

コンピュータ利用マルチメディア環境  
授業の研究(4)

— 中学数学：回転体と体積 —

佐伯 卓也(岩手大学教育学部)

協力者：門脇隆子・佐々木ひろみ・中田祐子  
(平成4年度岩手大学教育学部4年次学生)

教育現場へのマルチメディアの導入が問題になっているが、既にコンピュータが導入されている学校ではマルチメディアと言われても対応する機械を導入することは難しい。一方教師教育ではマルチメディアに対応できる教師の育成をしなければならない。このような要求から附属中学の現有システムを利用して学生にマルチメディアの考え方を植え付ける教育を試みた研究の一つである。指導の要点は、コンピュータソフトの開発訓練と、それを利用した授業のマルチメディアもどきの展開の訓練になる。本研究では回転体、円柱や円錐、その変形や一部の組み合わせた立体の体積を求める問題のソフト開発と授業実践を行った。

[キーワード] 中学校数学, コンピュータの教育利用, 教師教育,  
回転体の体積, マルチメディア環境授業

## 1 はしがき

現行の学習指導要領(平成元年)の上から本研究の内容は第1学年B図形(2)イ平面図形の運動による空間図形の構成, に関連している。ここでは用語・記号として「回転体」が入っているが、特に体積まで触れていない。ただ、指導書によると、小学校算数の関連として第6学年で基本的な柱体及びすい体の体積や表面積が求められるようになっているとしている。しかし、本研究の実施は1992年の12月だったので前の指導要領(昭和53年)の内容であった。そこでは、第1学年C図形(1)イ平面図形の運動による空間図形の構成、(3)イ柱体、すい体及び球の表面積と体積, に関連させて扱ったものである。

先行研究として、回転体を取り上げたのは1983年、1988年に2題目あるが体積として考えたのは、1988年の「球の体積と表面積」「カバリエリの原理」(佐伯, 1990ab), さらに1991年の「区分求積法による球の体積」(佐伯, 1993a)である。しかし、これらはどちらも区分求積法として小円柱の体積の総和としての扱いであった。ところで数学教材の観点からは、回転体の体積としての扱いの一つは、積分の応用としての公式からのアプローチの観点がある。今回はそれわも意図したが十分目的が達せられなかった。教材としてはもう少しの工夫研究がいるという結果になった。

## 2 授業設計と教材開発

### (2. 1) 教材の位置付け

まず回転体 (solid of revolution) は、回転面によって囲まれた立体図形である。例として、球・直円柱・直円錐等がある。さらに数学では回転体の体積というとき、曲線

$$y=f(x), a \leq x \leq b \text{ を } x \text{ 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は } V = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

で与えられる。さらに、回転体の体積に関連する定理で、よく知られているものは「一つの平面図形Fを回転してできる回転体の体積は、Fの面積Sと、Fの重心のえがく円の周りの長さLとの積SLである」という定理であろう。この定理を仮に「回転体体積重心定理」ということにする。本時で扱う教材は、ふくらまし教材であるので、開いた教材として位置付けたい。したがって、本研究の目的の一つは、このような数学的な扱いが、中学2年という生徒を対象にしたときどこまで可能か、をさぐるということにある。

授業の計画を進めるにあたり、最初に回転体体積重心定理の扱いをどうするかを考えた。ここで問題になるのは、重心の概念が中学数学にないことである。重心そのものもふくらまし教材になるということである。重心と回転体の体積という二重のふくらまし教材は生徒にとって困難であると判断し、今回は回転体体積重心定理は考えないことにした。

次善の策として回転体の体積を求める求積問題としての扱いがある。これは必然的に区分求積法として薄い円柱に分けて体積を求めることになる。しかし、この方法は先行する研究として何度も手掛けてきている。これらは殆どの研究で授業は成功的であるという結果を得ている。そのため、筆者の研究室としては新しさに欠けるきらいがあるので、この扱いは避けることにした。一応、これらの関連先行研究のリストを表1に掲げる。評価の欄のⅡⅣはP-Pグラフパターン、距離とは当該授業内容と生徒集団の事後の認知構造の距離を表す(佐伯, 1992)。

