

中高校数学のグラフ電卓による展開 — “円の加法教材” 再考 —

佐伯 卓也 (山形大学講師・岩手大学名誉教授)

概要 筆者は岩手大学在職中に、研究室所属の学生を指導し、附属中学で授業実践をしたパソコン教材の中で現在の機能の向上したグラフ電卓で対応できるものも多数含まれている。その中の一つの、“円の加法教材”の展開をグラフ電卓の場合を想定し案を示す。

キーワード グラフ電卓, 中学高校教材, ベクトルの合成

1 はしがき

1996年11月筑波大学で行われた第29回数学教育論文発表会で、アメリカのデマナ教授等のテクノロジーの数学教育への利用についての講演があった (Demana and Waits, 1996; Waits and Demana, 1996)。その中でグラフ電卓 (graphing calculator) の数学教育現場での利用が強調されていた。確かに、今までのテクノロジーの教育利用というと、特定の教室や研究室に据え付けられラン化されたパソコン・システムが主であった。さらに、インターネットの利用や、CCV (Computer Communication and Visual) 教育システムの研究 (横地, 1996; 守屋, 1996) 等、テレビ会議システムを利用した大きな組織での利用研究が文部省の科研費にも乗り、各地で進められている。このような組織的な研究に比べると、パソコン利用の従来型の、どちらかと言うと個人ブレイクの、試行的な零細企業なみの数学教育研究はどうしても見劣りがして、学会等でのアピール度も弱く時代遅れの研究と評価されそうである。その推進には少なからず抵抗を感じていた。このようなハンディに対抗するためには新しい発想の必要を痛感していた。発想転換の一つの方向を優れた特性を装備したグラフ電卓の積極的な活用に見求めようとした。それがたまたま日本数学教育学会第29回数学教育論文発表会でこの方向づけがより明確になったと見ている。

さて、グラフ電卓、特に数学専用のグラフ電卓の教育利用が、アメリカオハイオ州立大学のデマナとウエイト両教授により、T³ (Teachers Teaching with Technology = T-cube) (T³とも書く) 運動として1987年から動き出している、日本ではようやく1998年8月に、同じ趣旨でT³ Japan (代表: 一松信) が動きだし、第1回年会の開催に遭き着けた。これらの運動ではグラフ電卓、特にアメリカのテキサス・インストルメンツ社製 (TI) の電卓が貢献してしている。日本ではTI社以外で、カシオやシャープが出回っている。さてこれらのグラフ電卓の特徴は、何と言ってもそのロー・コスト性、使用法の簡便性、機能の多彩性、携帯のし易さが活用の理由になっているように見える。今日のグラフ電卓は、機種により異なるが、例えばカシオCFX-9850Gは3色だがカラー表示ができるとか、特にTI 92では数式の書式通り入出力が可能であったり、3次元グラフ機能、カプリーII幾何ソフトが装備されていること、回帰分析を含む統計処理機能が入っていて、個人レベルでいつでもどこにいても簡単にできるモバイルなパソコンの役割を実現している。これはあたかも固定式の電話に対しての携帯電話の利便性にも匹敵する、従来のパソコンの利用では考えつかなかった特性であろう。しかし、TIの利用者側には、マニュアルは簡単な日本語の冊子があるが、詳しいものは英文、電卓画面表示も英文であること、ここがわが国の現場教師の抵抗の多いところで、その話がミーティングの都度出てくる。

一方筆者は岩手大学在職中に、研究室所属の学生を指導し、多くのパソコン教材を自主開発しそれを用いて附属中学で授業実践をして来た。これらのパソコン教材の中で現在の機能の進化したグラフ電卓で対応できるものも多数含まれているように見える。

本稿では、その中の1つ、“円の加法”を取り上げ、それをグラフ電卓(カシオCFX-9850G)を用いて高校生向き(時には中学生向き)の授業を考えるのが目的である。

2 “円の加法”教材

ワグナーのコンピュータ利用の“円の加法”教材とは次のようなものである。原点O中心の2つの同心円がありその半径は、それぞれ、 R_1 、 R_2 とする。点 P_1 は第一の円周上を、 P_2 は第二の円周上にあるとし、単位時間に、それぞれ、角度 α 、 β で動く。ベクトル的に $OP = OP_1 + OP_2$ であるが、この時の生徒は中学生なのでベクトルという用語は用いず、点 $P(x, y)$ の軌跡を二つの“円の加法”と言うことにした(高校生の時はベクトルの加法でよい)。また、これにかかわるパソコン教材を“円の加法教材”ということにする。円の加法は

$$x = R_1 \cos \alpha + R_2 \cos \beta \quad y = R_1 \sin \alpha + R_2 \sin \beta \quad (1.1)$$

