

アメリカ・中国に見る確率・統計の教育

山形大学 守屋誠司
 上市市立北中学校 神保秀幸

1. 研究について

1.1. 研究の動機

日本での小中高等学校の確率や統計分野の教育は、数と式や図形や関数の指導時間と比べると時間数が非常に少ない。大学の入学試験で統計が削除される傾向もあり、中学校が統計の最後の学習となる場合もありうる。そこで、アメリカと中国での確率・統計分野の教育の実際を教科書とアメリカのSTANDARDSの紹介例より調べ、日本・アメリカ・中国の比較を行う。次に日本の指導の実態について調査を行う。

1.2. 調査の方法

日本の指導内容は、小学校は平成8年度用の教科書で、中学校は平成9年度用の教科書で、高等学校は平成8年度用の教科書で調査した。

アメリカの指導内容は、1989年発行のSTANDARDSと、それ以前に発行された小学校と中学校用の教科書で調査した。

中国の指導内容は、1996年発行の中学校、高等学校の教科書と、1993年～1996年発行の小学校の教科書で調査した。

日本の指導の実際は、現職の高等学校の先生から聞き取りと、文部省の資料より調査した。

2. 日本・アメリカ・中国の指導内容（確率・統計の分野）

2.1. 小1から小6まで

2.1.1. 教科書の内容

確率

学年	日本	アメリカ	中国
小1	無し	コイン投げ	無し
小2	無し	回転する矢印	無し
小3	無し	箱の取り出し、コイン投げ、回転する矢印	無し
小4	無し	回転する矢印、コイン投げ、玉の取り出し	無し
小5	無し	確率の問題 期待値の問題	無し
小6	無し	確率の問題（1個のさいころ投げを含む） 期待値の問題	無し

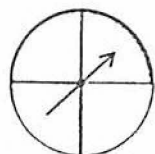
統計

学年	日本	アメリカ	中国
小1	なかよし（観点をきめて数える）	ピクチャーグラフ	無し
小2	せいりのしかた（表の読みかき・1次元、グラフの読みかき）	ピクチャーグラフ 棒グラフ	無し
小3	ぼうグラフと表（ぼうグラフの読みかき、資料の整理、2次元の表の読みかき）	棒グラフ	無し

小4	ひょうとグラフ(2つの観点での資料の整理、2次元の表の読み方、折れ線グラフの読みかき) およその数(概数でグラフをかく)	棒グラフ	簡単な数値の整理 簡単な統計の図表 平均の意味 簡単な平均を求める
小5	帯グラフと円グラフ(帯、円グラフの読みかき) 単体量あたりの大きさ(測定値の平均)	無し	数値の収集と整理 簡単な統計表 いろいろなデータの平均
小6	いろいろなグラフ(目的にあったグラフの選択) 平均とちらばり(平均とのべの意味、柱状グラフ、一部の資料から全体の傾向を考察する)	表の活用 棒グラフ 折れ線グラフ 円グラフ ピクチャーグラフ	統計表 棒グラフ 折れ線グラフ 円グラフ

2.1.2. 教科書の紹介

確率

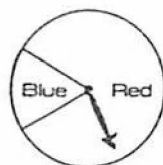


GREEN	YELLOW

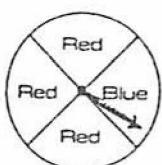
アメリカ 教科書小2 p302

このような形のスピナーを使います。20回まわします。表に記録を下さい。

- ・何回緑になりましたか？
- ・何回黄色になりましたか？
- ・スピナーは黄色より緑になる方が多かったですか？
- ・それはどうして？



Gr. 1-2

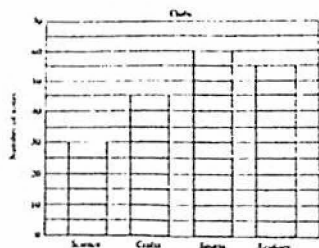


Gr. 3-4

アメリカ STANDARDS 小1から小4

- ・赤と青はどちらがおこりやすい？
- ・黄色がでることはあるの？
- ・もし12回針を回したら、青は何回出ると思っているの？

統計



アメリカ 教科書小4 p 336

ペーターは好きなクラブの人気投票をしました。左の棒グラフを見なさい。

- ・どのクラブが一番表を集めたのか？
- ・どのクラブが一番表が少なかったのか？
- ・エコロジークラブは何票だったか？
- ・クラフトクラブはサイエンスクラブより何票多かったか？
- ・スポーツクラブはエコロジークラブより何票多かったか？

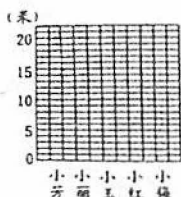
姓名	小芳	小丽	小玉	小红	小梅
成绩	14米	16米	12米	18米	15米

(1)右图每格代表多少米?