表1 回転体関連先行研究とその評価

年次	担当学生集団	内 容	P-Pグラフ	距離
1983	D班(男子3名)	回転体(線・面の運動による立体の生成)	Ⅱ	00***
1986	D班(男子2名)	円錐の体積(区分求積法による)	Ⅱ	28
1988	B班(男子2名)	球の体積と表面積	Ⅱ	09***
	D班(女子3名)	回転体の体積	Ⅱ	19*
1991	C班(女子2名)	区分求積法による球の体積	Ⅳ	27

これらの考察の結果、いろいろの回転体の組み合わせとしての求積問題とすることにした。次に学習指導案を示す。

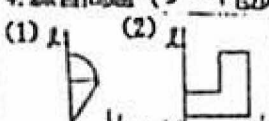
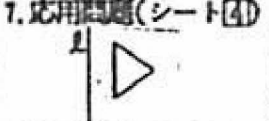
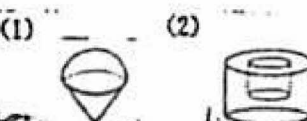
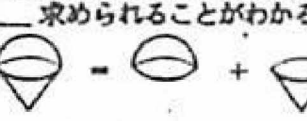
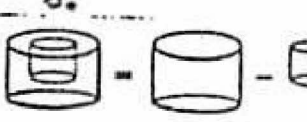
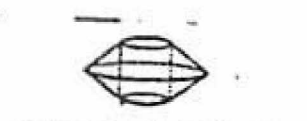
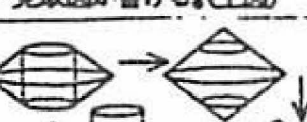
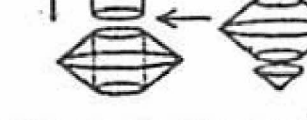
### (2. 2) 学習指導案と学習シート

数学科と学習指導要領

指導者 門脇 隆子  
共同研究者 佐々木 ひろみ・中田 祐子

- 1 日 時 平成4年12月3日(木) 第1校時 (授業場所: CAI教室)  
2 指導 学級 岩手大学教育学部附属中学校 2年 B組 (男子 20名 女子 20名 計40名)  
3 主 題 回転体の体積  
4 本時の目標 ①円柱・円すい・球が、長方形・直角三角形・半円を回転させてできた立体であることを知る。  
②円柱・円すい・球の体積が求められる。  
③円柱・円すい・球を組み合わせた立体の体積の求め方を知る。

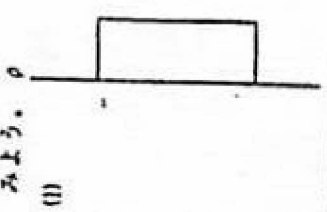
## 5 本時の展開

段階	指導事項	教師の活動	予想される生徒の活動	時間	指導上の留意・教材教具
導入	復習  学習課題	1. 長方形・直角三角形・半円を回転させるとどのような立体ができるか考えさせる。(シート①) 2. 円柱・円すい・球の体積の公式を確認させる。(シート②) 3. 座標上の長方形・直角三角形・半円から、それらを回転させてできる立体の体積を計算させる。(シート③)	・円柱・円すい・球ができることがわかり、見取図が書ける。  ・円柱・円すい・球の体積の公式を思い出す。  ・座標から半径・高さを読み取り、円柱・円すい・球の体積を具体的な数値を用いて計算することができる。	20分	・学習シート① ・画面 1-3 (一斉送信)  ・学習シート② ・紙板書  ・学習シート③
展開	課題解決  演習	4. 練習問題(シート③) (1)  ・見取図を書かせる。 ・体積は、どのようにして求めればいいのか考える。  5. 4について発表させる 6. 5を確認させる。 7. 応用問題(シート④)  ・見取図を書かせる。 ・体積は、どのようにして求めればいいのか考える。  8. 7について発表させる 9. 8を確認する。 10. 本時のまとめをする	(1)  ・見取図が書ける。(上図) (1) 半球と円すいを合わせれば求められることがわかる。  (2) 円柱(大)から円柱(小)をひけば求められることがわかる。    ・見取図が書ける。(上図)   	27分	・(1), (2)のどちらか1問を各自に選択させる。 ・学習シート③ ・画面 4-(1), (2) (各自操作)  ・具体的な数値計算や、もう1問の問題の方は、余裕がある生徒はやってもよいことにする。  ・画面 (一斉送信) ・学習シート④ ・画面 (各自操作)  ・立体模型 ・画面 (一斉送信)
終結	まとめ		・"いろいろな回転体の体積は、円柱・円すい・球の組み合わせにより求めることができる"	3分	

