語られる。ピュタゴラス派に対しては比の立て方が聴覚の現象に反すること、アリストクセノス派に対しては間隔(音程)に数を充てた点において数の扱いが根底的に誤っていること、この二点が指摘される。これは、本論の主題の予示である。

さて、以上を序論として、第3章では、音にかんする高ささと低さの概念が、自然学的な視座から、総論的に論じられる。音にかんする自然学的な規定は、本章に先立って既に第1章で開巻早々に「音とは空気が打たれて被った状態である」として成されていたのであるが、ここでは改めて「音は空気のある種の連続的な緊張 *tasis* である」とされる。音の高低に関する規定は、それを承けて成される音にかんする現象論的な記述によってなされる。

本章に掲げられる「高さ」と「低さ」は *oxytes* と *barytes* であって、これらは本来は「鋭さ」と「重さ」を表す概念であった。それを音について語るのは、意味の転用と言うべきであって、我々の普段使う「高い」「低い」についても、まずその転用された意味を正確に捉えなければならぬのである。プトレマイオスは、まず、それが量にかんする概念なのか、質にかんする概念なのかを決めなければならぬと問題提起して、本章一杯にわたる長い現象論的な検討の上に、量にかんする概念であると、解答を与えている。

それでは、それは、いかなる意味で量にかんする概念なのか。それは、「打撃を受けるものと為すものの距離」の意味においてである。つまり音の「高さは知覚から為

される激しさの故に小さな間隔に付随するものであり、低さは遠くからの弛緩の故に大きな間隔に付随するものである」(8.19~21)。つまり、音の高低は間隔に反比例して為されるのだ(8.21)。プトレマイオスはこの事実を弦(リュラ)とアウロスと喉笛において検証する。すなわち、弦においてはコマの間隔の長さ、アウロスにおいては舌(空気を打ち響かせる薄板)と穴の距離に反比例する。喉笛は同じ原理を人体の自然の妙で、「我々の内なる指導原理は、生来の音楽能力によって、コマによる方法を応用して、管における穴に相当する位置を驚くほど容易に見出して決める」のである(9.12~14)。

続いて第4章では、以上で準備が成ったとして、改めて楽音 *phthoggos* の概念を規定する。楽音とは、音一般を表す *psophos* に対して、旋律を構成する要素となる音楽的な音であるが、結論的には、それは単純に「一にして同なる高度(トノス)を保有する音」であるとされる(10.19)。しかし、この結論に至る叙述には、非常に紛らわしいものがある。それは、事態の複雑さからくるものであるだけに、事態の解明に資する処が多いはずである。

具体的な発端は、「引き続いて次に、諸々の音の内には *isotonoi* と *anisotonoi* とがあることが規定さるべきである」という記述である。これらはそれぞれ「高度(トノス)を等しくする音」と「高度(トノス)を等しくしない音」の謂であり、すぐに「高度にかんして変化しない音」と「変化する音」とパラフレーズされる処から、誤解のもとになりやすいがひとまず「等高音」と「不等高音」の訳語を与えることにする。不等高音はさらに「連続的に高度を変える音(連続音)」と「断続的に高度を変える音(断続音)」とに二分され、そのうちの断続音だけが楽音として認められることになる。つまり、楽音は断続音なのである。しかし、等高音は、断続音に結果的には含まれることになる。

この思想は、実はアリストクセノスの思想の手際よい継承である。アリストクセノスは、『ハルモニア原論』第1巻で、音の動きと止まりにかんする自然学的な考察において、楽音は音の連続的な動きが止まって一定の高度 *tasis* を主張するようになったときに成立するとしている(12.1~13)。アリストクセノスは高度を言うときに *tasis* なる用語を使うが、プトレマイオスにおいてはそれが *tonos* になっている。この点の違いには、何か積極的な意味があるのだろうか。

tonos はハルモニア論の問題概念であるから、我々も慎重に扱わなければならない。プトレマイオスは、本来単純に *tasis* を使うべきところに *tonos* なる複雑な概念を使うのだから、用語法の軽率を批判されるかも知れない。しかし、逆に、そこがプトレマイオスの特質である

とも考えられる。tonos は、もちろん高度も意味するが、単にそれだけにとどまらずして、高度間の音程差による情緒性の違いをも示唆する。アリストクセノスは、音が一定の高度 tasis に静止した時には、その音にはそこに至るまでの緊張と弛緩にこめられた感情の集積がすべて込められることを指摘している(『研究』p.233)。つまり、静止した高度は単なる自然学的な高度ではないのだ。プトレマイオスがその点までも考慮に入れて tonos を用いたとすれば、ここにはやはり独創的な思考の展開が見られると言うべきだろう。

phthongos についても、それがかかる tonos の観念を内含した概念であるとするならば、そこには自然学では尽くされないムーシケーの倫理的な(つまり情緒的な)妙味が感じ取られるというものである。

