

数学科関連学生の数学のイメージ(3)

佐伯 卓也(山形大学講師・岩手大学名誉教授)

概要 Mura(1995)の、数理科学者、数学教育学者の「数学の定義」と、数学の発達に寄与した本(実際は数学者)の調査に触発されて、わが国数学系の大学生を標本にし調査した結果、カナダの数理科学者とわが国学生の間にある種の間接関係があることを見つけた。この調査の2か月後、同じ条件で再調査した。結果はやはりカナダの数理科学者との間接関係が再確認された。これにより大学生には大学の数学教官の数学観が働いているということがより一層ありそうになってきた。

キーワード 大学数学教育, 数学の定義, 数学系大学生の数学観

1. はしがき

「数学」のイメージ、定義については、大学の教官でも純粋数学者と数学教育学者の間では差があるように見える。一方そこで教育を受ける現場の数学の教師の数学観は自分の指導を受けた大学教官の数学観に強く影響を受けることは容易に想像がつく。

ICME-5, ICME-6での現場教師の数学観の研究を受けてカナダのMuraは大学の数学教官(純粋数学関係者と数理科学者)(Mura, 1993)と数学教育学者(Mura, 1995)の「数学」のイメージについてカナダの諸大学でサベイを行い、結果を分析し考察した。標本集めは郵送によっている。

本稿の研究目的は、Muraの研究を下敷きにして、わが国の学生の数学観の実態を探ることである。学生の標本として、山形大学教育学部の数学コースと情報コースの微分積分学を受講している2年次の学生と理学部数理科学科3年次学生の数学科教育法を受講している学生をとった。

2. 方法

今回使用したアンケート用紙は次のようなものである。

- [1] 「数学」の定義を書いて下さい。
- [2] あなたは「数学」にどんなイメージをもっているか書いて下さい。
- [3] 世界的な観点で、ギリシャ時代から現代までの数学の発展に寄与したと思われる大数学者の名前を5人以内で挙げて下さい。

ここで、[2]は直接集計には用いないが、[1]だけだと学生は答えにくいと思い、補助の意味で付け加えた項目である。この項目は2回目の再調査時には次のように変更した。

[2] 「数学とはどんな学問ですか」と生徒に聞かれた時のあなたの答えを書いて下さい。

この用紙を用いて教育学部学生には第1回目は1997年5月7日(水)(このデータをE1と記す, 以下同様)に, 第2回目は同年7月2日(水)(E2), 理学部学生には第1回目は同年5月9日(金)(S1)に, 第2回目は同年7月4日(金)(S2)に調査を実施した。所要時間はどちらも7~8分ぐらいであった。標本数を表1に示す。

表1 調査人数

	E1群	E2群	S1群	S2群
男子	29	30	22	24
女子	20	31	8	9
合計	49	61	30	33

E1群とE2群, S1群とS2群は, それぞれ同じクラスで人も同じだが, 出欠の状態で人数は異なっている。どちらも2回目の調査時には出席が向上している。

3. 結果

3.1 学生による数学の定義

学生による応答を分類するカテゴリーを記す。このカテゴリーはカナダの標本と比較するために, Mura(1995)によるものを踏襲したものである。

- | | |
|------------------|-----------------|
| 1) 形式的システムである | 2) 論理的である |
| 3) 言語, シンボルである | 4) 現実の世界のモデルである |
| 5) 複雑なものを簡単に表現する | 6) 問題解決 |
| 7) パターンの研究 | 8) 帰納的思考である |
| 9) アートである | 10) 科学のコアである |
| 11) 真理である | 12) 文化の担い手 |
| 13) 数学の特別な題目 | 14) その他 |

3.2 カナダ数学教官と日本学生の応答数

カナダの標本で数学教育系の大学教官群(N=51)をカナダE群, カナダの数学系の大学教官群(N=103)をカナダM群と記す。カナダ群の応答は1人が2つ以上のカテゴリーに入っているがあるので, 表1の応答の合計は標本数より多い。日本の学生群は応答の合計は標本数に一致している。一応標本段階では男女別に分けているが, このような標本では男女差は現れないので無視して考えている。表2はカナダ群と日本学生群のカテゴリー別応答数とそのトータ

ルに於ける%を示している。

次にカナダ大学教官のE群, M群, 日本学生のE 1, E 2, S 1, S 2の諸群の応答をカテゴリーを対応させて積率相関係数と, その無相関検定のtの値を表3に示す。対角線の左下が相関係数rの値であり, 対角線の右上は対応する相関係数のtの値とその有意性の判定である。

