東北数学教育学会年報
1993　3．31　第24号

工業高等専門学校における
解析能力と数学教育

秋田工業高等専門学校
工藤　幹

1．はじめに

当面する現象を正確に把握し、これを分析し、その仕組みを解明する力（以後これを解析能力ということにする）において、工業高等専門学校の卒業生は、大学の卒業生に比べて劣るということが、最近指摘されている。解析能力の向上が工業高専教育の1つの大きな柱になりつつあることを強く感じている。

解析能力は高専5年間で学ぶ全ての教科の総合力として身につくものであり、ある特定の教科のみで向上するものではないだろう。また、教育の方法いかんによっては、さっぱり力がつかなかったり、その逆に大きく向上する場合もあるであろう。各教科においても、それぞれに解析能力の向上を目指した教育方法が工夫されるべきであると思う。

数学・応用数学が解析能力の向上に果たす役割には、極めて大きいものがあるということに異論を唱える者はいないだろう。

この論文では、数学教育においては、解析能力を向上させるためにどのような方法が有効であるかについて述べる。

2．解析能力の判定

一般に個人のいろいろな能力は、その有無や高低を表すことは難しく、他のものと比較して述べられることが多い。しかし、知識や技能試験などのように、ここまで出来れば何級、ここまで出来れば何段というように、ある基準を設けて、その能力の程度を表す場合もある。

大学卒業生に比べて、高専の卒業生の解析能力は劣るというのは、上でいう比較の立場であり、それでは、大学卒業生に負けないくらいの解析能力がある状態というのは、どのくらいの力があれば、そう言えるのかということになると、これまた難問である。ここでは、比較の立場でいくよりも、基準の立場で考えてみたい。

解析能力のうちの１つである「現象を式で表現する力」を判定する方法として次のようなものを考えてみた。([7],[11],[12],[13],[14])

［第１段階の問題］

①放射性元素の原子の崩壊の速さは、そのときの原子の量に比例する。

②物体の温度の変化の割合は、物体と周囲の温度差に比例する。

③ボールを斜め上に向かって投げたとき、ボールの描く軌跡はどのような曲線か調べよ。ただし、ボールに働く力は重力のみとする。

④その一部分を一定の割合で放出しながら前進している物体がある。この物体の速さを調べよ。ただし、放出された物体の速さは０であるものとする。

⑤あるバネの一端を壁に固定し、他端にはある物体をつけ水平面に置く。物体をこの水平面に沿って静かに引っ張り、そっと離したときに、物体の動きに関する方程式を求めよ。ただし、物体と面の間には摩擦が生じないものとする。

［第２段階の問題］

①放射性元素の原子の崩壊の速さは、そのときの原子の量Nに比例する。

②物体の温度Tの変化の割合は、物体Tと周囲の温度T_0の差に比例する。

③ボールを初速度v_0で、水平線から角θの方向に向かって投げたとき、ボールの飛んだ水平距離をx，垂直方向の距離をyとする。ボールの描く軌跡はどのような曲線か調べよ。ただし、ボールに働く力は重力のみとする。

④一秒間にaグラムの割合でその一部分を放出しながら前進している物体がある。時刻tにおけるこの物体の質量を$m(t)$，速さを$v(t)$とするとき、速さについての方程式を求めよ。ただし、放出された物体の速さは０であるものとする。

⑤あるバネの一端を壁に固定し、他端には質量mのある物体をつけ水平面に置き、そのときの物体の位置を原点Oとする。物体をこの水平面に沿って静かに引っ張り、そっと離す。物体が原点Oから距離xのところにあるとき、xについての関係式すなわち、物体の動きを表す方程式を求めよ。ただし、物体と面の間には摩擦が生じないものとする。

[第3段階の問題]

①放射性元素の原子の崩壊の速さdN/dtは、そのときの原子の量Nに比例する。ただし、比例定数を$-\lambda$とする。

②物体の温度Tの変化の割合dT/dtは、物体の温度Tと周囲の温度T_0との差$T-T_0$に比例する。ただし、比例定数を$-k$とする。

③ボールを初速度v_0で、水平線から角θの方向に向かって投げたとき、時間t経過後ボールの飛んだ水平距離をxとするとき、xをtの式で表せ。次に、垂直方向の距離をyとするとき、yをtの式で表せ。これらの2つの式からtを消去し、ボールの描く軌跡の方程式を求めよ。ただし、ボールに働く力は重力のみとする。