第5章以下では、以上の四章を総論として、楽音に基いた音程の数学的な表現の可能性を探る。ここからが、本論である。

まず、第5章から8章までは、ピュタゴラス派の人々によって開発された数比による表現が原理的に検討批判される。プトレマイオス自身は、批判の手は加えながらも、彼自身原則的にはこの方法論に依っているために、論調は好意的であり、自身の主張の予備的な検討の印象も深い。

すなわち第5章では、冒頭でまず、調和音程が4度、5度、オクターヴ、オクターヴ+4度、オクターヴ+5度、2オクターヴである事実を押さえた上で、等高音には等しい数を、不等高音には等しくない数を割り当てることを提起する。その場合、不等高音には調和音と不調和音の二種類があるとするが、ここに言う調和音、不調和音は、それぞれ調和音程と不調和音程を為す二つの楽音の謂と解すべきであろう。数についても、数が数比をなす数のそれぞれの数であることは、当然の前提事項としているからである。そこで調和音と不調和音に割り当てられる数であるが、ここで改めてピュタゴラス派は比を二種類に分け、調和音にはエピモリオスの比(分子が分母よりも1だけ大きい比、つまり $x+1/x$ なる比)をなす二数を、不調和音にはエピメレースの比(普通の過分数比)をなす二数を割り当てたとして、その上で、5度と4度に一倍半比 $3/2$ と三分の一超比 $4/3$ を割り当てたとする(11.1~20)。ここで注目すべきは、その叙述の順序である。ピュタゴラス派は、比の事実を調和音程の事実優先せしめ、さらに、エピモリオスの妙を言わば前提的な了解事項として、それに調和音程を対応づけるのである。プトレマイオスも、それは当然のこととして受け容れているようである。

第6章では、その方式を批判する。最初の躓きは、オ

クターヴ+4度の処置である。感覚はこれを調和音程のうち数えるが、ピュタゴラス派の方法論に依れば、これは $8/3$ の比であるからエピモリオスではないとして、調和音程から外されることになるからである。ここでは、プトレマイオスは、感覚の事実の方を優先せしめている。このことは、プトレマイオスがピュタゴラス派と同様に擦り主義の立場に立ちながらも、感覚的な事実にも十分に意を払っている証左として、注目されるべきである。

第7章では、以上の批判を上記の比の正当な値の算定がなされる。ここで、プトレマイオスは、改めて調和音程の一覧表を作成する。それには、オクターヴ+4度も含まれている。さらに、不調和音にも、調和音に準じて旋律の構成には必要な楽音が要請される。それは旋律音である。旋律音は三分の一超比に続くエピモリオスによる音程である。その内でも、八分の一超比の全音(トノス)は、5度の4度に対する超過分として、特筆される(16.26)。

第8章では、上記の比を正しく測定するための装置として、一弦カノンなる測定器の構造を概念的に説明する。それは、等しい張力で張った弦の分割によって表象された概念図である。一弦であるから、その中間点にコマを立てればオクターヴの音が、 $2/3$ の点に立てれば5度高い音が、 $3/4$ の点に立てれば4度高い音が、それぞれ作り出される。アウロスやシュリンクスのような管楽器ではなくて、弦で表象している処に、理論と実践の協力が認められる。

第9章から12章までは、替わって、アリストクセノス派に対する徹底的な批判である。ピュタゴラス派に対する批判とは違って方法論を異にする理論に対する批判であるだけに、批判にも身がこもり、実質的な議論となっている。

第9章は、原理論的な視座からの批判である。アリストクセノス派は、「数比を認めなかったし、またそれに信を置かなかったからには、端的に批判されるべきである」(19.16~19)。既に第2章でアリストクセノス派が音そのものに対してではなくて二音の間隔(音程)に数値を充てたことが批判されたのであったが、ここでは改めてそれを承けて、特にオクターヴに12なる数値を充てたために、4度には5が、全音(トノス)には2が充てられることになった点を衝いている(20.19~22)。この措置はプトレマイオスも言うように結局は循環的に絡まってくるのだが、原理的には全音に2を充てて単位的に扱ったことに起因することになるだろう。批判も、その点に対する批判に帰着するもの者と思われる。

第10章と11章は、その系ともいえるべき批判である。すなわち、第10章では4度が全音二個半の大きさではない

こと、第11章ではオクターヴが全音六個分の大きさではないことが、数理計算的に語られる。その精緻な計算は本巻の圧巻の一つだが、原理的には自明とも言えてよい事柄なので、当面は受け流しておく。

第12章は、アリストクセノスの数値の確認である。それほどまでに徹底的に批判しておきながらこのように整理確認するのは奇妙な印象さえつきまとうが、このような点にこそ、プトレマイオスの学問的な公平感の現われとも言えるのである。

