

日本の文化・伝統に根ざした数学教育

— 沖縄民謡を使った統計指導 —

山形大学院生 菊池 久人

—— 概要 ——

2002年からの新指導要領では、従来2年次に行ってきた「資料の整理」は高校へと移行する。資料の処理の仕方を学び、それを活用することによって見えないものが見えてくるといふ体験は、将来にわたって有効であると思われる。しかも、できるだけ早い段階で統計を活用することが望まれる。そこで、中学3年の選択数学の時間に「沖縄民謡」を導入素材に使った実践を行った。さらに、調べたことを利用して簡単な作曲も行った。

この論文は、「文化と数学」に関わる先行研究を参考に、現在の中学における統計指導の実態を踏まえ、本実践のねらいを達成させるために、どんな素材が総合学習に適しているのかを統計的側面で探る一環の授業実践報告である。

キーワード 統計、総合学習、沖縄民謡

1. 教材化について

(1) 現在の統計指導の実態

現在統計指導は「資料の整理」という単元で2年次に行われている。そこでは資料を度数分布表に表し、平均を求めたり、度数の総数が異なる集団同士を比較するために、相対度数や度数分布多角形を用いることが指導されている。しかし、この単元は年間指導計画で学年の最後に位置付けられる場合が多い。したがって、指導に十分な時間をかけられず、必要最低限のことだけを教師主導で一方的に教えこむ傾向が強い。

(2) 「文化と数学」の先行研究について

横地は「学校数学の内容として正規に、数学の文化史を加えることを提案し、こども達が数学を文化の一環として把握するだけでなく、さらに進んで、世界の文化を尊重する態度を養うようにしたい」と主張する。そして、「従来の教育内容の導入、応用の際、数学の文化史からも素材を取るようにする¹⁾」ことを今後の学校数学に期待している。

Alan J. Bishop は「数学的経験の中で子どもの自国の文化から数学的考えを使うことは価値のあるもの」と考え、「外国の文化の体験をすることだけでは、否定的な効果しかでない²⁾」と主張している。

Bishopの考えをさらに具体的に追求したPaulus Gerdes は、「お仕着せの西洋数学よりも、自国の文化や伝統に根ざした土着の数学³⁾」の有用性を強調している。しかし、彼は西洋数学をまったく否定しているわけではない。彼のアンゴラの砂絵を数学的に分析した論文では、素材は民族独自のものの中から選ぶものの、西欧数学を用いて、その数学的特性を明らかにしている。

Gerdesの考え方に学びながら、本実践では沖縄民謡を素材として取り上げ、その特性を明らかにする手段として統計という数学的な考えを用いた。その理由は後に述べる。このように、自分たちの国の文化の源泉を探ることは非常に大切なことである。

また、他教科との関わりを今まで以上に重視する総合学習の観点で、本実践では音楽と数学が密接な関わりがあることを統計指導を通して生徒に体験させたいと考える。特に、生徒が主体的に調べる活動を大事にするためにも、導入時は統一した歩調で進むものの、そこから発展していく段階では、各自の発想を最大限に生かしていきたい。

(3) 素材について

統計指導における先行実践として、武井は自作の竿秤を使って、市販の生卵でS, M, Lのそれぞれのサイズについて重さを計らせ、その傾向を明らかにしようと試みた。¹⁹ 日常何気なく目にする卵を素材にしているところとそれを調べるための道具を作らせていることが、生徒たちの関心を惹いている。

今回の実践では、素材として導入で沖縄民謡を用いた。その理由は、素材は生活に密着していたり、地域に関連していたりすることが望ましい。しかし、日本音階の特性がしっかり残っている沖縄民謡を用いることは、それを統計で処理した結果を表すのに適していると考えたからである。