④一秒間にaグラムの割合でその一部分を放出しながら前進している物体がある。時刻tにおけるこの物体の質量をm(t)，速さをv(t)とする。このときから時間Δt経過後の質量および速さの変化をそれぞれΔm、Δvとする。運動量保存則を用いて、速さについての方程式を求めよ。ただし、放出された物体の速さは0であるものとする。

⑤あるバネの一端を壁に固定し、他端には質量mのある物体をつけ水平面に置き、そのときの物体の位置を原点Oとする。物体をこの水平面に沿って静かに引っ張り、そっと離す。物体が原点Oから距離xのところにあるとき、フックの法則および運動の第2法則から、物体に働く力について、xの関係式すなわち、物体の動きを表す方程式を求めよ。ただし、物体と面の間には摩擦が生じないものとする。

設問の仕方は①②においては、「次の文章を式で表しなさい」であり、③④⑤においては、「次の問いに答えなさい」とした。もちろん、最終目的は、もしそれが微分方程式で表されれば、その解を求めることにある。問題は

第１段階：現象を文章でのみ表したもの

第２段階：現象を表す文章に、使用する文字をある程度付け加えたもの

第３段階：現象を表す文章に、使用する文字の全てと自然法則を指示したもの

というように、内容としては同じであるが、段階が進むにしたがって解く指針が多く与えられている。早い段階で解けるほど解析能力があると判定しようというわけである。

上の問題は平成５年の２月初めに、本校のある学科の３年生４0名に行った検査の一部である。このクラスは、偏微分・重積分、微分方程式、ラプラス変換まで、ほぼ学習済みである[15]、[16]。検査方法は、始めに、第１段階の問題のみが印刷された用紙を渡して時間30分で解かせる。終了後これを回収して、次に、第２段階の問題のみが印刷された用紙を渡して時間30分で解答させる。また、これを回収して最後の第３段階の問題用紙を渡して同じく解答させる。同じ問題に取り組んでいても次第に解く道が見えてくるので、約90分かかってもダウンする学生は少なく、むしろ、だんだん真剣に解こうとする学生多かった。この形式は不断の学習方法としても極めて有効であるように思われる。

検査結果を、第１段階で正解をした者をＡ、第１段階では正解を得られなかったが第２段階で正解をした者をＢ、同様に第３段階まできて初めて正解を得た者をＣ、正解が得られなかった者をＤで表し、各問題ごとに人数の割合を｛Ａ；Ｂ；Ｃ；Ｄ｝で示すと、

① {10.0；27.5；55.0； 7.5}、　② { 7.5；25.0；52.5；15.0}、

③ { 0.0；10.0；52.5；37.5}、　④ { 0.0； 5.0；30.0；65.0}、

⑤ { 0.0； 7.5；20.0；72.5}、

であった。学生がこの手の問題がいかに苦手であるかを、結果は如実に物語っている（苦手というよりも、慣れていないと言ったほうが当たっているかもしれないが）。答案を見て次のことが言える。

・自分で適当な文字を決めることが出来ない。

・仮に文字を決めても、それが何を意味するものなのか示さない。または、示すことができない。

⇨ 第１段階の問題は、必要なデータ（例えば、初期値や境界値など）、変数やそれらに何らかの演算を施したもの、自然界の法則など全て自分で用意しなければならない。平常の授業においては、自分で文字を決めることが少なく、必要な文字や法則は、たいていの場合にはきちんと与えられる。すなわち、そういう習慣が学生にないのである。教育方法に工夫が必要である。

