

『教育法〔算数〕』の授業研究

— 日常的なテストと期末考査の検討 —

佐伯 卓也（山形大学講師・岩手大学名誉教授）

要約：東北数学教育学会第32回年会（秋田大学：平成12年12月3日）の筆者の研究発表（数学概論）の質疑の中の応答から，“教育法〔算数〕”の実際とその評価法について発言する必要が生じた。それで平成11年度後期に実際行った教育法の授業とその評価法を記述し、考察する。

キーワード：小学校教師教育，教育法「算数」，授業評価のカテゴリー

1. はじめに

2000年12月3日，秋田大学で東北数学教育学会の第32回の年会があった。そのとき筆者は数学概論の目標とその実践の結果について発表を行った。発表後の質疑討論の中で，数学概論の中で数学そのもののみ指導も重要であるが，学生に現場に直結した算数の実際の授業の方法や教材の与え方等について触れる必要がある，と言う趣旨の発言があった。なるほど，その時の筆者の発表は「数学の指導」そのものみの強調になっていたため，このような意見が出るのは当然である。その時も回答として筆者は触れたが，“概論”と同時に授業を担当した“教育法〔算数〕”について，ここでその内容について触れておく必要が生じた。そこでこんな経過から本稿の研究目的を次のように設定した。

本研究の目的は，

- ① “教育法〔算数〕”の指導のための有効なテキストを作成すること，
- ② 自作のテキストを基にして，効果的な指導法を開発すること，
- ③ 教育法〔算数〕の授業そのものが有効であったか否かの評価法，つまり“教育法〔算数〕”の授業の評価法を開発すること，

である。特に，この授業の評価法は，独断と偏見となることを恐れず試行的に学生に試みたものであり，条件を付して結果を記述する一つの実践記録と位置付けられる。

2. 平成11(1999)年度の“教育法〔算数〕”の内容

第2次大戦後の新制大学の発足後議論で，教育法〔算数・数学〕の内容は，①目標論，②内容論，③教授・学習論，④評価論そして教材研究とされていた。加えて，小学校教員養成のための教育法〔算数〕では，算数数学の諸概念が抽象的なものであることに起因する児童の算数・数学の種々の概念形成や種々の技能習得の方策，算数の表記や計算のための約束等，その他もろもろの内容に関わる約束事の指導が含まれていなければならないとされている。さらに，過去の山形大学の教育法〔算数〕のシラバスの内容との関連も考慮する必要があった。

以上の事柄を踏まえ，筆者は依頼された内容，「数と計算領域に関する内容，課題，指導方

法」の条件に基づいて、一応テキスト『教育法〔算数〕』（59ページ）を試作して授業に用いた。これが今回の研究の目標の一つに（目標①）なっている。学生にはテキストを前以てコピーして配布して、利用させた。その内容は次の通りで、章と節の項目のみを示しておく：

第0章 新旧学習指導要領の比較

第1章 低学年の数の指導：カージナル数としての整数，数の導入の実際，10進数位取り記数法の理解，和が10より大きくなる足し算，引き算の意味 — 求残・求差，繰り下がりのある引き算の考え方—減加法と減減法，数直線の定義，小学校における数直線

第2章 かけ算の指導：かけ算の意味，かけ算九九の指導，筆算形式のかけ算

第3章 わり算の指導：わり算の意味，指導の流れ，わり算の筆算形式の導入，わり算の筆算形式の誤答例，仮商の立て方の指導

第4章 小数と分数の指導：連続量，子どもの実態，指導の実際，数直線の利用，指導の実際(2)