により表される。これをパソコン教材とした時は、 α の初期値を α_0 、 β のそれは β_0 とし、位相差も考慮している。

実際の授業では、 $R_1 = 14$ 、 $R_2 = -7$ 、 $\alpha_0 = 4$ 、 $\beta_0 = -6$ おくと五星形ができること、さらに、心臓形、バラ族曲線の例等を扱っている。生徒にパソコン操作させる時は、 R_2 と β_0 を固定して、 R_1 と α_0 に任意の数を入れさせて、いろいろな図形を描かせている。授業を進めている時NTTのマークができたところで最高に盛り上がった。以上がパソコンによる授業の概要である。

このような教材を高校生(または中学生)に各自グラフ電卓を持たせて行う授業を考えることにする。

3 グラフ電卓と授業の先行研究

今日グラフ電卓(graphing calculator)を用いた実践的な先行研究はさほど多くはない。その中から注目すべき例を拾いあげる。ここではグラフ電卓の安価性、携帯のための利便性、機能の多様性、操作の簡単性については明確になっているので特に取り上げない(Demana & Waits, 1996; Waits & Demana, 1996)。

クエサダとマックスウェル(Quesada and Maxwell, 1994)は、大学生の場合だが、アンケートの結果、グラフ電卓は理解を助けること、グラフ電卓は答えをチェックするのに役に立つこと、グラフ電卓は退屈な計算で時間をつぶすことがないことがある反面、あまりにもグラフ電卓に頼り過ぎると言う負の効用を指摘したのもあるとした。

渡辺(1966a)はフーリエ級数を先に与えて、周期関数を求める、と言う教科書とは逆のアプローチは、グラフ電卓によって可能になるとし、ここにグラフ電卓使用の意味を見いだしている。かつて、筆者はパソコンであったが、2次関数で、初めにグラフを与え、それを見てその関数の係数 a 、 b 、 c を決定させる時間を競うゲームソフトを作成したことがある。対象は高校生の積もりだったが、初めに熱中したのは大学生であったという経験をもつが、これも教科書とは逆の発想であったし、パソコンがなければ実現できない内容のものである点、渡辺の発言と同じ謂である。

スラビット(Slavit, 1996)はグラフ電卓の機能のうち、特にトレース機能、ズーム機能の

効用を強調している。

筆者(1997)は先行研究から数学の授業場面でのグラフ電卓の利用の分類を試み、学習者の電卓の所有状態、電卓と授業の関係、そして電卓の利用する機能の3次元的枠組みを提案した。さらにグラフ電卓を用いる授業の方針として①教科書とは逆の方法、つまりグラフを与えてその関数を求める方式、②学習者のグラフ電卓を用いた発見学習が主体の授業、③結果の確認手段またはヒントを得るためにグラフ電卓を用いる方式、等を提案している。さらにこの中では、一つの例として、スラビットのいうトレース機能に関連し、大学数学教育の中での電卓の利用として、トレース機能の利用例を報告している。それは微分の応用にある不等式の証明の確認場面であった。

4 円の加法のグラフ電卓教材

筆者の先行研究(佐伯,1986;佐伯他,1987)と前節の授業方針の①と②を基本に据えてパソコン教材の経験を生かして、次のように構成する。グラフ電卓には三角関数の式が入っているので高校生で、指導要領の上からは、数学Ⅱ(2)いろいろな関数、Ⅲ三角関数、数学B(1)ベクトル、ア平面上のベクトル等に関連した教材と位置付ければよい。中学生の時は三角関数の記号が見えないように工夫する必要がある(筆者のパソコン教材は“ふくらまし教材”として中学2年で実施している。筆者の“ふくらまし教材”(enriched material)とは、数学の教科書にある「発展教材」のような、かならずしも当該指導要領にはあるとは限らない教材であるが、発展教材と違うところは、発展教材の方は時間があつたらやってもよい、とかクラス全員が理解しなくともよい、という程度であるが、筆者のふくらまし教材の方は、クラス全員が理解するという前提で課される点で異なる)。