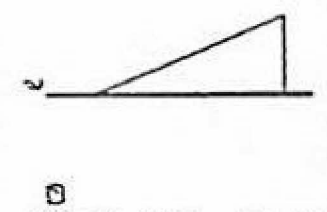
次に学習シートを示す。

141 軌道 (木) 一回転体とその体積について考える。

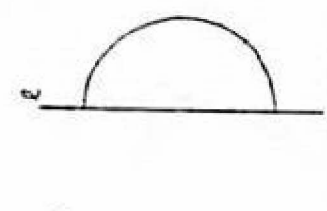
正: 下の図において、直線  $l$  を軸として一回転したときに見える点体の体積について考えてみよう。



(1)



(2)



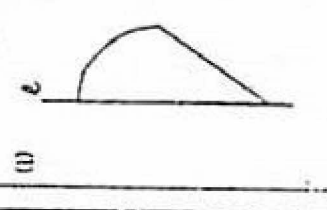
(3)

<見取図>

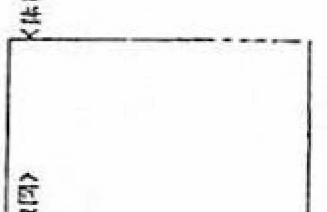
<見取図>

<見取図>


142 次の図を直線  $l$  を軸として一回転してできる立体の見取り図と体積について考えてみよう。



(1)



(2)



(3)

<見取図>

<見取図>

<見取図>

21 (体積の公式)

### (2. 3) 教材開発

教材開発のメインはパソコンソフトである。附属中学のC A I 教室のパソコンはP C 9 8 シリーズなので、プログラムはB A S I C で組んである。教室のL A N がP C ゼミなので親機用ソフトと子機用のソフトは別々に準備した。次にその概略を示す。

( 1-1010)プログラム名と画面設定

(1020-1060)題名画面の設定

(1080-1170) [メニュー] 画面の設定 教師用プログラムなのでメニュー画面はディスプレイに表示されないようになっている。以下同じ。

(1180-1550)座標画面の設定

(1560-4500) [メニュー] プログラム

(4510-5000)『生徒が作る回転体』のプログラム

(5010-5070)終了の画面設定

(5080-5550)サブルーチン

(5560-7180) [メニュー] のつけたしプログラム

[メニュー] の1, 2, 3は教師側の操作のみであるので画面にでない。最初は回転しようとする図形(長方形, 直角三角形, 半円)と回転軸が出て, リターンキーで回転し, その後に見取り図が出る。その後, 元の図形に座標が重なる。生徒用は初めに座標に図形が重なっていて, その後に回転し見取り図が出るようになっている。

[メニュー] 4は, 教師用と生徒用が同じで, 練習問題2題を生徒が選択するようになっている。しかし実際はもう1題問題が, 応用問題として入っていてシークレットナンバーとして(4)とした。生徒が勝手にキーを操作しても見られないようにとの配慮からである。実際に授業をしたときこのシークレットナンバーは大変有効であった。それぞれの最後は[メニュー]画面, 『生徒が作る回転体』, プログラム終了のどれかに跳ぶようになっている。また生徒用ソフトでは終わりはすべてS T O P キーをおすと(途中でも)[メニュー]画面に戻るように作ってある。これも, 授業の進行には有効であった。

サブルーチンは, プログラムを停止させ, テンキーとリターンキーのみで画面を進めるものである。これは教師用ソフトではすべて“ ”をつけ働かないようにしてあり, 生徒用でのみ有効であるようにした。