昨今、中学生にもなれば個人でCDラジカセなどのオーディオ機器を所有し、音楽を楽しむ機会にも恵まれるようになった。そして、さまざまなジャンルの音楽を耳にし、言葉でうまく表現できなくても、感覚的に聴き分けることができるものと思われる。それゆえ、独特の「ド・ミ・ファ・ソ・シ・ド」の五音に制限された琉球音階からなる曲を実際に聴かせることは、生徒たちに新鮮な感じを与え、曲を分析する動機づけになるものと思われる。導入で使う沖縄民謡の「かぎやで風節」は祝典の音楽で、古典的な三線の音楽の中でも代表的なものである。また、「谷茶前」は漁に向かう娘達のことを歌った曲である。

琉球音階も含め、他にこの実践で用いる日本特有の音階は以下ようになる。

日 本 の 音 階	<p>こきりこ節▷</p> <p>こきりこのーたけはー</p>	<p>陽音階</p>
	<p>さくらさくら▷</p> <p>みわたすかぎり</p>	<p>陰音階</p>
	<p>谷茶前▷</p> <p>たんちゃめぬーはまに</p>	<p>沖縄の音階</p>

市川都志雄編:1993,『中学生の音楽 1』p. 36 教育出版

このように、櫻井は「日本をはじめ中国、朝鮮半島などの東アジアでは、五音音階が中心である。この地域の伝統的な音楽には全体的に古代中国の音楽理論の影響が残っている。」²⁰ との見解を持つ。

また、「琉球音階は日本本土にはまったくない沖縄独特の要素だがインドネシアへ行けば、

ペログ音階と呼ばれるもっとも基本的な音階とほとんど同じであり、似たような要素はポリネシアから東南アジア、中国南部、そしてヒマラヤ地方に至る広範な地域に散在する。⁴⁾と金城は分析している。

2. 実践について

今回の実践の対象としたのは、3年の選択数学のクラスである。このクラスは国語・社会・数学・理科の中から各自の希望で選択させた結果、2クラスできたのを本実践のために1クラス40余名にまとめたものである。ここで学習する生徒は必ずしも数学を得意と感じているわけではないが、約半数は得意であると思っている。

(1) ねらい

本実践のねらいは、学習したことを使ってその後の活動に役立てていく姿勢を培うことである。最終的には簡単な曲を作ることにまで発展させたい。そのためには、次の①②を達成させることが必要である。

- ①曲の特徴を分析するのに、度数分布表や相対度数を使うことが有効であることに気づき、進んでそれらを活用することができる。
- ②資料を度数分布表、相対度数、度数分布多角形で表す方法がわかり、それらから曲の傾向を読み取ることができる。

これらは身の回りの事象を調べてみようとする態度を喚起することともつながる。

(2) 指導の展開 山形市立第二中学校において平成10年10月実施 以下は実践の流れと実際の生徒の反応である。

1時間目

(1) 沖縄民謡「かぎやで風節」「谷茶前」の2曲を聴く

- (a) 生徒には沖縄の民謡であることは明示せず、演奏だけの曲のテープを聴かせ、感想を発表させる。

下の枠内の○は実際の生徒の反応を表す。

予想される生徒の反応

- | | |
|-------------|------------------|
| ○沖縄の音楽みたいだ。 | ・三味線で演奏すると合いそうだ。 |
| ・リズムが面白い。 | ○不思議な感じがする。 |

(2) 2つの曲の分析の音楽的要素を考える

- (a) 2つの曲が沖縄の民謡であることを明示する。
- (b) 2つの曲の分析にはどんな音楽的要素があるか考えさせる。

予想される生徒の反応

- | | | | |
|------------|------------|--------|---------|
| ○楽譜を調べる。 | | | |
| ○音符の高さ | ○拍子 | ○音符の数 | ・休符の数 |
| ○音符の種類(長さ) | ・休符の種類(長さ) | ・音階の度数 | ・小節毎の音域 |
| ○曲のテンポ | ○歌詞 | | |