(2)用图表示每人的成绩.

(3)谁投得最远?

(4)谁投得最近?



中国 九年義務教育六年制小学教科書第八冊p24

2.1.3. 考察

- ・ 確率の指導は、アメリカでは小学校の1年生からPROBABILITYという項目をかかげ体系的に行っている。日本、中国ともにこの段階では確率という言葉を使った指導はなされていない。アメリカの指導が3国の中では完全に先行していることが明らかである。
- ・ 期待値の概念を培う問題がSTANDARD Sに見られる。日本では高校生で指導されている概念である。これもアメリカが先行している。

- ・ 統計は、日本、アメリカともに小学校の1年生から指導が行われる。日本では折れ線グラフの指導は小4の段階からはじまっており、これはアメリカや中国に若干先んじている。
- ・ 中国の統計の指導は、きちっと単元として位置づけるのが小学校の4年生からであり、これは日本やアメリカと比較すると若干遅い。しかし、中国の進度は比較的速く、表作りと棒グラフ作り、棒グラフ読みを間をおかずに指導している。

2.2. 中1から中3まで

2.2.1. 教科書の内容

確率

学年	日本	アメリカ	中国
中1	無し	樹系図	無し
中2	無し	確率	無し
中3	確率と統計(確率の考え、確率の求め方、確率の性質)	独立試行の確率 オッズ 期待値	無し

統計

学年	日本	アメリカ	中国
中1	無し	標本調査	平均、分散、標準偏差、 相対度数の表
中2	資料の処理(度数の分布・ 平均値・相関、近似値と誤差・ 2進法・流れ図)	平均と最頻値 範囲と中央値	
中3	確率と統計(標本調査)		

2.2.2. 教科書の紹介

アメリカ 教科書 p 374

Compound probability gives the probability for more than one event. The events are **independent** if one event does not affect the outcome of the other.

If A and B are independent events, then $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$.

Examples

1. Find the probability that Jean will make both free throws.

The two free throws are independent events. Jean makes 7 out of every 10 free throws. The probability of her making any given free throw is $\frac{7}{10}$.

$P(\text{two free throws}) = P(\text{one free throw}) \cdot P(\text{one free throw})$

The probability that Jean will make the two free throws is $\frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10}$, or 49 out of 100. The probability is about 0.5, or 1 out of 2.

中国 教科書 p170

在有些情况下,需要用到方差的算术平方根

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}, \textcircled{4}$$

并把它叫做这组数据的标准差,它也是一个用来衡量一组数据的波动大小的重要的量。

2.2.3. 考察

- ・アメリカの確率の指導は、小学校の内容をさらに発展させて、独立試行の確率や期待値まで指導をしており、日本や中国に若干先行している。
- ・統計の教育はアメリカと日本に大きな違いはないようであるが、日本は

相関図や相関図といった2次元的な見方の指導に力を入れているところに日本の統計教育の特徴が見うけられる。

- ・中国では、日本の中学校では指導されない分散や標準偏差を指導している。しかし確率は指導されていない。

2.3. 高1から高3まで

2.3.1. 教科書の内容 (アメリカはSTANDARDSの内容)

確率

日本		アメリカ	中国
数学 I	個数の処理 (数えあげの基本、順列と組み合わせ、自然数の列) 確率 (確率とその基本性質、独立な試行と確率、期待値)	バスケットシュートの確率 (さいころによるシミュレーション、乱数表の活用、コンピュータによるシミュレーション、確率の計算) 2つのさいころによる積の確率分布 (二項分布の紹介)	樹形図 順列 組み合わせ 二項定理 確率の意味 2枚のコイン投げ 独立試行の確率 重複試行の確率
数学 II	無し	自動車の燃費 (正規分布)	
数学 III	無し	コーラの味覚テスト (χ^2 分布)	
数学 A	無し	*STANDARDSによる	
数学 B	確率分布 (条件つき確率と事象の独立性、確率分布)		
数学 C	無し		