このほかに紙板書用紙を8枚準備した。

### (2. 4) 授業の記述

コンピュータを利用したM M 環境授業なので, 会わなくなっているが一応P C T M カテゴリーに従って記述を試みる。

#### [1] ハードウェア

- ・機種はP C 9801 E X で親機1セット子機20セット, それにL A N としてP C ゼミ, それに実物投影機, V T R がついてるシステムである。
- ・学校名, 教室それに生徒数は指導案に記載してるので省略。パソコンは生徒2名に1セットである。

#### [2] ソフトウェア

- ・ツールによらない自己開発。・使用言語はB A S I C。開発日は授業直前。他者への提供は可能である。

・利用パソコン機能は主としてグラフィック。

### [3] 授業の記述

・教師教育としての学生教師。助手2人。

・授業は伝統的な学習シート利用のMM環境授業である。指導案等は別記。

### [4] 評価用具類

・I W A Tを利用したC A T I法による。

・V T R収録, プロトコール採取による分析。

## 3 授業の評価

I W A T (岩手式言語連想テスト) によるC A T I法 (佐伯, 1992) を利用した。キーワードは教科書からアメリカ式で次の9語が採取された。①長方形, ②直角三角形, ③半円, ④円柱, ⑤円すい, ⑥球, ⑦回転, ⑧立体, ⑨体積, である。表2で事前事後の応答

表2 I W A T事前事後応答数と内容構造・認知構造

事前 事後	長 方 形	直 角 三 角 形	半 円	円 柱	円 す い	球	回 転	立 体	体 積	意 味 度
①長方形		14	2	<sup>1</sup> 18 <sub>1</sub>	2	0	<sup>2</sup> 4	23 <sub>2</sub>	16 <sub>3</sub>	2
②直角三角形	16		1	2	<sup>3</sup> 17 <sub>4</sub>	0	<sup>4</sup> 18 <sub>5</sub>	11	4	2
③半円	1	0		10	7	<sup>5</sup> 20 <sub>6</sub>	<sup>6</sup> 14	9	6	2
④円柱	<sup>1</sup> 21	0	7		15	11	13	<sup>7</sup> 24 <sub>7</sub>	<sup>8</sup> 16 <sub>8</sub>	3
⑤円すい	1	<sup>3</sup> 27 <sub>3</sub>	1	7		11	11	<sup>9</sup> 27 <sub>9</sub>	<sup>10</sup> 19 <sub>10</sub>	3
⑥球	0	0	<sup>5</sup> 31 <sub>5</sub>	9	7		10	<sup>11</sup> 27 <sub>11</sub>	<sup>12</sup> 19 <sub>12</sub>	3
⑦回転	<sup>2</sup> 24 <sub>1</sub>	<sup>4</sup> 22 <sub>4</sub>	<sup>6</sup> 18	20	19	20		22 <sub>13</sub>	11	3
⑧立体	24 <sub>2</sub>	16	14	<sup>7</sup> 31 <sub>6</sub>	<sup>9</sup> 27 <sub>8</sub>	<sup>11</sup> 32 <sub>10</sub>	25 <sub>12</sub>		<sup>13</sup> 26 <sub>13</sub>	4
⑨体積	15	8	9	<sup>8</sup> 24 <sub>7</sub>	<sup>10</sup> 24 <sub>9</sub>	<sup>12</sup> 23 <sub>11</sub>	17	<sup>13</sup> 25 <sub>13</sub>		4

数を示す。表の中で各セルの中の数値は生徒の応答数, 上の番号は内容構造の隣接箇所番号, 下の番号は認知構造の隣接箇所番号である。したがって, この場合の隣接箇所数は13個ということである。次に距離法分析をする。内容構造と認知構造の意味度の距離  $d$  と,

表3 距離D, dの表

D \ d	内容構造	事前認知構造	事後認知構造
内容構造	—	.314*	.272**
事前認知構造	.124**	—	.248**
事後認知構造	.124**	.068***	—

距離行列の距離 $D$ を表3に記す。表中 \* \*\* \*\*\* はそれぞれやや近い, 近い, 大変近いの程度を示す。距離行列では, 内容構造と認知構造の距離の事前から事後への変容は, ともに.124で変容はなかった。しかし, 意味度では, やや近いから近いに変容した。