表3ではカナダM群(数学系大学教官)と日本の学生群(教育学部数学科・情報学科学生と理学部数学科学生)は2回とも相関が有意であったという結果に注目したい。

3.3 数学の発達に寄与した数学者観

Muraの示したカナダの大学教官の応答は, 数学の専門家としてふさわしい数学者が多い。応答数の多い順にユークリッド, ニュートン, デカルト, ガウス, ラッセル, ホワイトヘッド, クヌース, ブルバキ, ヒルベルトと続いている。日本の学生のデータは表4, 表5に示す。表4では10名以下は, マクローリン, ロピタル・・・と続き, 表5では, 以下は関孝和, マクローリン, ライプニッツ・・・と続いている。日本の学生の応答は学生の受けてる講義に関係していると思われるものが多い。表4にE 1群とS 1群, 表5にE 2群とS 2群の合わ カナダの標本では, ユークリッドというのが圧倒的に多い。日本の学生ではE 1群で僅かに4(8%)だけで, 2回目はもうなかった。ここが大きな違いである。

表2 カナダ大学教官群と日本学生群のカテゴリー別応答数とその%表

カテゴリー	カナダE群		カナダM群		E 1		E 2		S 1		S 2	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
1)形式的	14	(27.8)	25	(24.3)	3	(6.1)	1	(1.8)	2	(6.6)	0	(0)
2)論理	17	(33.3)	26	(25.2)	7	(14.3)	12	(21.8)	8	(26.7)	8	(24.2)
3)言語	10	(19.6)	10	(9.7)	3	(6.1)	3	(5.4)	0	(0)	1	(3.0)
4)モデル	16	(31.4)	30	(29.1)	7	(13.3)	2	(3.6)	4	(13.3)	0	(0)
5)简单化	0	(0)	3	(2.9)	1	(2.0)	4	(7.2)	0	(0)	0	(0)
6)問題解決	6	(11.8)	7	(6.8)	3	(6.1)	0	(0)	0	(0)	0	(0)
7)パターン	19	(37.3)	7	(6.8)	0	(0)	0	(0)	0	(0)	0	(0)
8)帰納的思考	9	(17.6)	3	(2.9)	2	(4.0)	0	(0)	0	(0)	0	(0)
9)アート	11	(21.6)	15	(14.8)	0	(0)	0	(0)	0	(0)	0	(0)
10)科学のコア	7	(13.7)	13	(12.6)	0	(0)	10	(18.2)	4	(13.3)	2	(6.0)
11)真理	0	(0)	4	(3.9)	0	(0)	0	(0)	0	(0)	0	(0)
12)文化	4	(7.8)	0	(0)	1	(2.0)	1	(1.8)	0	(0)	1	(3.0)
13)特別問題	13	(26.5)	10	(9.7)	11	(22.4)	14	(25.5)	6	(20.0)	9	(27.2)
14)その他	8	(15.7)	40	(38.8)	11	(22.4)	14	(25.5)	6	(20.0)	12	(36.4)

表3 カナダ大学教官群と日本学生群の積率相関係数と無相関検定の t の値

r\ t	カナダE群	カナダM群	E 1群	E 2群	S 1群	S 2群
カナダE群	—	1.8191	.4030	.7300	1.7198	.6865
カナダM群	.4651	—	3.0494*	2.2968*	3.4876**	2.8917*
日本E 1群	.3542	.6607	—	7.4146***	4.5278***	5.3390***
日本E 2群	.2062	.5190	.8389	—	6.4734***	5.3390***
日本S 1群	.4447	.7095	.7942	.8817	—	5.1972***
日本S 2群	.1944	.5667	.8389	.8389	.8321	—

(H₀:r=0, *:p<0.05, **:p<0.01, ***:p<0.001)

表4 学生の数学の発達に寄与した数学者観 (第1回)

数学者名	E群	S群	合計
ピタゴラス	25(51%)	14(47%)	39
アルキメデス	28(57)	7(23)	35
テラー	17(35)	4(13)	21
ニュートン	15(31)	5(17)	20
フェルマー	3(6)	17(57)	20
オイラー	9(18)	10(33)	19
コーシー	9(18)	7(23)	16
ガウス	2(4)	14(47)	16
ド・モルガン	8(16)	1(3)	9
H. A. シュワルツ	7(14)	1(3)	8