統計

学年	日本	アメリカ	中国
数学Ⅰ	無し	相関図と回帰直線と 相関係数	無し
数学Ⅱ	無し		
数学Ⅲ	無し		
数学A	無し		
数学B	無し		
数学C	統計処理（資料の整理、二項分布と正規分布、統計的な推測）		

2.3.2. 教科書の紹介

アメリカ STANDARDS

 χ^2 分布

X社、Y社、Z社の製造したコーラの味覚テストをおこなった。30人がテストをしたところ、X社を15人、Y社を8人、Z社を7人が支持した。X社は、自社のコーラが他社より優れていたのだと主張した。この主張は、確かだろうか。もし、30人が特にどのコーラを好きだということがなくとも、15人以上が1社を選ぶ確率はいくらか。

・生徒たちは、どのコーラの味にも違いが無ければ、10人、10人、10人という分布になるだろうということに同意する。

・ $(10-15)^2$, $(10-8)^2$, $(10-7)^2$ を計算する。

・この3つの値を期待値10でわり、そして合計する。すると合計は、3.8になる。これは、 χ^2 分布と呼ばれる分布の値となる。

・この問題は、 χ^2 分布で3.8以上の確率を求める問題となる。コンピュータで60回の試行をおこなうと、3.8以上になるのは8回である。8÷60は約0.13なので、特にどのコーラも好きではない30人が味覚テストをして、15人以上がX社を選ぶ確率は13%となる。

・したがって、X社の主張は妥当性が強くはないことがわかる。

STEM	LEAF
0.	222222222222 6666666666668888
1.	44444444448888
2.	44666
3.	222888
4.	22
5.	6
6.	
7.	28

中国 教科書 代数下冊p265

由于任何事件A发生的次数m不会是负数，也不可能大于试验次数n，事件A的概率满足

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

很明显，必然事件的概率是1，不可能事件的概率是0。

中国 教科書 代数下冊p283

一般地,如果在一次试验中某事件发生的概率是 P , 那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$$

2.3.3. 考察

- ・アメリカの確率の内容は、日本と比較するとより具体的な問題を、正規分布や χ^2 分布を活用できる場面として考えさせているものが多い。
- ・正規分布の指導は、日本ではまず分布をきちっと定義してからそののちに確率の問題として指導している。アメリカは確率の問題として正規分布や χ^2 分布を指導している。日本は分布を第一に考えており、アメリカは確率を第一に考えており、両国の取り扱いには大きな違いがある。
- ・アメリカでは日本や中国では指導されない χ^2 分布で考える確率や回帰直線を引くことを指導している。
- ・中国での確率の指導は、ここで初めて確率の定義を指導しており、指導の時期は日本やアメリカよりも遅い。しかし、定義から重複試行の確率ま

で一気に間をおかずに指導している。

3. 日本の確率・統計の指導

高等学校の指導の実態 山形県立 A 高等学校 (普通科)

数学 I、II、III を必修とし、数学 A、B、C を選択としている。選択の A、B、C では 4 つの章のうち 2 つを学校で選択する。その際、確率・統計やコンピュータの章ははずして選択している。しかし、選択した 2 つの章以外の部分でも、必要に応じて内容を選んで指導をすることがある。文科系の生徒 (全校半数以上) への指導は、確率は乗法定理まで行い、統計は指導していない。理科系の生徒 (全校の半数未満) は、統計の分散までの指導で、一部の生徒 (全体の数%・医学部、一部の教育学部などの受検者) には推定まで指導をする。

数学 B の履修状況

1 普通科 (31 都道府県 1336 校 : 分校含む)

7.9.5 現在

単位数	ベクトル				複素数と複素数平面				確率分布				算法とコンピュータ			
	0	1	2	3-	0	1	2	3-	0	1	2	3-	0	1	2	3-
学校数	320	891	170	5	401	851	80	4	990	328	17	1	1297	41	2	0
%	24	66.7	9	0.4	30	63.7	6	0.3	74.1	24	1.3	0.1	96.8	3.1	0.1	0

2 専門学科 (31 都道府県 942 校 : 分校含む)

単位数	ベクトル				複素数と複素数平面				確率分布				算法とコンピュータ			
	0	1	2	3-	0	1	2	3-	0	1	2	3-	0	1	2	3-
学校数	866	75	1	0	881	58	3	0	923	17	2	0	936	6	0	0
%	91.9	8	0.1	0	93.5	6.2	0.3	0	98	1.8	0.2	0	99.4	0.6	0	0