第13章から最終の16章までは、論点を戻して、正確な数比の算定に入る。しかし、13章と14章では、プトレマイオスからすれば同志とも見るべきアルキュタスの算定を論じて、批判している。自身の算定は、その批判を介して自ずから現われる心算であろう。

注目すべきは、14章のアルキュタス批判の文脈において、プトレマイオスがアリストクセノスに言及している点である。つまり、アルキュタスは音階の類としてハルモニア音階、陰影音階、全音階の三つを挙げるが、その三者を言うだけでは不十分であって、アリストクセノスの言うように、陰影音階には三つの形式が、また全音階には二つの形式がある点に留意しなければならないと言うのである(プトレマイオスはこれらの形式をすべて類の違いと見ている)。このような発言を見るかぎり、プトレマイオスはアリストクセノスに対して全面的に拒絶しているわけではないと言うべきだろう。もちろん方法論の違いは大きくて、それが全面的な対立の様相を思わしめるのであるが、それはあくまでも対立の一面であることが、ここから明らかにされるのである。

さて、このような状況整備の上で、15章ではプトレマイオス流の分割の形式が、それぞれの比の算定方法とともに提示される。プトレマイオスの方法論によればまずはオクターヴの同音を確定する2倍比から始まるが、音階の類別となると、オクターヴの要素となる4度の分割の形式の検討ということになる。つまり、三分の一超比($4/3$)を三つに分ける比の算定である。ハルモニア分割と陰影分割については最低部の音程が4度の半分以上を占める点に留意してエピモリオンに注目すれば、 $5/4$ 、 $6/5$ 、 $7/6$ の比がまず想定される。これらの比を立てると、残りの比は、 $16/15(=4/3 \div 5/4)$ 、 $10/9(=4/3 \div 6/5)$ 、 $8/7(=4/3 \div 7/6)$ で、これらの比が、さらに二分されることになる。その二分も、等分ではなくて、できるだけエピモリスオンの比が自然に生ずるようになさなければならない。その手法が、それぞれの数値を3倍して($48/45$ 、 $30/27$ 、 $24/21$)、まずそれぞれを分母とするエピモリオンを作り($46/45$ 、 $28/27$ 、 $22/21$)、残りの比を約分してそれぞれのエピモリオンを獲る($24/23$ 、 $15/14$ 、 $12/11$)、

というものである。

全音分割についても、同様に、最低部の音程が4度の半分いかになるように、 $8/7$ 、 $9/8$ 、 $10/9$ の比がまず想定される。残りの二つの比も、同様にして、それぞれ、 $10/9$ と $21/20$ 、 $8/7$ と $28/27$ 、 $9/8$ と $16/15$ と確定される。

これは確かに数字の上では綺麗な分割の方式である。しかし、こうなるとは、もはや数理の妙とさえ言えないであろう。これでは単なる数字合わせに過ぎない。ここから導かれる明白な結果は、陰影音階には二種類が、全音階には三種類があるということである。アリストクセノスに従えばこれは聴覚の事実明らかに反することになるのだが、数理論者プトレマイオスにとってはそんなことは問題ではない。かえって六つの形式を自己流に名づけて、独自に表示するのである。

このように見てくると、プトレマイオスの偉大と限界は、実にはっきりと現われていることが分る。確かに、彼の理論家としての自負はすさまじい。その論調は、見事の一言に尽きる。しかし、理論家の常として、その論調は、結果がわかった現在においては、すっかり過去の歴史的な遺物になってしまっているのである。天球理論がそうってしまったのは致し方ないにしても、音階理論のような現代にも立派に通用するはずの理論においてもそうなのだから、これはとんでもない論過と言うべきだろう(これと比べると、アリストクセノスの理論がその論理性の不徹底の故に今日でも立派に通用することを思えば、その論過のいたずらは惜しんでも余りあるものである)。

それではプトレマイオスは音楽の事実に疎かったのかといえば、それははっきりと否定される。それは、第2巻のトノス論を見れば明らかなおりでである。数比論の論過は、結果的には免罪なのである。プトレマイオスの楽理家としての業績は、さらに大きい視座から総合的に論評されなければならない。それは後日の課題に委ねて、今回はここで筆を擱く。

基本テキスト、ならびに参考書

Düring, I., *Die Harmonielehre Des Klaudios Ptolemaios*, Göteborg, 1930

Düring, I., *Ptolemaios und Porphyrios über die Musik*, Göteborg, 1934

Barker, A., *Greek Musical Writing II*, Cambridge, 1989

Solomon, A., *Ptolemy Harmonics*, 2000

山本建郎、『アリストクセノス〈ハルモニア原論〉の研究』、東海大学出版会、2001