まず式(1.1)にあたる式を、初期値を H_0, K_0 として

$$x = A \cos Ht + B \cos Kt \quad y = A \sin Ht + B \sin Kt \quad (*)$$

とする。必要があれば Ht の代わりに $Ht + H_0$, Kt の代わりに $Kt + K_0$ として初期値の設定もできる。

次に、カシオCFX-9850Gを利用して実際に課題を作ってみる。ウインドウは $x: -10, 10; y: -5, 5$ に設定しておく。

(課題1)式(*)の A, B, H, K に適当な数値を代入して、NTTのマークのような図を作れ。(解: $A=1, B=2, H=1, K=2$)

(課題2)式(*)の A, B, H, K に適当な数値を代入して、5星形のような図を作れ。(解: $A=2, B=1, H=4, K=-6$)

(課題3)式(*)の A, B, H, K に適当な数値を代入して、5まいの花弁を持つ花の図(バラ族曲線)を作れ。(解: $A=2, B=2, H=-3, K=2$)

このような課題を与えて学習者に探求させるわけである。中学生を対象にするときはプログラミングして三角関数の記号を表に出さない工夫があるだろう。パソコンの場合は実際にそのように扱っている。また、高校生の場合は、数学Cの一つの材料になる。図と代入する数値の間の法則性を発見させるのが目標となる。

4 考察

本稿の限界は、授業を実践した上での報告でないことである。単に手元にあるグラフ電卓を利用して試みただけで、くわしい実施上の諸注意は実際に実施した後に考察しなければならない

いは当然である。しかし、この課題はパソコン利用の授業で中学2年生で実施して、かなり成功した教材であるので大体その感触はわかるのであえて報告した。筆者はパソコンで中学1年、2年の生徒に実施研究した教材が41題目あるので、随時それらの教材のグラフ電卓化を考えてゆくの今後の課題である。

また、試行の結果、現行の高校数学の「数学C」等のパソコン教材の殆どすべてがグラフ電卓で取り扱い可能であり、しかも全くプログラミングする必要もなく、問題を見てキーを操作するだけで画面上にグラフが描ける利便さ、操作の簡便性にも一言触れておきたい。

参 考 文 献

- Demana, F. and Waits, B. K. (1996) Evolution of mathematics education with technology, 第29回数学教育論文発表会講演資料
- Quesada, R. C. and Maxwell, M. E. (1994) The effect of using graphing calculators to enhance college students' performance in precalculus, *Educ. Studies in Math.*, 27, 205-15
- 佐伯昭彦 (1997) 先生が作った先生のためのT³ Japan, それは子供達のため, *T・I・M・E*, 10, 2-3
- 佐伯卓也 (1986) パソコンによる微分・積分・ベクトル, 三省堂高校数学ブックレット, No. 4, 1-27
- 佐伯卓也・富田正彦・上西創司 (1987) パソコン教材としてのふくらまし教材の開発とその授業の研究(4) — 円の加法・中学生のベクトル合成の軌跡としてのいろいろな曲線へのアプローチ, *東北数学教育学会年報*, 18, 31-40
- Slavit, D. (1996) Graphing calculators in a "Hybrid" Algebra II classroom, *For Learning of Math.*, 16(Feb), 9-14
- Waits, B. K. and Demana, F. (1996) A computer for all students — Revisited, 第29回数学教育論文発表会講演資料
- Wagner, W. J. (1982) Circles, polar graphs, and computer — some unexpected results, *Math. Teacher*, 75, 323-328
- 渡辺 信 (1996a) グラフを見る — フーリエ級数のグラフを見る, *数学教育学会研究紀要*, 1996年度数学教育学会秋期例会発表論文集, 190-193

Development of Mathematics Materials in Secondary Schools by Graphing Calculators
— Reconsideration about "Addition of Circle Material" —

Takuya SAEKI

Lecturer, Yamagata University : Professor Emeritus, Iwate University

(Abstracted)

Before the author's retire, using microcomputers, he developed many teaching materials in secondary level mathematics. In these materials, there is a named "Addition of Circle". In the present paper, we shall present of the same material by graphing calculator with excellent functions instead of microcomputers.