第5章 高学年の数の指導：約数と倍数，概数と近似値，小数倍と分数倍の意味の指導，小数の乗法・除法の指導，分数の乗法の指導，分数の除法の指導

第6章 量の指導：量の種類，量の保存性，量の測定の指導の段階，長さの測定の指導，面積の指導，基本的な平面図形の求積公式

第7章 数量関係：割合の指導，比の三用法の指導

第8章 数学的な考え：関数の指導

テキストの内容も，筆者の独断と偏見で恣意的に選んだ上に，加えて筆者の意図したことを網羅したとは言えない。不足分は実際の授業の中で可能な限り補足することとした。

表1に今回の研究に参加した学生の人数等を記す。この授業は3年次対象であり，それ以上の受講生は過年度として扱った。過年度生は男子が圧倒的に多いことにも注意しておく。

表1 受講者の人数

	男子（期末欠席）	女子	合計（期末欠席）
3年次	17（1）	25	42（1）
過年度	15（2）	6	21（2）
科目履修生		1	1
合計	32（3）	32	64（3）

授業は平成11(1999)年10月4日（月）から始まり，平成12(2000)年2月7日(月)まで15回(最後の日は期末考査)90分授業をした。時間の関係で第8章はやれなかった（学生にはテキストを配布してあるので読んでおくようとして自習にまかせた）。

人数が多いので毎時間の出席をとる代わりに小テスト（問題1，2題；所要時間20分ぐらい）を実施した。テストと言っても，実際行われる教師の教授活動の評価であるが，子どもの評価

法はいろいろ考えられている（沢田・橋本；1990）が教師の教授活動，さらに教師教育の効果についての評価の方法はあまり明確にはなっていない。そこで，今回は暫定的に次のような5項目のカテゴリーに分けた。この分け方も恣意的で独断的ではあるが，一応試行的な分け方として設定したと理解して，この項目でテスト及びその結果の記述を行うことにした。

【評価項目のカテゴリー】

(1)授業想定記録（プロトコル作成）

実際の授業を想定し，教師の発言Tと子どもの発言Cを出現した順に記録させる「プロトコル」作成の作業をさせる。

(2)学習シートの作成

実際に授業で使用することを想定した学習シートを作成させ，コメントを書かせる。

(3)授業の説明

具体的な授業での教師と児童の発言記録（プロトコル）を与え，それをもとにして，授業の流れを考えさせ，授業全体を総合的に想定させ，ポイントを説明させる。

(4)誤答想定と修正指導

実際の指導の際の出現する誤答を想定させ，それを修正させる。

(5)教具の作成とその使用実習

これはまるまる90分を使って行う。これは実際12月20日に一度だけ行った。

14回の日常テストは次の通りである。（）内は評価のカテゴリーである。

【日常的テスト】

アンケート [1] 10月4日(1)数を分類して見よ，(2)角の単位について知ることを記せ，(3)関数はどのように定義するか

アンケート [2] 10月18日(1)日常的具体物で「関数」の例になるものを書け，(2)三平方の定理について知ることを書け，(3)平面上の座標とはどう言うものか

①10月25日：1：1対応（授業想定記録：問題のねらいは抽象的「数」の概念形成）

②11月 4日：数の数え方（授業想定記録）

③11月 8日：数を並べる〔記数法〕（授業想定記録）

④11月15日：減加法（授業想定記録：問題のねらいは繰り下がりのある引き算技能の減加法・減減法のまとめにある）

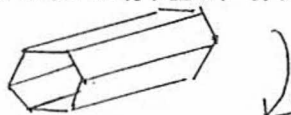
⑤11月22日：ボールをあてる（学習シート作成：問題のねらいはかけ算の意味の拡張の $a \times b$ と書ける「てんとりあそび」の場面設定）

⑥11月29日： 12×25 （授業想定記録：2位数の乗法の筆算方式のまとめ）

⑦12月 6日：仮商の立て方（学習シート作成：筆算による割り算指導の技法の要点）

⑧12月13日：四捨五入（学習シート作成：問題のねらいは切り上げ，切り捨て，四捨五入の明確な区別の徹底にある）

⑨12月20日：六角柱サイコロの作成実習
（教具作成とその使用実習：六角柱サイコロとは右図のような紙製の教具でテキストではいろいろな利用法が記してあるので，そ



れらを確認する)

