

大学数学教育の研究：
数学演習におけるOM法

佐伯 卓也（山形大学講師・岩手大学名誉教授）

概要 ヴィザール他 (Vithal et al., 1995) によるデンマークの大学数学教育でのプロジェクト・ワーク (project work: PW法と略す) による試みは興味がある。PW法は、大学の授業の中の講義形式を廃止し、完全な学生の活動を中心にしたグループ学習による方法である。筆者は、特に問題解決場面で、林 (1978) によって実践されたOKシステム法を軸に、メタ認知手法を加味したOM法 (OKシステム・メタ認知法) を用いて授業を行って来た。本稿では、これらの手法について記し、考察をする。

[キーワード] 大学数学教育, 授業研究, OM法, OKシステム, PW法

1 はしがき

1996年9月に東京都立大学で行われた数学教育学会の秋期例会で、「高校と大学との関連、大学における数学教育」のセッションで、ささやかな研究発表をした。内容は筆者の類比教材の例 (佐伯, 1996c) であった。参加者の反応は、予想外であったが、本論の類比教材よりも副次的な授業の方法のところに集中した。中心になったのは演習問題の扱い方で、筆者のOM法に議論が集中した。参加者の大半が大学関係者で占められていたことと、日頃から大学でも数学の先生方がいかに授業で苦勞されているかの現れであることがよく伝わって来た。ここで改めてOM法について詳述するのを感じた。

この例会でもそうであったが、今の若者の数学離れは云々・・・と言う言い方をし、数学離れの責任は、若者自体にあるというような言い方をしているように見える。筆者は前にオルテガの「文明社会の野蛮人」仮説 (佐伯, 1995) を引用して、やはり現代のこのマルチメディアの時代、文明社会を反映し、その中で生まれ育って来た若者は、筆者のような古い日本で育った人間とは異なる価値観、人生観を持っているので、到底古い価値観を引きずって理解できないのは当然であろう。今の若者の数学離れを言う前に、若者の理解が大切である。よく算数数学教育では、児童生徒の理解ということが強調されるが、大学数学教育においても、今の学生の理解が必要で、大学で数学教育に拘わる先生方にはそのための努力も必須のことと考えている。

ここで本稿の研究目的について記す。本稿はOM法を説明し、OKシステムとの違いについても記し、その具体的な展開法と、その結果について考察することを目的とする。

2 先行研究

林 (1978) は一般大学の教育実習に関連してOKシステムという手法を提案している。学生主体授業の技法の一つとして位置付けられる手法の実践報告である。4年次の学生をグループに分けて授業を進める方法であるが、グループの人数についての記述はない。こ

ここでKは個人思索活動，Oはお知恵拜借活動を意味し，教育実習の事前学習に利用したことを報告している。

カー・レスター (Kerr and Lester, 1982) の研究は，アメリカの大学の数学の数学教師教育の不適切性を指摘し，その改善のための Cours by Needs Matrix を提案し，その具体的な内容を示した。

これに触発されて筆者は1985 (昭和60) 年，4月からの授業に間に合わせ，この方法をキー・トピック法，すなわち，「KT法」(KT-method)と名付け，工学部での数学科教育法の講義と演習で取り入れ実施した。レクチャーノートは毎年加筆改定を繰り返し，後に工学部だけでなく教育学部でも，岩手大学でのカリキュラム改正直前の1992年度まで実施したことを付記しておく。KT法については未発表であったが，初めて資料 (佐伯，1996a) として，本学会の1996年度の初夏年会のとき披露している。

ギルバート・マクミラン・レイツ (Gilbert-Macmillan & Leitz, 1986)，スラビン (Slavin, 1987)，瀬沼 (1989) は，小学校児童対象であるが，グループ学習の一つの方法としての協力学習について報告している。このエッセンスは，児童一人ひとりに「もっと外の考えはないか」「がんばろう」等問題解決を鼓舞する発言をさせる役目を持たせることにあるように見える。筆者 (佐伯，1989:1990) は協力学習の手法は，メタ認知の具現化であるとの解釈を加え，大学教育でも利用できることを実践することによって確かめた。

次にヴィザール他 (Vithal et al., 1995) はプロジェクト・ワーク (以下PW法と記す) について報告している。PW法は講義式の従前の大学の授業と全く異なるやり方で，デンマークのオールボルグ大学において数学教育の方法として実践されたプロジェクトである。学生は5～6人のグループ学習であること，授業は講義ではなく，10セメスターからなり，学生はすべて問題中心学習であり，学際性という名で文献探索学習，参加者中心学習，模範原理 (個人の経験的世界と一般的社会的構造の間の関係にかかわり，一般問題の理解のための模範を与えること) で行われるとしている。問題テーマ例として，初めに巡回セールスマン問題 (ウィルソン，1985, p. 44)，幾何と群：タイリングと結晶と続き，終わりの方には4色問題と証明の概念が出てきている。