次に, 図1にP-Pグラフ, 図2にキーワード分析グラフを示す。結果は, P-Pグラ

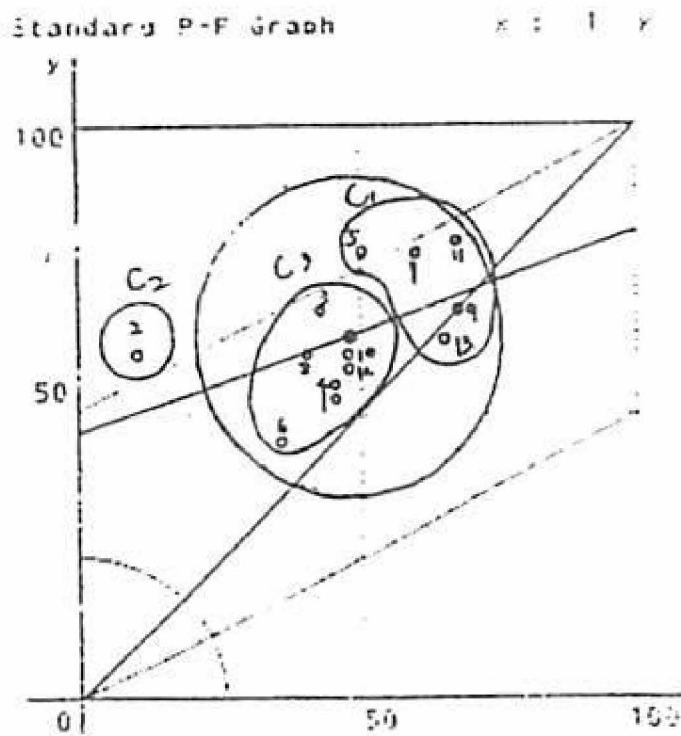


図1 P-Pグラフ

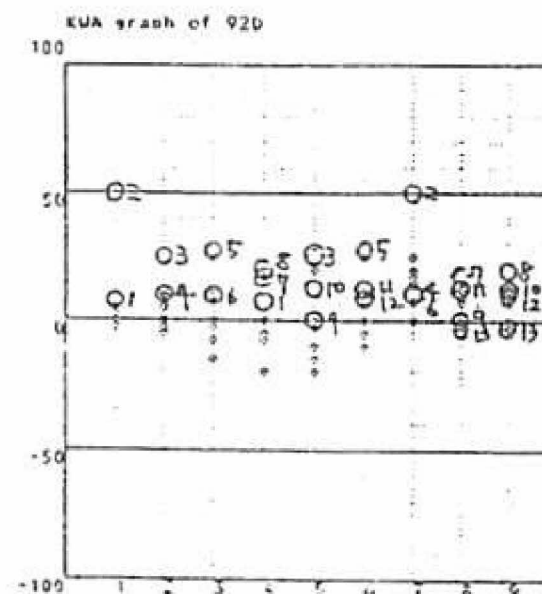


図2 キーワード分析グラフ

フのパターンは一応はII型であるが, クラスタ $C_3$ が多くの点を含み $C_2$ が1点だけ含むという変則的なII型である。キーワード分析グラフは小変容混合II型である。P-Pグラフの変容係数は $\beta_1=.47$ ,  $\beta_2=.72$ であり, 第13隣接箇所だけ僅かに事後に減っただけで他の隣接箇所すべてが増えていることから判断して, 一応, 授業は成功的であったとなる。またキーワード分析グラフでは, 第13隣接箇所: 立体一体積が, 僅かであるが負の領域にいったことは問題点である。また非隣接箇所でも, 回転と立体はすべて正になったこと等, 隣接箇所の選定に問題があったことを示している。

#### 4 考察

本時の計画は, 最初は回転体体積重心定理を念頭において考えた。しかし, 中学では重心の概念は物理的体験を通して感覚的には分かるとしても学習指導要領にないので, これを扱えばふくらまし教材になる。しかも本時の目標は重心ではない。そのため扱うのは不適當と考え今後の研究に回すことにした。一方, 回転体の体積を区分求積法によって求めることは何度も試みて成功的な授業をしているので, ここではこの扱いも避けることにした。このような背景から本時の授業は比較的平凡な既習事項の組み合わせとしての求積問題になり, 特にふくらまし教材でもなくなったことは否めない。