(3) 楽譜を使って調べる。

(a) 音符は主旋律を対象とする。

(b) はじめに全員に音符のそれぞれの音階の数を調べさせる。

① それぞれの曲の音符の音階の数を数えさせ、度数分布表を作らせる。

② 2つの曲の音符の総数の違いから相対的な処理の必要性に気づかせ、電卓を利用して相対度数を計算させる。

③ それぞれの曲を度数分布多角形で表す。

生徒の反応

① 調べていくうちに、「レ」「ラ」の音がまったくなかったり、極端に少ないことに気づき、やや戸惑っていた。

② 総数の違いより、単純に度数を比較することは意味のないことであることはわかっていった。また、「相対度数」という言葉こそ出てこなかったが、その計算の仕方については理解している生徒が多かった。

③ 視覚的に傾向の相違がわかり、分析法として有効であることを実感していた。

(4) 分析して気づいたことを発表する

[2時間目]

(5) 他の音楽的要素についても分析できることを確認する

(6) 他の音楽的要素や沖縄の民謡以外の音楽について分析する

(a) A群 (日本の陽音階の曲、「こきりこ節」「子もり歌」「ずいずいずっころばし」)

B群 (日本の陰音階の曲、「さくらさくら」「荒城の月」「うさぎ」)

C群 (アフリカの部族の四音階・五音階・六音階の曲)

D群 (雅楽「越天楽今様」、スコットランド民謡「アニーローリー」)

E群 (フォスター「夢路より」「故郷の人々」、ビートルズ「Let it be」)

上の各群の楽譜を準備し、主旋律をキーボードで弾いたテープを聴かせ、同じ群から分析したい曲を2つ選ばせる。

[3時間目]

(7) 発表会

(a) 発表させ、相互に質問や感想を言わせる。

(b) 必要に応じて、他の生徒が気づいたことについて教師が付け加える。

[4時間目]

(8) 沖縄の音階を使って作曲

(a) キーボードで「レ」と「ラ」と黒鍵以外のキーを使って、即興で生徒の前で演奏して聴かせる。

(b) 何人かの生徒に同じ要領でキーボードを演奏させ、簡単に曲づくりができることを印象づける。

(c) 簡単に曲づくりができる種明かしとして、キーボードに「ド」「ミ」「ファ」「ソ」「シ」のキーにシールを貼ってあるのを見せる。

(d) 各自準備してきた楽器で、沖縄の音階を使って、即興で簡単な曲を作り、発表させる。さらに、他の音階を使った曲づくりに挑戦させる。

(3) 生徒の発表

「かぎやで風節」「谷茶前」の音符の高さについて生徒が調べた結果の一部を紹介する。

「かぎやで風節」の音符の高さ

音符の高さ	回数	
ド	29	0.37
レ	4	0.05
ミ	4	0.05
ファ	16	0.21
ソ	11	0.14
ラ	0	0.00
シ	14	0.18

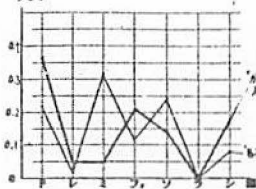
合計 78

「谷茶前」の音符の高さ

音符の高さ	回数	
ド	13	0.22
レ	1	0.02
ミ	19	0.32
ファ	7	0.12
ソ	14	0.24
ラ	0	0.00
シ	5	0.08

59

グラフ



気づいたこと

・両曲とも「ミ」の音が少ない。
・「かぎやで風節」は「シ」の音が少ない。
・「谷茶前」は多い。
・「かぎやで風節」は「ソ」の音が1つ。
・「谷茶前」は「ソ」の音が2つと多い。

2時間目に生徒が調べた結果の一部を紹介する。

「だいたい月」の音程

音程	回数	相対度数
ド	11	0.19
レ	10	0.17
ミ	6	0.10
ファ	0	0.00
ソ	11	0.19
ラ	21	0.36
シ	0	0.00

59

「はじ歌」の音程

音程	回数	相対度数
ド	6	0.26
レ	4	0.17
ミ	3	0.13
ファ	0	0.00
ソ	4	0.17
ラ	6	0.26
シ	0	0.00

23

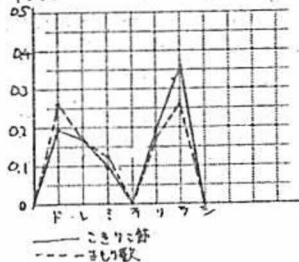
「はじ歌」の音符の長さ

音符の長さ	回数	相対度数
4分音符	31	0.62
2分音符	8	0.16
8分音符	10	0.2
ふいてん 4分音符	0	0
ふいてん 2分音符	1	0.02
合計	50	