・「速さ」という語には、文字ｖを使うものである覚えている。したがって、他の変数とのつながりがない。

⇨例えば第２段階②でｖ＝－ｋＮとやってしまう。これは、「速さ」あるいは「変化率」の意味がよく理解できていないことを意味する。

・比例関係を式で表す事ができない。

⇨比例式で表される現象は非常に多いこと、また単調な関数の多くは適当な変数変換により、比例式に直すことができることを教えたい。

３．専門教科に現れる数学の内容について

解析能力の向上を目指した数学教育を考えるためには、専門学科で指導している内容との関連性を認識することが大切である。

そこで今回は、本校の機械工学科の1学年から3学年で使用されている教科書の中にある微分積分学の内容を調べてみた。実際には多変数の内容も少なくはないが、それは次の機会にまわし、今回は、1変数の場合のみについてあげ、偏微分・重積分の内容は省く。教科書に使用されている文字をそのまま用いるが、使用されている文字の詳しい説明はしない。必要があれば、文末に［］p. で示した参考文献とそのページおよび項目を参照されたい。なお、印字の都合上、関数 f(x) の a から b までの定積分を ∫f(x)dx{a, b} で表すものとする。また、文献内にある表記法で、正しくないと思われるものもあるが、そのまま載せる。

(1)瞬時の電流の変化する割合　$\Delta I/\Delta t$：［1］p. 152 インダクタンス

(2)微分回路と微分波形　$v_R \fallingdotseq CR dv/dt$ ：［2］p. 111 電気回路

(3)ピストンの速度 v，クランクの回転速度ω，$\theta=\omega t$

$v=ds/dt=ds/d\theta \cdot d\theta/dt=\omega ds/dt=\omega dr[(1-\cos\theta)+\lambda(1-\cos 2\theta)/4]/d\theta$

最大速度の点 $dv/d\theta=0$（合成関数の微分法）、

ピストン加速度$\alpha=dv/dt=dv/d\theta \cdot d\theta/dt=\omega dv/d\theta=\omega^2 d^2s/d\theta^2$、

αの極値は$d\alpha/dt=0$の点：［5］p. 87, 88ピストン運動

(4)ひずみ$\varepsilon'=\int 1/L\, dL\{L_0, L\}=\log(L/L_0)=\log(1+(L-L_0)/L_0)$

$=\log(1+\varepsilon)=\varepsilon-\varepsilon^2/2+\varepsilon^3/3-\cdots$（テイラー展開）

ひずみが小さいときは$\varepsilon' \fallingdotseq \varepsilon$ と考えてよい。:［4］p. 18 材料の機械的性質

(5)ピストン変位の計算中$\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta}=1+\lambda^2\sin^2\theta/2-\lambda^4\sin^4\theta/8+\cdots$

（二項展開）:［5］p. 82 ピストン運動

(6)ポテンシャルエネルギー$E_p=\int e^2/4\pi\varepsilon_0 r^2 dr\{\infty, r\}$

$=-e^2/4\pi\varepsilon_0 r$　（無限積分）:［2］p. 7 原子内の電子

(7)正弦波交流 $i=I_m\cos\omega t$ の正の半周期における平均

$Ia=(2/T)\int i\,dt\{-T/4, T/4\}$, 実効値 $I=\sqrt{(1/T)\int i^2 dt\{0, T\}}$,

平均電力$P=(1/T)\int i^2 R dt\{0, T\}$　:［2］p. 93 電気回路

(8)RLC直列回路　$v=v_L+v_R+v_C=L di/dt+Ri+(1/c)\int i\,dt$

$=L dq^2/dt^2+R dq/dt+q/c$：［2］p. 95 電気回路

(9)積分回路と積分波形：［2］p. 112 電気回路

(10)平均直流電流 $Ic=(1/\pi)\int Ic_m\cos\omega t\, d(\omega t)\{-\pi/2, \pi/2\}$：［2］p. 144 増幅回路