* 文部省資料による

4. まとめ

アメリカの確率・統計分野の教育は、小学校の1学年から確率の概念の指導を始めるなど、日本と比較すると大変早い時期から系統的に行っている。そして、高校生の段階で回帰直線や χ^2 分布の活用例を学ぶなどの違いがある。正規分布や χ^2 分布の指導は確率の問題として考えさせて指導しているとする意図が見受けられる。

中国の確率・統計分野の教育は、指導の開始の時期が日本やアメリカと比較すると若干遅い。中学校の段階で分散や標準偏差の指導を行っている。(古い教科書では指導されていなかった)

日本では、統計の指導は高校で学校側が数学Cを選択しなければ中学校の段階で終わってしまう生徒もでてくる。標準偏差や正規分布を知らずに社会にでる生徒の方が多いたのが日本の統計教育の現状なのである。関数電卓や表計算ソフトウェアを有効に活用し面倒な計算は道具に任せて、情報の高度な処理、活用の能力を育成する指導を目指すべきと思う。

引用文献

- [1] 神保秀幸、STANDARDSに見る確率・統計の教育、数学教育学会 研究紀要 臨時増刊、1996、214-217
- [2] NCTM、STANDARDS、1989、54-56、105-111、167-175
- [3] HOLT RINEHART AND WINSTON、HOLT MATHEMATICS 1、1985、302
- [4] HOLT RINEHART AND WINSTON、HOLT MATHEMATICS 4、1985、336
- [5] 大日本図書、新版 楽しい算数、平成8年度用

[6] ADDISON-WESLEY、ESSENTIALS OF MATHEMATICS、374

[7] 人民教育出版社、九年義務教育六年制小学校教科用(実験本)数学 第八冊、1993、24

[8] 人民教育出版社、高級中学課本 代数 下冊、1996、265、283

[9] 遠藤博、「高校数学における新学習指導要領改訂上の問題点」引用の文部省調査資料、数学教育学会 研究紀要 臨時増刊、1996、115

参考文献

- [1] NCTM、STANDARDS、1989、
- [2] 大日本図書、新版 楽しい算数、平成8年度用
- [3] 東京書籍、新編新しい数学、平成9年度用
- [4] HOLT RINEHART AND WINSTON、HOLT MATHEMATICS 1-6、1985
- [5] ADDISON-WESLEY、ESSENTIALS OF MATHEMATICS
- [6] 人民教育出版社、九年義務教育六年制小学校教科用(実験本)数学 第一冊～第十二冊、1993-1996
- [7] 人民教育出版社、高級中学課本(甲種本) 代数 第一冊～第三冊
- [8] 人民教育出版社、九年義務教育三年制初級中学教科書 代数 第一冊(上下)、第二冊～三冊、1996
- [9] 人民教育出版社、九年義務教育三年制初級中学教科書 幾何 第一冊～第三冊、1996
- [10] 人民教育出版社、高級中学課本 代数上下冊、平面解析幾何、立体幾何、1996
- [11] 東京書籍、新編数学1、数学II、III、新編数学A、B、数学C、平成8年

The School Mathematics Curriculum about Statistics and Probability

--- Comparison with Japan, America and China ---

Moriya Seiji Yamagata University

Jinbo Hideyuki Yamagata University Graduate Course Gr.1

We examined about how statistics and probability are taught to Gr.1-12. We researched the text books which are used in three countries, Japan, America and China. We compared with them. And then we inquired the actual education to a Japanese high school teacher. The results are follows.

Grade 1-6

In America, Children study about probability from grade-1 and learn about expectation. In Japan and China, children doesn't learn about it. In China, statistics was taught from grade-4. They teach it rapidly.

Grade 7-9

In America, Children study about probability more than Japan. In China, children do not learn about it.

In China, Children learn about variance and standard deviation. In Japan, children doesn't learn about it.

In Japan, children study hard about how to analyze the data from 2 dimension.

Grade 10-12

In Japan, students learn about normal distribution from using distribution, but in America, they learn it from using probability. This is quite different.

In America, students learn about chi-square distribution. It is not taught in Japan and China.

In China, student learn about probability from this grade. The speed of teaching is very fast.

A Japanese high school teacher said to us that only a few student learn probability and statistics to high level. Half of them doesn't learn statistics.