- ⑩ 1月17日：小数の切り上げ、切り捨て（授業想定記録）
- ⑪ 1月24日：2mのテープを3等分（授業想定記録）
- ⑫ 1月31日：平行四辺形の面積を求める（授業の説明）
- ⑬ 2月 7日：期末考査

13回目は期末考査である。期末考査の問題は次の通りである。

【期末考査の問題】

[1] テキスト22ページの減加法、減減法の指導のとき、想定される教師と子どもの発言を順に従ってT、Cで書け。ただし、数値はテキストと異なるものにせよ。（授業想定記録）（ここにTとは教師の発言、Cとは児童の発言である）

[2] テキスト35ページの仮商をたてるところでの誤答例がある。これらの誤答を修正過程での、想定される教師と子どもの発言を順に従ってT、Cで書け。ただし、数値はテキストと異なるものにせよ、程度にした。（誤答修正授業の想定）

[3] (1) 分数の乗法は $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ で計算されることを、子どもに納得的に理解させる説明文を書け。ただし、具体的な図と数値を用いて書くこと。（授業の説明）

(2) 分数の除法は $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$ で計算されることを、子どもに納得的に理解させる説明文を書け。ただし、具体的な図と数値を用いて書くこと。（授業の説明）

以下、テスト問題の出題の内容と背景をもっと詳しく記す。

[1] に関連する筆者のテキストの説明内容

繰り下がりのあるひき算 減加法 $13-8=(10+3)-8=10-8+3=(10-8)+3=2+3=5$

減減法 $13-8=(10+3)-(3+5)=10+3-3-5=(3-3)+(10-5)=0+10-5=5$

[2] に関連する筆者のテキストに記した例文

仮商の指導では次のような0のからむ誤答がよくでる。 ① $5304 \div 26 = 204$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 26 \overline{) 5304} \\ \underline{52} \\ 104 \\ \underline{104} \\ 0 \end{array}$$

この誤りは $53 \div 26$ の仮商の立てる位置を間違えて、53の3の上に立てるべきを0の上に立てたために生じている。それはこのときの余りは1で次の0を下ろしても10としかならず、10は26で割れないそこで次の4を下ろして104にして、初めて割れたことも原因の一つである。

② $1932 \div 23 = 84$

$$\begin{array}{r}
 084 \\
 23 \overline{) 1932} \\
 \underline{184} \\
 92 \\
 \underline{92} \\
 0
 \end{array}$$

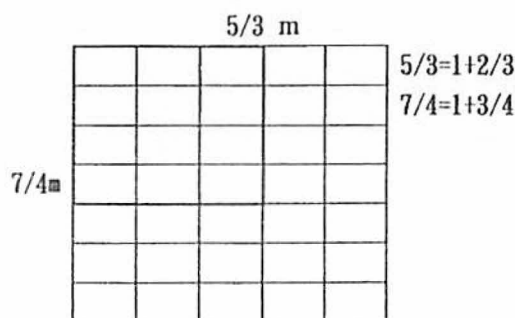
この誤りは見てすぐわかるように、19の9の上に仮商0を立てたことである。確かに19は23で割ることができないので、0を立てたわけである。このような場合の指導もきちんとしておかなければならない。

[3] (1) に関連する筆者のテキストの説明内容

実際の授業では、分数の乗法については面積を用いて次のような説明をしている。計算規則を子どもに説明しやすい方法として、面積による方法について記す。

縦が $1\frac{3}{4}$ 、横が $1\frac{2}{3}$ の長方形の面積の計算を考える。これは辺が正数値である

場合にならって $\frac{7}{4} \times \frac{5}{3}$ として求められる。この時、 $\frac{7}{4}$ 、 $\frac{5}{3}$ は線分の長さであるから、掛けたものは面積と考えられる。明かに単位1となる面積は、 $3 \times 4 = 12$ で12等分されている（上図の太い線の中）。