土谷他 (1996) は大学生の実態を調べて，数学を好きになった理由として，「問題が解ける」をあげ，数学の魅力として取り上げている。その上「理解できない→嫌い」を指摘している。

公田 (1996) は学生生徒が，数学を難しく感じた段階で，特に大学生について，微積分では，理系は級数，偏微分，重積分をあげ，文系でも偏微分，指数関数・対数関数の微分，合成関数の微分をあげている。また，線形代数では，「ベクトル空間」としていることを報告し，いずれの場合も，抽象化を急ぎ過ぎているので分からなくなるとしている。

3 授業の手法—OKシステム

1980年台以来の岩手大学におけるKT法の経験，1995年以来の山形大学の経験，先行研究として，林のOKシステム，アメリカの小学校における協力学習のエッセンスをメタ認知過程と見なした筆者の研究 (佐伯，1989:1990) で示唆した。さらに，それらにヴィザール他のPW法からも示唆を得て，次にまとめてみる。

授業は大学クラスの「演習」であり，問題解決中心の学習と位置付けられる。OKシス

テムはメタ認知の手法を組み合わせることが効果的のように見える。林のOKシステムは個人思索活動（K段階）とお知恵拝借活動（O段階）を組み合わせ、自主的なグループ課題学習の方法であった。

ここでは筆者が考案して実施しているバージョンでOKシステムについて説明する。ある課題をグループで学習する場合、まず、グループのサイズは、3人を原則としていることを強調しておく。まず個人の「独自学習」のK段階から始まり、K段階で解決できない時は「仲間学習」のO段階に行く。O段階はグループ内で聞く（ O_1 ）段階、他のグループに聞く（ O_2 ）段階、それでも分からない時は教師に聞く（ O_T ）段階と区別する。教師も仲間の一人と位置付けているわけだ。さらに教師だけのグラフ電卓所有での補助的利用もここに入る。それでも分からない時は参考書や参考文献探索（ O_R ：R

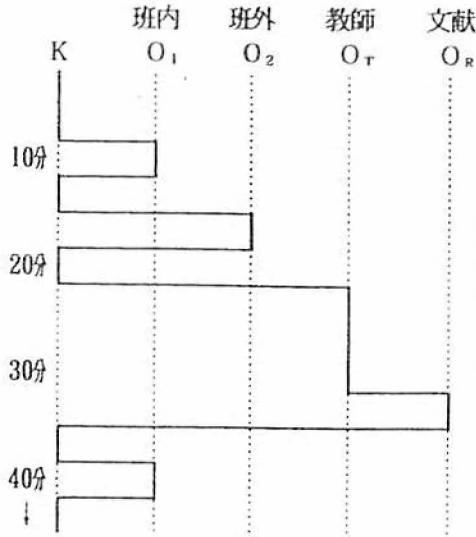


図1 ある学生のOM法実施時の行動例

はreferenceの意味)に進む。この部分は林には欠けていたので、追加した段階である。なお、図1での O_R 部分のグラフ表示は筆者の持って行った参考図書を見せたことを示している。また、この O_R 段階はヴィザール他のPW法の手法の一つ、学際性（いろいろな文献探索）からヒントを得て付け加えた段階である。

全般的に、筆者の場合は、学生が分からないために挙手をして教師に聞くという林の場合と異なり、教師が机間巡視をして学生が、問題が解けずに困っている箇所を発見し、積極的に教師側から働きかけることに留意している特徴がある。こうすることで、かなりの時間の節約にもなることを付け加えておく。

また、筆者の場合は数学の演習なので、最後は当該グループの中の誰かが黒板に出て発表（板書が原則）して、獲得した結果をクラス全員で共有することになる（問題を黒板で解答した学生の氏名は教師が記録し、期末時の平常点の一部とする。このことはあらかじめ学生に伝えているのは勿論である）。

