

# タンジェントの無限大接近について

宮城県米谷工業高等学校 櫻井 法昭

## 1. はじめに

三角関数のタンジェントは90度付近で急激に無限大に接近するため、数ヶ所をプロットすることによりその概形を描くことは難しい。電卓でタンジェントの値を求めていたとき、90度付近で角度とタンジェントの値には規則性が見られたので、これを多倍長精度の計算ソフトと関係式の展開により調べた。

## 2. 計算ソフトによる計算

計算ソフトとしてMathematicaを使用し、検算にはUBASICを用いた。表1.に示すように、角度が80度から9の個数(x)が増えるたびに、タンジェント値(y)が1桁増えるという規則性が見られる。

表1. 計算ソフトによる計算値

9の個数x	角度θ (Degree)	タンジェント値 $y = \tan \theta = \tan[80 + 10(1 - (1/10)^x) \text{Degree}]$	$Y = \log_{10} y = \log_{10} \tan \theta$
0	80.	5.6712818196177095309944184399 × 10 <sup>0</sup>	0.75368122895833499338825199529
1	89.	5.7289961630759424687278147537 × 10 <sup>1</sup>	1.75807853138637225488535519037
2	89.9	5.7295721335428773113642012662 × 10 <sup>2</sup>	2.75812219142997709562284097865
3	89.99	5.7295778931305902363893418144 × 10 <sup>3</sup>	3.75812262799938336727642858316
4	89.999	5.7295779507264556703365576737 × 10 <sup>4</sup>	4.7581226323650743272810673888
5	89.9999	5.729577951302414323506499868 × 10 <sup>5</sup>	5.7581226324087312365708428529
6	89.99999	5.729577951308173910038082337 × 10 <sup>6</sup>	6.7581226324091678056637095804
7	89.999999	5.72957795130823150590339815 × 10 <sup>7</sup>	7.7581226324091721713546382446
8	89.9999999	5.7295779513082320818620513081 × 10 <sup>8</sup>	8.7581226324091722150115475313
9	89.99999999	5.7295779513082320876216378397 × 10 <sup>9</sup>	9.7581226324091722154481166241
10	89.999999999	5.729577951308232087679233705 × 10 <sup>10</sup>	10.7581226324091722154524823151
11	89.9999999999	5.7295779513082320876798096636 × 10 <sup>11</sup>	11.758122632409172215452525972
12	89.99999999999	5.7295779513082320876798154232 × 10 <sup>12</sup>	12.7581226324091722154525264085
13	89.999999999999	5.7295779513082320876798154808 × 10 <sup>13</sup>	13.7581226324091722154525264129
14	89.9999999999999	5.7295779513082320876798154814 × 10 <sup>14</sup>	14.7581226324091722154525264129
15	89.99999999999999	5.7295779513082320876798154814 × 10 <sup>15</sup>	15.7581226324091722154525264129
16	89.999999999999999	5.7295779513082320876798154814 × 10 <sup>16</sup>	16.7581226324091722154525264129
17	89.9999999999999999	5.72957795130823208767981548141 × 10 <sup>17</sup>	17.7581226324091722154525264129
18	89.99999999999999999	5.7295779513082320876798154814 × 10 <sup>18</sup>	18.7581226324091722154525264129
19	89.999999999999999999	5.7295779513082320876798154814 × 10 <sup>19</sup>	19.7581226324091722154525264129
20	89.9999999999999999999	5.72957795130823208767981548141 × 10 <sup>20</sup>	20.7581226324091722154525264129