表5 学生の数学の発達に寄与した数学者観 (第2回)

数学者名	E群	S群	合計
ピタゴラス	18(30%)	13(39%)	31
コーシー	14(23)	17(51)	31
アルキメデス	22(36)	5(15)	27
ガウス	7(12)	19(58)	26
テラー	21(34)	2(6)	23
オイラー	4(7)	14(42)	18
ニュートン	12(20)	3(9)	15
ロピタル	15(23)	0(0)	15
フェルマー	0(0)	15(46)	15
リーマン	4(7)	6(18)	10

4. 考察

E群とS群が相関が高いのは当然である。これらがカナダM群と相関が有意になった理由を考察する。純粹数学者は論文は英文等の外国語で書くし、研究は国際的に広く文献を当たって研究している、ということから、わが国の、特に大学の数学教官の数学観とカナダM群の数学観は大ざっぱに言って大体等しいらしいと想像がつく。その教官の影響を強く受けているわが国数学系学生の数学観も数学専門の教官の数学観に似てくると考えられる。しかし、今回の研究はこの命題を明確に言うデザインになっていないのでこれ以上言うことは危険である。また、カナダE群とM群の相関が有意にならなかったことも示唆的である。わが国で同様な調査をすれば、やはり相関は有意にならないことがありそうである。それは、数学教育者は、数学を歴史的、哲学的に考える傾向があるのに対し、数学者は地球的な観点で現在の数学の最先端の話題に敏感であるが、数学を歴史的、哲学的に見る余裕もないし興味を示さないのではなからうか。しかしこれについてもこれ以上何も言うことはできない。今後の研究の問題である。

日本の教育現場では最近熱心に問題解決学習が叫ばれていてその研究も多い。しかし表2の6)問題解決の項目は、僅かにE1群で3名の応答があっただけであとはなかった。これは授業を進める教師とそれを受ける生徒の、受け止め方の違いを象徴しているように見える。

また、学生の示した「数学の発展に寄与した数学者」の応答は、もろに高校・大学の講義、特に大学の微積分、線形代数等の講義、教官の雑談等の刺激に反応しているように見える。S群でフェルマーあげたのが最高であるのは、恐らく最近話題になっているフェルマーの最後定理が、ワイルズにより証明されたというトピックと無関係ではないだろう。また、ガウスの名は2回ともS群に高いのも理学部の特性が現れていると考えられて興味深い。結果のところでは触れたユークリッドの名が日本では殆どないことはわが国の数学教育における平面幾何教育の少なさと関係があるに違いない。わが国の学校教育では殆どユークリッドの名が出てくることはないであろう。

参 考 文 献

- Ernest, P. (1995) Values, gender and images of mathematics: a philosophical perspective, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, 26, 449-462
- Mura, R. (1993) Image of mathematics held by university teachers of mathematical sciences, *Educ. Studies in Math.*, 25, 375-385
- Mura, R. (1995) Image of mathematics held by university teachers of mathematics education, *Educ. Studies in Math.*, 28, 385-399
- 佐伯卓也 (1990) 数学教育の理論的研究動向と実践的研究 —— 構成主義, メタ認知そして協力学習, 岩手大学教育学部研究年報, 50(No. 1), 125-129

- 佐伯卓也 (1996) 数学教育の学的構成の哲学的考察, 日本科学教育学会20周年記念論文集, 43
-47
- 佐伯卓也 (1997a) 非数学科学生の数学教師教育について, 東北数学教育学会年報, 28, 20-25
- 佐伯卓也 (1997b) 数学科関連学生の数学についてのイメージ, 数学教育学会1997年度秋期例会発表 論文集, 66-68
- 佐伯卓也 (1997c) 数学科関連学生の数学についてのイメージ(2), 数学教育学会1997年度冬季研究会論文集, 1-3
- ワイルダー, R. L. (吉田洋一訳, 1965) 『数学基礎論序説』, 培風館, 東京

Images of Mathematics Held by University Students of Mathematics
Courses in a Japanese University (3rd Report)

Takuya SAEKI

Lecturer, Yamagata University : Professor Emeritus, Iwate University

(Abstracted)

R. Mura reported about views of mathematics by university teachers of mathematics education and mathematical science in Canadian universities. This article presents results of similar researches on university students in Japan. Data were collected with two sessions. We find a correlative relation between the Japanese students case and the Canadian university teachers of mathematical science in a certain sense.