O過程、K過程では、そのグループ内でお互いが、ちょうどメタ認知の過程で見られる「思考するもう一人の人間」「内なる教師」の役目を演じながら進行する。ここは、アメリカの協力学習に倣っている。特に目立った活動は、学生同士お互いが、「図を描け」「特殊な場合を考えよ」3次元の場合なら「2次元ではどうなるか」とかの声をかけあってメタ認知の思考を促進させている。また、 O_R 過程は学校での時間中に実施できる（筆者持参の関連図書を読ませる等）が、さらに家に課題を持ち帰る1週間の間にもできる。

筆者のこのような一連の教授活動は、主として“OKシステムとメタ（meta）認知の手法を組み合わせ”た手法であるので、簡単に「OM法」（OM=method）と仮に呼ぶこと

にする。

次に、1995年以來の、山形大学での微積分の演習や代数・幾何の演習で、OM法を用いた時のポイントを記すが、独断と偏見もあることを断っておく。

- (1) OM法は前に記したように、3名づつの学生群を、1班、2班、・・・と名付け、問題を1題づつ1週間前に班に割り当てて行く。次の時間までに、OM法で当該班に解決してもらおう。
 - (2) 該当する班の希望する学生に結果を板書してもらおう。その板書の結果を教師（この場合は筆者）が説明と評価をする。誤りがあればそれを指摘し、学生に訂正させたり、または困難なときは、教師の方で正しい結果を示したり、別解があれば別解も示すことにしている。
 - (3) 当該の班に欠席者が出た時は、その班を抜いて進んだり、その班の出席者の人がやったりする。しかし、当該班には遅れても必ず問題を解いて責任を果たしてもらおう、という約束で実施する。
 - (4) 時間中の留意事項 時間中学生の各班が問題解決に挑んでる間、机間巡視を行い学生の演習の進行を見て助言とかヒントを与えたりの個別指導を行う。指導助言は懇切丁寧に行うことに努める。特に学生の挙手等により教師が対応するのでなく、教師側から積極的に働きかけるように心掛ける。
 - (5) 問題によっては、時々学生がやり残すものが出てくる。その時は後でまとめて教師が解答するようにしている。
- 等が経験から得られた。

4 結び——考察にかえて

OM法で、グループの人数を3名を原則としたのは、これより多いと時間中やらない学生が出てくること、また、2名にすると授業時に誰か欠席者が出た場合対応が困るということから、岩手大学以来経験的に決まった人数である。授業中はよく机間巡視をして一人ひとりの作業の進行状態を観察するようにしている。さらに、机間巡視により、学生が問題解決で分からずに困っている状態を発見したときは、ヒントを与えたり、筆者の解答例の一部（全部ではない）を見せてノートさせたりする（後にはこの場面でグラフ電卓を利用するようになった）。また時には筆者の準備した専門書の参考となる部分を見せること等にも留意した。学生からの質問を待っていたのでは進行が遅れるので、教師側から積極的に机間巡視して学生に働きかけるようにした。その時の説明等はできるだけ懇切丁寧に念を入れて行うように心掛けた。

このことは、かつての「考へ方研究社」の著作精神に見習うことが多い。考へ方研究社では藤森良藏先生が「・・・解析や微積分中にも子供や青年に向く所のものがある。之を収入れてほんとに子供に向く所の児童の数学を遣[や]るやうにし、・・・大人の遣る数学を児童や青年が遣ってゐるのだから、数学だけが嫌われ厭がられるのが無理のないことである・・・之を救くふの途は解析幾何、微積分を易化して先づ之を中等教育界に取り入れる事である（原文のまま）」（藤森、1933）と言い、「・・・高等数学の大衆化を目標として・・・」（河口、1940）を掲げその一環として多数の著書を世に送っていた。例えば、今は故人になったが、元日本数学教育学会会長・元慶応大学教授の田島一郎先生から、

著書の「数学解析入門」(昭和18(1943)年考へ方研究社刊)について直接お聞きした話だが、「私(田島)の本で勉強して今大数学者になって活躍している人は何人もいる」と言ってお胸を張っていた。考へ方研究社の出版物のどれかを見れば、その著作精神は理解できると思う。

また公田(1996)によれば、アンケートから学生は授業に対する要望としては、理屈はよいからもっと問題の解き方を教えてほしい、と言うのが多かったという。さらに、問題が解けたときの喜び(成就感、優越感)をあげた者が一番多いとしている。この事実を体して、学生に接する必要がある。さらに公田は文系の学生についてだが、高校での数学は難しくつまらなく、嫌いであったが、それにも拘わらず大学においても一度数学にトライし、数学を学んで見ようという意欲のある学生に対しては、このせっかくの意欲を失わせられないような数学教育を(大学で)行っていかなければならないと発言している。これは一人文系の学生だけではなく、理工系の学生についても言えることである。公田の発言と、筆者のOM法のポイント(4)は「学生の数学を学ぶ意欲を失わせたくない」という配慮は同じ謂である。