全面積は $7/4$ 、 $5/3$ の分子に着目すれば、 $7 \times 5 = 35$ の升目になる。

そこで、 $\frac{7}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{12}$ となることがわかる。

一般に、分数の乗法は $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ で計算できるとまとめられる。

(2) 分数の除法に関連するテキスト説明内容

$1\frac{1}{5}$ ha の畑から、 $2\frac{2}{3}$ t の麦が採れた。1 ha あたり何 t の麦が採れますか。

この問題は $2\frac{2}{3}$ t \div $1\frac{1}{5}$ ha と立式される。これから $\frac{8}{3} \div \frac{6}{5}$ の計算は

$\frac{6}{5}$ ha で $\frac{8}{3}$ t だから、6 ha では $\frac{8}{3}$ t の5個分の収穫があることになる。

$\frac{8 \times 5}{3}$ t となる。これを6等分して1つ分とすれば、1 ha あたりの収穫になる。ゆ

えに6等分すれば、 $\frac{8 \times 5}{3 \times 6}$ t である。つまり、 $\frac{8}{3} \div \frac{6}{5} = \frac{8 \times 5}{3 \times 6}$ を計算すれば
ればよい。

次に別の方法として、抽象的な方法を記す。

最初に、除法では割る数と割られる数に同じ数を掛けても値は変わらないことを納得させる。

$$12 \div 6 = (12 \times 4) \div (6 \times 4) = 48 \div 24$$

ここで $12 \div 6 = 2$ であり、 $48 \div 24 = 2$ であるのでよい。このことは割り切れない数でも成り立つ。

$$12 \div 5 = 2.4 \rightarrow (12 \times 3) \div (5 \times 3) = 36 \div 15 = 2.4$$

これを子ども達に納得させたら、次に分数に進む。

$$\frac{3}{7} \div \frac{4}{9} = \left(\frac{3}{7} \times 9 \right) \div \left(\frac{4}{9} \times 9 \right) = \frac{3 \times 9}{7} \div 4 = \frac{3 \times 9}{7 \times 4}$$

この方法は除数の分母を被除数と除数に掛けても値は変わらないと言う法則を利用して、除数の分母の9を掛けて、結果は除数の逆数を掛けたことになった。これはやや技巧的だが一つの方法である。

一般に、分数の除法は $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$ で計算できるとまとめられる。

テストでは触れなかったがテキスト第6章では小学校低学年でかつて筆者が実践したピアジェ関連研究としての面積の保存と測定の結果が入っているので触れておく(佐伯, 1977ab)。

テキストでは事実について触れた程度だが、授業ではやや詳しく述べた。これは筆者の前任校で研究室配属の学生数人と附属小学校1年, 2年, 3年の1クラスずつ, 112名(男子54名, 女子58名)の児童の協力で、タルーミス (Taloumis, T. (1975), JRME, 6, 202-220) の追試として、学生作成の模型とでも言えるテスト用具を作成し3単位時間連続で、個人的な面接法で行った。仮説として、面積測定の訓練は面積保存課題の遂行を促進し、逆に面積保存の訓練は面積測定課題の遂行を促進する、を設けた。結果判定は3元配置分散分析を利用した。結果は肯定的だったタルーミスの結果とは異なる点もあったし、ピアジェの発言とも異なる点もあったが、ほぼ仮説は実証された。これらを学生に話して、教育における実験的研究の例として説明した。