(11)ミラー積分器、ブートストラップ回路:［2］p. 158, 159 パルス回路

(12)角周波数$\omega_i=\omega+\Delta\omega\cos(pt)$に対する位相角

$\theta=\int \omega_i dt\{0, t\}$:［2］p. 171　周波数変調

(13)ひずみエネルギー$U(\delta)=\int P(\delta')d\delta'\{0, \delta\}$、コンプリメンタリーエネルギ

$U_c(\delta)=\int \delta(P')dP'\{0, P\}$:［4］p. 12 材料の機械的性質

(14)長さdxの微小部分の伸び　$d\delta=\varepsilon dx=(\sigma/E)dx$,

棒全体での伸びδはこれらの総和　$\delta=\int d\delta\{0, l\}=\int(\sigma/E)dx\{0, l\}$

：[4]p. 44 物体による応力と変形

(15)微小部分dξに作用する集中荷重 qdξ、

曲げモーメント$M=-\int(qd\xi)\xi\{0,l-x\}=-q\int\xi d\xi\{0,l-x\}=q(l-x)^2/2$

：[4]p. 79はりのせん断力と曲げモーメント

(16)外力$F=P\sin\omega t$, 変位$x=\sin(\omega t-\beta)$、

振動中Fにより1サイクル間になされる仕事 $U=\int Fdx=\int Fx'dt$

$=\omega PA\int\sin\omega t\cos(\omega t-\beta)dt\{0,2\pi/\omega\}=\pi PA\sin\beta$、

失われるエネルギー$\int cx'dx=\int cx'cx'dt$

$=cA^2\omega^2\cdot\int\cos^2(\omega t-\beta)dt\{0,2\pi/\omega\}=\pi cA^2\omega$、

強制振動を$x=A\cos\omega t$と考える と、1サイクル間に失われるエネルギーは

$Ud=2\int(bx'^2)dx\{-A,A\}=-2b\cdot\omega^2A^3\int\sin^3\omega t\,d(\omega t)=8b\omega^2A^3$

：[5]p. 34 振動におけるエネルギー

(17)微小長さdξの質量dm, コンロッドに作用する慣性力$F_1=-\alpha\int dm$,

$F_2=\phi'^2\int\xi dm$, $F_3=-\phi''\int\xi dm$ ：[5]p. 91 コンロッドの運動

(18)クランク1回転中についての平均値$(1/2\pi)\int m_A'd(\omega t)$

：[5]p. 125 クランク軸における等価円板

(19)断面積A_x, A_x+dA_x,許容応力σ_a,$(A_x+dA_x)\sigma_a=A_x\sigma_a+\rho gA_xdx$

$dA_x/A_x=\rho g dx/\sigma_a$：[4]p. 45 物体力による応力と変形

(20)中心からの距離xの微小部分dxの遠心力$dP_x=\rho Adx\cdot x\cdot\omega^2$：同上p. 46

(21)せん断力V, 曲げモーメントMの変化dV, dMについて、垂直力の釣り合いより、分布荷重をqとすると、$qdx+(V+dV)-V=0$ i.e. $dV/dx=-q$, モーメントの釣り合いより、$M=(M+dM)-(qdx)dx/2+(V+dV)dx$、高次の微小量を省略して$dM/dx=V$ ：[4]p. 86 はりのせん断力と曲げモーメント

(22)RC直列回路 $Ri+(1/c)\int idt=v$, $q=\int idt$

i.e. $Rdq/dt+q/c=v$ [2]p. 109 電気回路

(23)RLC直列回路 $Ldi/dt+Ri+(1/c)\int idt=v$、これを微分することにより$Ld^2i/dt^2+Rdi/dt+i/c=0$ ：[2]p. 112 電気回路

(24)直線振動系 $mx''=-kx$、

回転振動系 $I\theta''=-k\theta$、

粘性減衰のある場合の自由振動 $mx'' = -kx - cx'$、

固体摩擦のある場合の自由振動 $mx'' = -kx + F$

:[5]p.16,19,21,25 自由振動

(25)減衰のない場合の強制振動 $mx'' = -kx + P\sin\omega t$,

減衰のある場合の強制振動 $mx'' = -kx - cx' + P\sin\omega t$,

変位による強制振動 $mx'' = -k(x-u) - c(x'-u')$,

$x - u = x_r$とおくと、$mx_r'' + cx_r' + kx_r = -mu''$,

振動数のへ変化する外力による強制振動 $x'' + p^2x = q\sin(\sigma t^2/2 + \phi)$

:[5]p.28,30,26,40 強制振動

(26) $(I_G + m_r a^2)d^2\theta/dt^2 = -m_r g a\sin\theta$、ここで$\theta$を小とすると、

$d^2\theta/dt^2 + m_r g a\theta/(I_G + m_r a^2)$:[5]p.93 コンロッドの相当力学系

(27)$m_1x_1'' = -k_1x_1 + k_2(x_2 - x_1)$, $m_2x_2'' = -k_2(x_2 - x_1)$

:[5]p.47 2自由度系の自由振動

(28)$m_1x_1'' = -(k_1 + k_2)x_1 + k_2x_2 + P\cos\omega t$, $m_2x_2'' = -k_2(x_2 - x_1)$