今の学生は、理科系といっても、①粘り強くデータをとれない、②マニュアルとか教科書通りを求める、③抽象思考や論理的思考に耐えられない、と言われている(佐伯, 1995)ので、少し甘いという反論がでるかも知れないが、わが国の大学もやがてはトロウの言うユニバーサル型の大学になることを先取りして、中学・高校生に接する態度で接しなければならないと考え、このような考へ方研究社路線の延長上に筆者の授業を持って来た理由である。

これらの研究は、1995年4月以来の山形大学における経験から学ぶことが多かったことに触れ、機会を与えて戴いた山形大学の教官と学生に感謝したい。

参 考 文 献

- 藤森良蔵(1933)序、藤森良夫著、『初等解析幾何学学び方考へ方と解き方』、考へ方研究社、3-8
- Gilbert-Macmillan, K and Leitz, S. J. (1986) Cooperative small group: A method for teaching problem solving, Arith. Teacher, March, 9-11
- 林 義樹(1978)一般大学の教職課程における教授方法改善の試み——OKシステムによる教育実習前のオリエンテーション・トレーニング・システム、東京創造性懇話会第4回年次大会論文集、22-23
- 河口商次(1940)序、岩田至康著、『初等射影幾何学入門』、考へ方研究社、2-3
- Kerr, D. R. and Lester, F. K. (1982) A new look at the professional training of secondary school mathematics teachers, Educ. Studies in Math., 13, 431-441
- 公田 蔵(1996)大学の数学教育を考える、数学教育学会 大学の数学教育研究会特別紀要(1994年~1995年)、13-16
- 松田念樹(1996)解放性免許制度による一般大学の中・高教員養成の現状と課題~理工系教科の教員養成について~、21世紀をめざす教師教育、61-73
- 2010年大学改革研究会(1996)『大学改革2010年への戦略I』、PHP研究所、東京
- 佐伯卓也(1989)算数教育における協力学習、新しい算数教育(11月号)、16-17

- 佐伯卓也(1990) 数学教育の理論的研究動向と実践的研究の関係——構成主義, メタ認知と協力学習, 岩手大学教育学部研究年報, 50(No. 1) 125-129
- 佐伯卓也(1995) 理工系離れ時代の数学教師養成の在り方について, 東北数学教育学会年報, 26, 13-20
- 佐伯卓也(1996a) 中・高等学校数学教師のための数学科教育法の内容について, 東北数学教育学会初夏年会配布資料
- 佐伯卓也(1996b) 数学教師教育と類推教材, 日本科学教育学会年会論文集, 20, 345-346
- 佐伯卓也(1996c) 類比教材について(2)——無理関数の積分による三角関数の定義, 数学教育学会研究紀要 1996年度数学教育学会秋期例会発表論文集, 164-167
- 佐伯卓也(1996d) 類比推論法と類比教材について——大学数学の教材研究: 積分による双曲線関数の定義, 第29回数学教育論文発表会論文集, 133-138
- 佐伯卓也(1996e) 非数学科学生の数学教師教育について, 東北数学教育学会第28回年会発表資料
- 正田 実・茂木 勇(1991) 『改訂高等学校学習指導要領の展開』, 明治図書, 東京
- 瀬沼花子(1989) アメリカの算数教育における協力学習, 新しい算数教育(11月号), 24-27
- Slavin, R. E. (1987) Cooperative learning and individualized instruction, *Arith. Teacher*, November, 14-16
- Vithal, R., Christianxen, I and Skovsmose, O. (1995) Project work in university mathematics education, a Danish experience: Aalborg university, *Educ. Studies in Math.*, 29, 199-223
- ウィルソン, R. J. (1985)(斎藤伸自・西関隆夫共訳, 1985) 『グラフ理論入門(第3版)』, 近代科学社, 東京

Research for University Mathematics Education
— The OK-method in Work Sessions of Mathematics Problem Solving —

Takuya SAEKI

Lecturer, Yamagata University : Professor Emeritus, Iwate University

(Abstracted)

We are having an interest in "project work" in university mathematics education prescribed by Vithal et al. (1995). In project work, group work of student-centered work are developed. On the other hand, we have developed teaching with "OK-method" introduced by Hayashi (1978) in problem solving work session.

In this paper, we shall present newly introduced OK-method with meta cognition technique.