3. 結果

(3.1) アンケート調査の結果

アンケート調査の項目は、教育法と言うより数学的な項目であった。この結果は教育法よりむしろ数学概論の項目の選択に有効と心得るが、表2で簡単に触れておく。

表2 アンケート応答の結果

(1)		(2)		(3)	
[1] 大体良い	3(5.2%)	度・ラジアン	11(19.3%)	大体良い	6(10.5%)
不完全	27(47.4)	度のみ	36(63.2)	不完全	22(40.4)
誤り含む	27(47.4)	誤り含む	6(10.5)	誤り含む	10(17.5)
記述無し	0(0)	記述無し	4(7.0)	記述無し	18(31.6)
計	57		57		57
[2] 大体良い	36(61.1)	大体良い	20(33.9)	大体良い	17(28.8)
不完全	2(3.4)	不完全	32(54.2)	図示だけ	4(6.8)
誤り含む	11(18.6)	誤り含む	5(8.5)	不完全	20(34.0)
記述無し	10(16.9)	記述無し	2(3.4)	誤り含む	8(13.6)
				記述無し	10(16.9)
計	59		59		59

このアンケートの結果は、教育法と言うより数学概論に関係するが、「関数」がよく分からないと書いてる学生が数人いた。これは数学概論の指導で留意すべき事項になろう。

次に小テスト例として2, 3示しておく。

【10月25日 想定問答1:1対応】

(美術科4年次女子)

T 男の子と女の子とではどちらがたくさんいるか
考えて見ましょう

T どうすると分かるかな?

C 手をつないでみる

T ではやって見ましょう

C 男の子の方が多い

T そうですね、女の子より男の子は2人多いです

T こうして手をつなぐ(線を引く)と分かりやすいですね

.....

上の例は特別にできてる例ではなく、このように男の子、女の子の対応を考えた例がかなりあった。このほか果物の例(リンゴとミカンの磁石つきのカード)、いすと机等、予想以上に出来が良いという実感である。

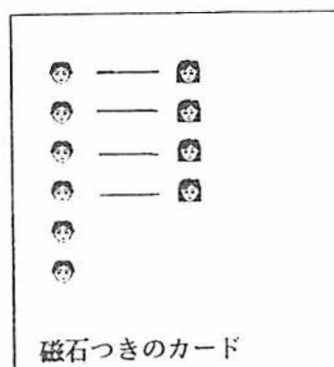
【11月22日 学習シート】

(理科3年次女子)

<てんとりゲームをしよう>

・グループごと、まとをつかって、てんとりゲームをしよう

・1人10回やろう



という結果であった。

4. 考察

試作したテキストは、数と計算領域に関する部分をシラバスに従いまとめたものである。この中では小学校算数ではあるが、一応「数学」を意識した内容になっている。つまり、抽象的な数学の概念に至る概念形成場面、さらに、わが国の明治以来の、算数（算術）教育独特の指導の技術的な事項もかなり意識的に入れた。例えば、数の概念形成の所で、テキストのより細かい項目では、「集合について」「カージナル数」、数の導入としては「集合作り」「1:1対応」「類別」「数えること」とし、カージナル数→系列化→順序数という段階を踏むとしている。テキストの外の項目も大体このように作って、学生の利用の便を計った。学生指導の場面では、このテキストからどれぐらいこの目標が生かされているかは問題が残った。例えば、数学的な考えの中で、関数の指導、グラフの読み、求積問題にもっと触れるべきであった。

また、実際の授業に際して、学生にもっと技能面の演習に時間を当てるべきであったと考えられる。20分の毎時間のテストが、丁度学生の演習時間になったが、もっと多くの時間をかけるべき所もあったように見える。学生の成果の評価法についても不十分であるが今のところ試行的に実施して、結果を重ねていき、命題化をしなければいけない。また、結果のところでも触れたが、せっかく評価のためのカテゴリーを試作したにもかかわらず、その評価のための尺度は、今回は作ることが出来なかったことは、研究としては、完全でないことになる。