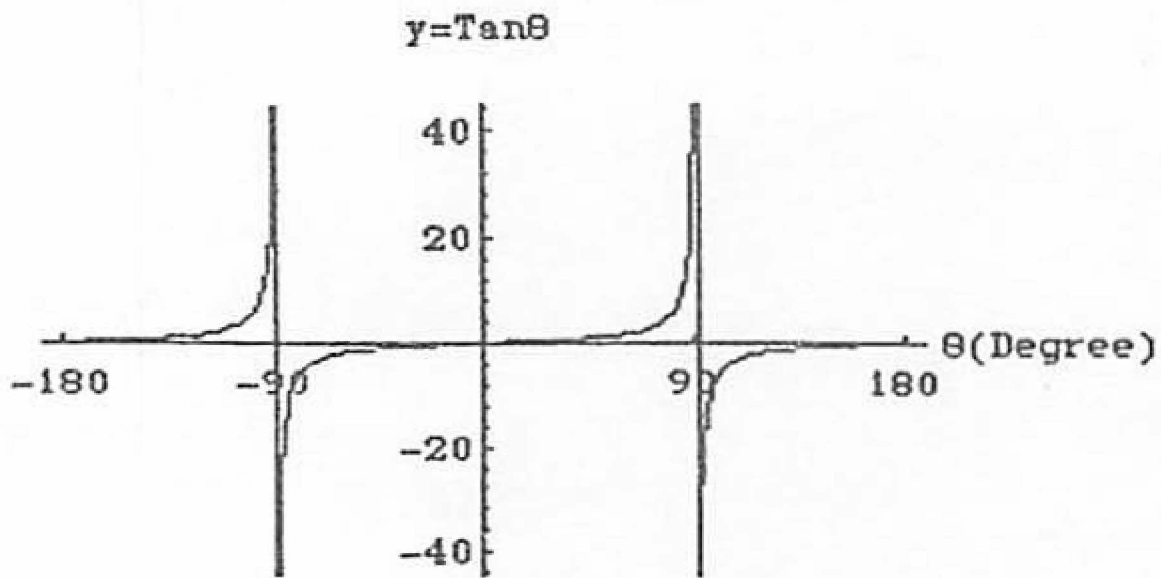


図 1.  $\tan \theta$  のグラフ

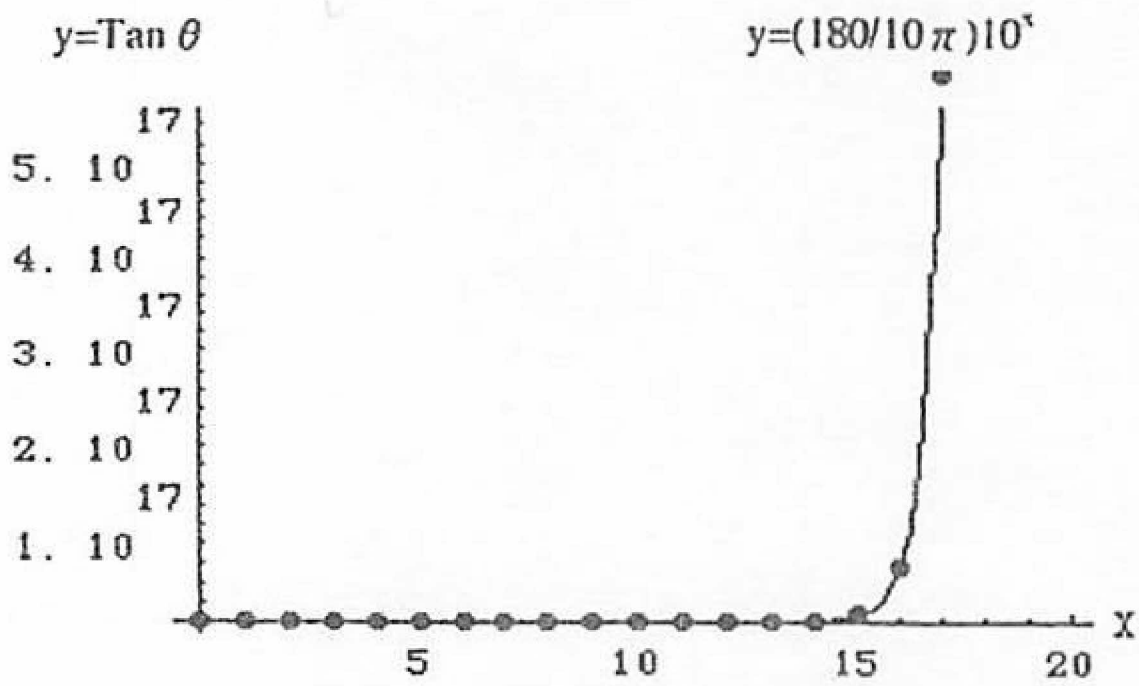


図 2. 9 の個数  $x$  とタンジェント値  $y$  の関係

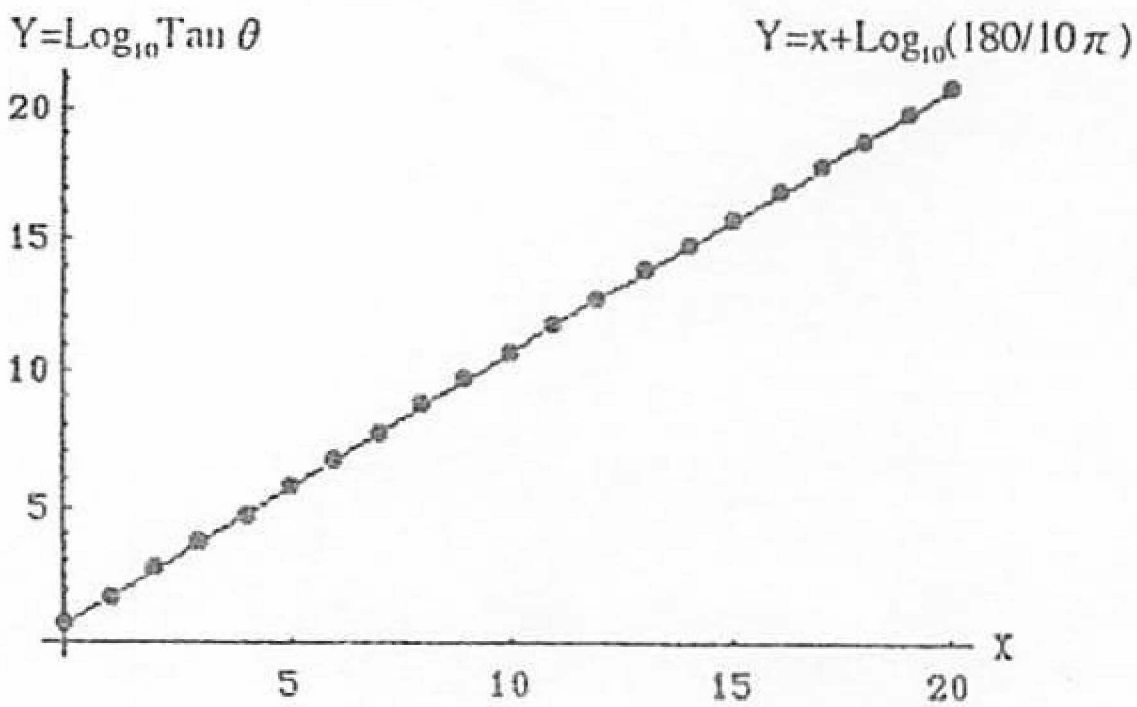


図 3. 9 の個数  $x$  とタンジェントの対数値  $Y$  の関係

### 3. 関係式の展開

表 1. の  $x$  と  $y$  の関係から、

$$y = \tan \theta = \tan[(80 + 10(1 - (1/10)^x) \text{ Degree})] \quad (1)$$

の式が求められ、

式 (1) を展開すると、

$$\begin{aligned} y &= \tan[80 + 10(1 - (1/10)^x) \text{ Degree}] = \tan(90 - 10^{1-x} \text{ Degree}) \\ &= \cot(10^{1-x} \text{ Degree}) = 1/\tan(10^{1-x} \text{ Degree}) \end{aligned}$$

上式を弧度 (rad) で表わすと、

$$y = 1/\tan\{(\pi/180) 10^{1-x}\} \quad (2)$$

と書かれる。

ここで、タンジェントのテイラー展開は、角  $\theta$  が微小ならば  $\tan \theta \approx \theta$  とみなせ、

$$\begin{aligned} y &= 1/\tan\{(\pi/180) 10^{1-x}\} \approx 1/\{(\pi/180) 10^{1-x}\} \\ &\approx (180/10\pi) 10^x \approx 5.7295779513082320876798154814 \times 10^x \quad (3) \end{aligned}$$

となる。

この近似式 (3) は、 $x$  の個数 (x) が増えるほど、計算ソフトによる計算値 (表 1) によく一致する。

### 4. まとめ

90度付近におけるタンジェントの無限大接近の仕方は、計算ソフトによる計算値 (表 1) および近似式 (3) の  $y \approx (180/10\pi) 10^x$  よれば、80度から9の個数 (x) が増えるたびに、タンジェント値 (y) が1桁増えるという規則性があることがわかる。