「荒城の月」の音符の長さ

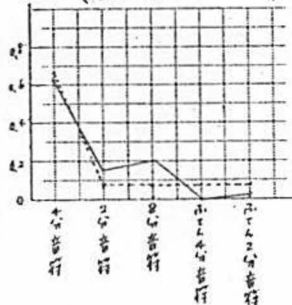
音符の長さ	回数	相対度数
4分音符	32	0.67
2分音符	4	0.08
8分音符	4	0.08
ふいてん 4分音符	4	0.08
ふいてん 2分音符	4	0.08
合計	48	

グラフ



気づいたこと
だいたい月とおなじ
グラフだね。た。
そのその所が0はなし
(両方なし)

グラフ <音符の長さ>



気づいたこと

・2曲とも、4分音符
が多い。
・「はじ歌」より「荒城
の月」の方が安定して
いる。
・4分音符以外は少ない。

—— (はじ歌)
----- (荒城の月)

4時間目に生徒が作った曲の一部を紹介する。



3. 成果と課題

音楽を素材として、それについて統計的な処理をすることによって数学の有用性への理解を強調しようとした実践であった。

「数学とあまり関係のない音楽を、統計を利用して分析するというのがおもしろかった。」

「静かすぎておもしろくない。曲を分析するのが初めてだったのでわからなかった。」

などの感想にあるように、各々の生徒のこれまでの生活体験および狭い意味での学習体験によって受け入れ方がまちまちであることがわかった。今回の実践で用いたのは五音音階による曲であるが音楽に対する興味関心が授業における取り組みの積極性に大きく関わり、

「この授業は音楽の授業のように思えた。音楽は苦手なので難しかった。」

と感想にあるように、音楽が苦手な生徒は素材として使っただけで拒否反応を起こす傾向にある。「どうして数学の授業なのに音楽をするのか」という疑問を抱くことに納まらず数学の授業なのに音楽をやっているのか、音楽なんてつまらないから数学だけをやってほしいという思いが感じられる。つまり、一部生徒の数学観と合わなかったことが影響している。これまでの自分自身の数学の授業実践において、他教科との関わりを意識的には考えてこなかったし、文化や伝統を伝えるという側面を数学教育に持ち込もうという発想すらなかった。それゆえ、生徒たちが今回のような授業展開に戸惑いを感じたことは当然といえる。しかし、このような他教科との関わりを密にした試みは総合学習で十分に生かすことが可能であり、数学という単一教科のみで完結せず、広がりを持って学習指導していくことの価値がわずかではあるが、見えてきた感じがする。

以下に成果と課題を合わせて記載する。

- ・統計的処理によって伝統として継承されてきた沖縄民謡の特徴を明らかにすることができた。

「曲を聴いているときはわからなかったことも、曲を分析していくうちにわかったところがよかった。音符について調べていくうちに、だんだん興味が出てきた。曲の特色を知ることができてよかった。」

のような肯定的な感想が8割を占め、音楽というものの見方、考え方が今まで以上に深まってきたと言える。一方、国内あるいは国外の他の音階による曲の分析を通して、はじめに調べた沖縄民謡と比較させ、それぞれの音楽の発展の違いにも気づかせたいところである。

- ・子どもたちがよく耳にする今流行の音楽と異なり、沖縄民謡の音階は耳で聴いただけでその特徴は感覚的にとらえることができた。沖縄音階による曲は、感覚的にも楽譜を統計的に分析してもその特徴が顕著であり、導入の素材としては適当であると判断できる。一方、次に分析したい曲については、最近の曲や自分の好きな曲という答がそれぞれ1/4を占めた、これらの曲の中に顕著な相違点があれば、素材として生徒にとって興味のあるものになりそうである。また、素材として扱う曲の統一性を考慮する必要から、すべて特定の地域の民謡に限定するなどの配慮が今後の課題である。