:[5]p.50 2自由度系の強制振動

(29)$m_1x_1'' + c(x_1' - x_2') + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = P\cos\omega t$,

$m_2x_2'' + c(x_1' - x_2') + k_2(x_2 - x_1) = 0$

$I_1\theta_1'' + c(\theta_1' - \theta_2') + k_1\theta_1 = M\sin\omega t$, $I_2\theta_2'' + c(\theta_2' - \theta_1') = 0$

:[5]p.52,53 減衰力が作用する場合の強制振動

(30)$mx'' = -k(x - a\cos\phi)$, $my'' = -k(y - a\sin\phi)$

$x'' + \omega_c^2x = a\omega_c^2\cos\omega t$, $y'' + \omega_c^2y = a\omega_c^2\sin\omega t$

$x'' + \omega_c^2x = a\omega_c^2\cos(\sigma t^2/2 + \phi)$, $y'' + \omega_c^2y = a\omega_c^2\sin(\sigma t^2/2 + \phi)$

:[5]p.69,70,71 ふれまわりにおける回転軸の運動

(31)$I_1\phi_1'' + k_1(\phi_1 - \phi_2) = 0$, $I_2\phi_2'' - k_1(\phi_1 - \phi_2) + k_1(\phi_2 - \phi_3) = 0$,

$\cdots$, $I_n\phi_n'' + k_{n-1}(\phi_{n-1} - \phi_n) = 0$　加えると$\Sigma I_n\phi_n'' = 0$　積分して

$\Sigma I_n\phi_n' =$一定（近似解法としてホルツアーの逐次近似法）

:[5]p.122 多数の　円板を有する軸のねじり振動

※(1)～(5)は微分法に関する内容であり、(6)～(18)は積分法に関する内容である。また、それ以降は微分方程式に関する内容であるが、(19)～(21)は変数分

離形、(22)〜(26)は線形微分方程式、(27)〜(31)は連立微分方程式である。

上の例は全体からみれば、ごく一部にすぎないが、解析能力の向上を目指した数学教育のありかたを考えるのには、大変参考になると思う。

微小数、微分、微分商、同位や高位の無限小、テイラー展開、極限、不定積分、定積分の定義などの指導に関して工夫があればよいと思う。

定積分の定義については「位置xとともに変化する力$F(x)$がする仕事Wに関して：微小区間$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$での力の平均$F_i$がなす仕事$\Delta W_i$は$\Delta W_i = F_i \Delta x_i$であり、全体では$\Sigma \Delta W_i = \Sigma F_i \Delta x_i$となり、$\max \Delta x_i \to 0$となるように区間の分割を∞にしたときの極限として、仕事Wが力$F(x)$の定積分として表される[7]」がよい例である。定積分の概念導入は、曲線で囲まれた部分の面積を、区分求積法で求める方法が理解し易いと思われるが、以上の例を引き合いに出して教えるのも、現象解析の面から考えると極めて有効であると思う。

4．解析能力向上のための数学教育

以上の第2節、第3節から、解析能力の向上を念頭に置いた数学教育を考える場合に、欠いてはならないものとして、文章を式で表す練習、変化率の意味を理解すること、無限小の教育の徹底、増分・微分・導関数の相違と移行の理解などがあげられる。これらについて、所見を述べる。

I．変化率の教育の重要性について

現象解析の多くは、対象物が何らかの意味で変化する。例えば、上の第2節の問題①の中の原子の崩壊の速さ、②における温度変化の割合などである。また、解析の際用いられる自然界の法則には、変化率を含むものが沢山ある。例えば、④における運動の第2法則の中には、速度の変化率である加速度、⑤中の運動量保存則には、距離の変化率である速度などがそれである。　第2節でも述べたように、変化率をよく理解していない学生が多い。どうも導入時に問題があるような気がする。この概念が初めに現れるのは、「変化の割合」として、中学校数学においてである[17]。1次関数の場合は変化の割合が直線の傾きとなるので分かりやすいと思うが、2次関数に対しての変化の割合については、習っている生徒の多くはその意味をよくわからないで、定義の式に単純に代入しているだけのよ