図 3 は、タンジェント値に対数を取ったもので、直線の傾きが1となり、9の個数 (x) が増えるたびに、タンジェント値 (y) は1桁増えることを示している。

### 5. 参考文献

- (1) スチーブン・ウルフラム、白水 重明 (訳) : Mathematica, A System for Doing Mathematics by Computer (日本語版), Second Edition (1992)
- (2) 小池 慎一 : Mathematica 数式処理入門 (1992)
- (3) 木田 祐司 : UBASIC86 [第 8, 3 版]、ユーザズマニュアル
- (4) 梶原 毅 : 「極限の探求」BASIC 数学 10 月号 (1992), 67
- (5) ベートル, ベックマン, 田尾 陽一, 清水 韶光 (訳) :  $\pi$  の歴史 (1977) 蒼樹書房
- (6) 金田 康正 :  $\pi$  のはなし (1992) 東京図書
- (7) 大野 栄一 : パソコンで挑む円周率 (1991) ブルーボックス P-889, 講談社
- (8) 堀場 芳数 : 円周率  $\pi$  の不思議 (1991) ブルーボックス P-797, 講談社

- (9) 堀場 芳数：対数  $e$  の不思議 (1991) ブルーバックス P-862、講談社  
(10) 筒井 俊正、江口 保：物理実験法、森北出版  
(11) 野崎 昭弘：「コンピュータのセンス」数学セミナー 5月号 (1993) 80  
(12) MURRAY R. SPIEGEL：MATHEMATICAL HANDBOOK (1968) McGraw-HILL  
BOOK COMPANY  
(13) 高木 隆司：かたちの不思議 (1989) 講談社現代新書 741  
(14) 一松 信：「地図から数学へ」BASIC数学 2月号 (1995) 4-7

The Regulation of Tangent Value  
approximating  $90^\circ$ .

Noriaki SAKURAI

Maiya Technical High School, 88 Hurudate, Maiya, Touwa-chou, Tome-gun,  
987-08.

The value of tangent increases one place everytime the angle varies from  $80^\circ, 89^\circ, 89.9^\circ, 89.99^\circ, \dots$ . This regulation is proved by a high precision computation and developing its relation.