一方、受講した学生の日常的テストや期末考査の出来栄が、初め予想した（筆者の前任校の経験）より、出来が良いと感じた。筆者は、教育学部のほか理学部数理学科の数学科教育法を担当しているが、そこでも同じ感じを持った。山形という地域的な特徴かも知れない。次に可能な要因は、これら一連の授業は、筆者が非常勤講師であるという理由から、授業準備のための時間的なゆとりがあり、十分な準備が出来たことも挙げられる。一般的に言って大学の教官は、日常的な授業のほかに大学の運営、研究活動、学生の指導、学会参加等に追われて、講義の準備に費やす時間が不足しがちである。この辺の大学教官の講義の準備に使う時間の確保が、これから質の高い能力を有する学生を養成するための一つの要素として、担当教官の講義の準備の時間の確保について大学のシステムの改善として考える必要がある。

筆者は今回の研究の中で、分数の乗法と除法、特に除法を期末考査問題にまでして重視した理由に触れる。それは、最近話題になった岡部他編（1999）に見られる大学生の「分数」の理解のチェックと言う理由もあった。しかし、筆者は前々から数学教育で問題になっている「理解」は、わが国ではあまり問題にされなかったが、1940年代のアメリカの数学教育では積極的に問題にされたと聞いていた。それによると、理解には「内的理解」（その数学の教材の内部だけでの理解の水準という意味である）と「外的理解」があるとされている。外的理解は別に関係的理解とも言われる（すなわち教材の内部だけでなく、外部との関連において理解される意味である）。この文脈で分数の除法の理解が例として登場する（この例はベストな例ではない）。すなわち「除数は分子と分母を引っ繰り返して掛けてやればよい」ことを知っているだけでは、内的理解の段階であり、子どもはこれで点数がとれる）。この「除数は分子と分母を引っ繰り返して掛けてやればよい」を知った上で、「何故引っ繰り返して掛ければよいか」の理由

を説明できるレベルで理解しているのが外的理解または関係的理解である、とされている。このように数学（算数）教育理論の文脈で「理解」のキー的概念になるため、教育法〔算数〕を担当した機会を捕らえ、未来教師の実態を知り、その上で指導の仕方を試みを、筆者のテキストの中に取り入れ、授業の中でも丁寧に指導した。

参考文献

- 文部省（1999）『小学校学習指導要領解説 算数編』，東洋館出版社，東京
 文部省（1999）『幼稚園教育要領解説』，朝フレール館，東京
 日本学術協力財団（1996）『21世紀をめざす教師教育』，朝日本学術協力財団，東京
 日本数学会（1999）数学・物理・化学系諸学会の見解への補足意見，数学通信4，57-59
 岡部恒治・戸瀬伸之・西村和雄編（1999）『21世紀の日本が危ない —— 分数ができない大学生』，東洋経済新聞社，東京
 佐伯卓也（1977a）低学年児童における面積の保存と測定について，東北数学教育学会年報，8，43-57
 佐伯卓也（1977b）保存と測定 — Piaget 関連研究について，岩手大学教育学部研究年報，37，471-482
 沢田利夫・橋本吉彦（1990）『数学科での評価』，共立出版，東京
 杉山吉茂編（1880）『小学算数指導のコツ』，学陽書房，東京
 田村三郎（1994）『なぜ数学を学ぶのか 数学教育論』，大阪教育図書，大阪
 梅沢敏夫（1995）『数学学習の理論と問題解決 学び方・考え方・教え方』，培風館，東京
 横地 清（1963）『算数科教育法』，誠文堂新光社，東京

（付記）山形大学教育学部では筆者の，数学概論，教育法〔算数〕の授業に，授業アシスタントとして大学院生一人が配置された。これが日常的テストの答案回収等に大きな力となったことを付記して，授業アシスタントに従事した大学院生Y氏に感謝の意を表する。

Studies on Teaching of "Teaching Methods [Arithmetic]"

— Studies of Results about Weekly Tests and about a Term-End Examination —

SAEKI, Takuya

lecturer, Yamagata University : Professor Emeritus, Iwate University

(Abstracted)

After the author's presentation in the 32nd annual conference of the Tohoku Society of Mathematics Education at Akita University, he needs to state about contents and about the method to evaluate of the teaching of "Teaching Methods [Arithmetic]". In the present paper, the author shall state these problems.