うである。高専入学後,「中学校のとき学んだ変化の割合はどういう意味ですか」と質問すると、大半の学生は「よくわからなかったけれども、公式があって、それにただ代入しただけである」と答える。現象から離れて関数のみの変化の割合は初めて学ぶ者にしてみれば極めてわかりにくい事柄であると思う。この点から考えると、2次関数についての「変化の割合」は中学校の指導内容から削除したほうがよいのではないだろうか。高専に入学してから、具体的な現象例とともに導入したほうが、難しいという先入観なしで、すんなりと理解できるのではないかと思われる。

特に工科の学生への新しい概念の導入は,現象と関連づけながらするのが,効果的であると考える。第3節にあげた例からもわかるように、変化率の具体的現象例として、速度と加速度は省略出来ない内容である。速度を変化率の導入に用いて、それから一般的な変化率の概念に入るという指導の仕方が(実際に行ってみて)、高専の学生には適しているようである。

II. 無限小について

第3節の(4)のように,式をテイラー(またはマクローリン)展開して,あるところから先の項を省いて近似値として用いたり,変数を0に近づけた場合に,極限ではあるところから先の項が無くなるという例は,現象解析においてはしばしば現れる。この方法の理解を助ける知識として,無限小という概念がある。

書くまでもないことではあるが、「独立変数の或る一定の変動に伴って0に収束する変数を『無限小または微小数』という。[18]」

$x\to a$ のとき、$u=u(x)$, $v=v(x)$ が無限小となる関数であるとする。$x\to a$ のとき $u/v\to 0$ であるならば、u は v より高位の無限小といい、$u=o(v)$で表し、$u/v\to k$ ($\neq 0$ なる定数)であるならば、u と v は同位の無限小であるといい、$u=O(v)$で表す。また、$u/v^n\to k$ ($\neq 0$ なる定数)であるならば、u は v に対して n 位の無限小であるという。[19]

第3節(4)のひずみは $\varepsilon'=\varepsilon+o(\varepsilon)$ と表され,(5)は $\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta}=1+\lambda^2\sin^2\theta/2+O(\theta^4)$ と表すことができる。

無限小の性質:$\beta=o\,\alpha$, $\gamma=o\,\alpha$ ならば $\beta+\gamma=o\,\alpha$, δ が有界ならば $\delta\, o\,\alpha=o\,\alpha$ かつ $o(\delta\,\alpha+o\,\alpha)=o\,\alpha$ などもきちんと指導したいところである。

Ⅲ．増分、微分、微分係数について

現象を分析するときには、動的なものであっても、例えば、時刻ｔやそれからΔtだけ経過した時刻$t+\Delta t$の状態を考えるというように、一旦静的なものに置き換えることが多い。このとき、増分とこれの近似である微分の概念が導入される。

「微分可能な関数$y=f(x)$について、xの増分Δxに対するyの増分をΔyとすると、$\Delta y=f'(x)\Delta x+\varepsilon$と置くと、$\Delta x\to 0$のとき、$\varepsilon\to 0$である。すなわち、$\Delta x$が小さいとき$f'(x)\Delta x$は$\Delta y$の近似値を表す。そこで、$f'(x)\Delta x$をｄｙで表し、ｙの微分という。特に、$f(x)=1$の場合を考えると、$dx=\Delta x$を得るから、$dy=f'(x)dx$である・・・」という教え方が一般的である。

「sin x を積分すると－cos x ＋Ｃとなる」「sin x の積分は－cos x ＋Ｃである」であるのに、

「sin x を微分するとcos x となる」「sin x の微分はcos x ｄｘである」

という違いが生じる。ここのところが非常にわかりにくい。内容としてはスッキリしているものの、「f(x)を微分する」ことと「f(x)の微分」とは異なる概念であり、さらに、導関数を表すdy/dxと同じ記号、ｄｙ，ｄｘを用いるところに理解のしにくさがあるのではないか（実際には微分の商が導関数と等しくなるので導関数のことを微分商というが）。