次に, 本時の授業の評価を距離法分析, P-Pグラフ分析, キーワードグラフ分析(KWA分析)の3方法で行った。距離法分析とP-Pグラフ分析についてはすでに述べてい

るのでこれ以上は加えない。KWA分析の結果についてもっと補足する。

KWAグラフ(図2)は前に触れたように小変容混合Ⅱ型であると言った。定義に従って「小変容」と言ったが、第2隣接箇所「長方形一回転」のy座標が50なので大変容と言っても良いくらいである。KWAグラフの所見について触れる。第13隣接箇所「立体一体積」の応答数が26から25に下がっている。これは事前から高かったせいと解することができる。これは第9隣接箇所「立体一円すい」についても言える。また、KW回転を見るとき、隣接箇所も非隣接箇所も事後で伸びている。特に非隣接箇所が目立つ。これは授業で利用したパソコン教材がいろいろな平面図形を回転させる場面が多かったことから由来すると考えられる。この点内容構造の取り方に問題があると考えられる。平面図形→回転→回転体→体積の筋道をもっと意識させる方向が望まれる。第2隣接箇所「長方形一回転」が、4から24と一気に増えたのは、事前の段階では生徒は長方形と回転ではあまりにも違うから、連想しなかった。しかし、授業ではパソコン画面で強く印象づけられた結果がこうなったと解される。

### 参 考 文 献

- 門脇隆子(1993) 中学校数学におけるパソコン利用の授業 —— 回転体の体積を求める、平成4年度 岩手大学教育学部卒業論文
- 中田祐子(1993) 中学校数学のパソコン教材開発と授業実践 —— 回転体の体積、平成4年度 岩手大学教育学部卒業論文
- 佐伯卓也(1990a) 球の体積：中学生対象の数学教材パソコンソフト開発とその授業の実際、岩手大学教育学部附属教育学センター教育学研究, 12, 27-35
- 佐伯卓也(1990b) カバリエリの原理：中学生対象の数学教材パソコンソフト開発とその授業の実際、東北数学教育学会年報, 21, 29-37
- 佐伯卓也(1992) CATI法(P-Pグラフ分析), 東北数学教育学会年報, 23, 3-12
- 佐伯卓也(1993a) 中学校数学のパソコン利用の授業(3) —— 区分求積法による球の体積, 東北数学教育学会年報, 24, 3-12
- 佐伯卓也(1993b) キーワード分析グラフの方法と解釈 —— 中学数学の授業の場合, 東北数学教育学会年報, 24, 23-30
- 佐伯卓也・佐々木猛・時枝直樹・戸来良治(1984) パソコン化授業の実践的研究(2) —— 認知構造の変容, 東北・北陸数学教育基礎的研究報告, 12, 1-16
- 佐々木ひろみ(1993) パソコン教材による回転体の体積の授業実践、平成4年度 岩手大学教育学部卒業論文
- 島田 茂編著(1977) 算数・数学科のオープンエンドアプローチ —— 授業改革への新しい提案, みずうみ書房, 東京



A Research for Teaching with Computers in the Multimedia Environment  
(The 4th Report) — A Junior High School Mathematics :  
Solids of Revolution and Volume

Takuya SAEKI  
The Faculty of Education, Iwate University

(Abstracted)

This report is one of teachings with computers in multimedia environment performed in December of 1991. Essentially, the traditional teaching is a model of teachings called multimedia environment with black board, teaching sheet, OHP and so on. In the present report, the multimedia is not a teaching with the real multimedia system but also a teaching with multimedia environment notwithstanding existence of computers. The real multimedia system controlled by computers only, in multimedia environment the real teacher controls all the teaching and aids, as a linker with all the medias.

In the present paper, it is reported that the formation process of cylinders, circular cone and combinations of these bodies from plane figures are performed by a computer. And volumes of these bodies are also calculated.