- ・総合学習の実施に向けて、今回の実践のような他教科との関わりを重視した内容に対し、生徒たちは概ね好意的な受けとめ方をしている。特に、曲の分析～発表という知識面で数学的なことを活用した後に、作曲という技能面でも学んだことを利用して、活動できたことが貴重な体験となった。数学科主体の総合学習の一つの形として、今回の実践のような分析～発表～作成という流れが今後考えられる。総合学習ははじめから特定の教科との結びつきを強調するのではなく、生徒が自ら学習していくうちに、さまざまな教科との関わりに気づい

ていけるように配慮する必要がある。

- ・導入段階で2つの沖縄民謡の音符の高さを調べる際に、総数の異なる集団間の比較をする方法として相対度数を用いた。これが有効であることは、その計算をしているときよりもむしろ次の活動である度数分布多角形を作る際に、相違を比較することが容易であることに気づいていた。実際に比較をする場面があってこそ、その有用性に気づくことが可能である。
- ・また、度数分布表にまとめることによって、一見ばらばらな個々の資料がもつ傾向を知ることができることを生徒たちは作業を通して実感していた。感想にも「けっこう地道な作業だと感じた。」とあるように、ひとつひとつの地味な活動の積み重ねが分析の結果を導くことを体験させた。これよりさらに進めると、煩雑な処理はコンピュータの活用で解消し、その分多くの事柄を調べることが可能になる。
- ・相対度数を意味のあるものにするために、音符の高さ（ド、レ、ミ、ファ、ソ、ラ、シ、）を数値化して考える必要がある。そうすると平均についても考えることができる。
- ・音程（例：ドの次の音がミならば2、同じ音ならば0）は音楽を決定するには非常に重要であり、是非調べさせたい。

参考文献

- ¹⁰ 横地 清:1994, '学校数学への「数学の文化史」の導入」『21世紀への学校数学の展望』 pp. 446-454 誠文堂新光社
- ¹¹ Alan J. Bishop:1988, 'Mathematics Education in its Cultural Context'
『Educational Studies in Mathematics 1, vol. 19 pp. 179-191
- ¹² Bill Barton:1996, 'Making Sense of Ethnomathematics is Making Sense'
『Educational Studies in Mathematics 1, vol. 31 p. 207
- ¹³ 武井宏彰:1998, '総合学習とその実践」『算数・数学の授業』, 91号 pp. 111-112 数学教育実践研究会編
- ¹⁴ 櫻井哲男:1997, '音階とメロディー」『アジア音楽の世界』 pp. 58-59 世界思想社
- ¹⁵ 金城 厚:1997, '沖縄文化のキーワード」『ヤマトンチュのための沖縄音楽入門』 p. 14 音楽之友社

MATHEMATICS EDUCATION FROM NATIONAL CULTURE AND TRADITION

HISATO KIKUCHI

Recently the world has changed rapidly. Also in Japan a lot of things have changed. Various values has come out around us. National culture and tradition has been made light of by Japanese themselves. In particular foreigners are more interested in national culture and tradition than us Japanese. Most of Japanese are ignorant of them. It's a strange phenomenon. I hope students understand not only mathematics itself but also home culture and tradition.

From 2002 we are going to start new curriculum. Statistics is taught at 2nd grade of junior high school at the present day. By new curriculum statistics will be taught at senior high school. But it is useful to the future for students to learn how to deal data and stress this for making trend of data clear. Then I taught statistics by use of folk song in Okinawa as subject matter in select math course. As a result the trend every category of the tune appeared clearly. Moreover students could compose short passage easily using property they found by analyzing. And through these activity most of them became more interested in composition that they have had image of difficulty than before.