そこで、「微分」を導関数と同じ意味とし、「sin x の微分はcos x である」という使い方が正しいものとする。そうすると当然、本来の「微分」という語を違うものにしなければならない。(differentialにこだわらずに)仮にこれを「近分」とでもし、記号もδy、δxを用いることにすると、「ｙの近分はｙの微分にｘの近分を掛けたもの、すなわち$\delta y=(dy/dx)\cdot\delta x$である」ということになる（ただし、ここで近分は微小の数であるとは限らない）。そうすると、関係式$\delta y/\delta x=dy/dx$が成り立つ。$\Delta x\to 0$のとき$\Delta y/\Delta x\to dy/dx=\delta y/\delta x$

i.e. $(\Delta y-\delta y)/\Delta x\to 0$，従って、$\Delta y\to\delta y$となる。

合成関数の微分法

$$dy/dx=\delta y/\delta x=(\delta y/\delta t)\cdot(\delta t/\delta x)=(dy/dt)\cdot(dt/dx)$$

や、逆関数の微分法などの結果も混乱なく容易に導き出される。

5．まとめ

解析能力の向上を目指した教育を考えるには、その能力の程度を知る何かがなければならない。今回は1つの問題を3つの段階にして、どの段階で解けるかによってその能力の判定を試みた。この方法は副産物として、学習意欲の向上にも役立つような実感を得た。どのような問題を能力判定に用いればよいか、今検討中である。これには、専門教科で学んでいる内容の分析が必要である。

解析能力は現象の把握、それを微分方程式などで表現すること、それを解くこと、その解を現象に照らし合わせること、修正すること等など総合した力を表すものである。この論文では、そのうちの文章で表された現象を式で表現するという一部分であるが、極めて重要である部分についての考察を加えたわけである。

簡単なテストの結果、現象を解析する力が意外に身についていないことがわかった。学生が弱いと思われる点を指摘し、それを回復するような教育方法の案をいくつか提示した。動いているものを、時刻を固定するなどして、一旦停止させて考えるという、頭の切り替えがスムーズにゆくような訓練も大切であるような気がする。方法論については、さらに研究していきたいと思っている。

参考文献

[１] 原正人：これでわかった電気の理論、啓学出版、1973。

[２] 相川孝作、石田哲朗、橋口住久：新版電気工学概論、コロナ社、1989。

[３] 雨宮好文：図解センサ入門、オーム社、1989。

[４] 尾田十八、鶴崎明、木田外明、山崎光悦：材料力学、森北出版、1988。

[５] 斎藤秀雄：機械力学、朝倉出版、1967。

[６] 中山泰喜：流体の力学、養賢堂、1979。

[７] 原康夫：物理学基礎、学術図書、1986。

[８] d. N. Burghes, M. S. Borrie:Modelling with Differential Equations, Ellis Howood, 1990.

[９] ポノマレフ：微分方程式の立て方と解き方、電気書院、1969。

[10] ストリヤール：数学教育学、明治図書、1976。

[11] 笹部貞市郎:微・積分学辞典、聖文社、1963。

[12] 浅野功義、和達三樹:常微分方程式、講談社
[13] 山本稔：微分方程式とフーリエ解析、学術図書、1985。
[14] 山口昌哉:非線型現象の数学、朝倉書店、1972。
[15] 矢野健太郎、石原繁：解析学概論、裳華房、1982。
[16] 田代嘉宏:応用解析用論、森北出版、1986。
[17] 文部省:中学校指導書数学編、大阪書籍、1989。
[18] 高木貞治：解析概論、岩波書店、1938。
[19] 岩切晴二：微分積分学精説、培風館、1949。

A Few Remarks on Mathematical Education for the Improvement of the Analytical Faculty in the College of Technology

Miki KUDO
Akita National College of Technology

(Abstracted)

The purpose of the present investigation is the improvement of analytical faculty of the students learning in the college of technology.

We describe the following :

- on the judgement of the analytic faculty,
- on the content of mathematics used in mechanical engineering, and
- on the importance of the education with respect to the increment ratio, the increment, the differential, derivatives and the infinitesimal.