

「緑表紙」における図形教育

—— 低学年を中心に ——

山形大学 森川幾太郎

概要 日本の小学校における図形教育の特徴を4点にわたって述べる。そして、これらの特徴点と対比しながら、緑表紙における低学年における図形教育を概括する。

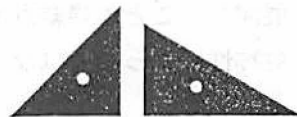
検索語 操作 計測 作図 対称性 合同変換

1 日本の図形教育の特徴

二等辺三角形や平行四辺形など基本となる図形がもつ性質はその対称性に由来している。このため、これら基本図形の性質の探求では、「折る・まわす」が基本となる。小川通司はすでに扱っていたことを後に紹介するが、「折る」ですら、図形の性質の発見の方法として見いだすのはやさしくない。

例えば、第四期国定教科書(通称「緑表紙」135-40)の3年生で「折る」を扱うが、これは、直角を作るためであって、右の図版に見るように、線対称図形の性質発見のためではなかった。

三角定本ハ直線ヲヒキタリ、圓ヲ書
イタリ、スルニ便ヒマス。



二ツノ定本デ、一バン長イ邊ハドレ
デセウ。オナジ長サノ邊ハドレトド
レトデセウ。邊ノ長イ方カラ、ジユン
ニイツナゴランナサイ。

角ノ一バン大キイノハドレデセウ。
オナジ大キサノ角ハドレトドレトデ
セウ。

直角ハドレデセウ。

紙ヲ折ツテ、直角ヲ作ツテゴランナ
サイ。

「緑表紙」編纂に参加した高木佐加枝の図形教育観を後に紹介するが、そこでも見るように、日本で「変換」としてしばしば取り上げられたのは、原図形の辺の長さや角の大きさを換え、他の図形に変換し、その変換を通して、図形の決定条件を探ることであった。その例を「緑表紙」4年生版

に見ることができる。ところで、この辺の長さや角の大きさを変える、を重視した図形の扱いは、計測重視の反映でもある。その一端は、上の図版にも見ることができる。

この計測の重視した図形教育は、二つの側面から考えることができる。

一つは、図形教育は図形量の測定から分離独立して扱われるようになった、という図形教育の出自に関わる歴史的経緯である。例えば、1920年代のアメリカで交わされた前期中学校における直観幾何の教育課程議論の中で有力意見は、幾何は測量をその出発点としていたことを理由に、三平方の定理の利用も含めて、二点間の距離の測定を重視した展開案であった。そして、計測は、子ども達にも取り組みやすい活動で

あり、子どもの活動を主体に、発見的に図形の性質を導くことができる。

二つ目には、日本の図形教育の特徴である、中学年における、作図を主体にした学習展開にある。即ち、「おる・まわす」によっても基本図形の辺や角に関する性質を見出すことができるが、ここでは、

図形が重なり合うから、対応辺の長さや対応角の大きさが等しい
と無計量的表現が中心である。これに対し、計量による場合は、

「向かい合う辺の長さがそれぞれ 5 cm と 8 cm の平行四辺形」

と数量の入った表現がまずあって、その後で、向かい合う辺の等長性がまとめられる。この計測値による表現はそのまま作図につなげることができる。このように、作図主体に学習を展開するときは、計測体験をもとに展開するのが「得策」である。

この作図の重視は、図形の決定条件の重視につながる。これは、ジェオボードが多くの現場で用いられている理由でもある。即ち、あるもとにした図形で、その辺の長さに関する条件を変えたとき、どのような図形に変換されるかはジェオボードによって簡単に見ることができる。こうした、辺や角の大きさを変えることでどのような図形ができるかを中心に「図形の変換」に関わる教育を行った例は、1960年代においては数多くみることができる²⁾。そして、この辺や角に関する条件による図形の決定を中心に置いて展開したことの帰結点が、高学年における図形の包摂関係である。ここでは、図形の対称性によってではなく、図形の決定条件を根拠に学習が展開する。

日本における図形教育の第二の特徴は、色板並べに代表される操作の重視である³⁾。'98年学習指導要領で多くの学年で取り上げられることになった、敷き詰めもこの伝統にそったものである。こうした操作活動が重視されるのは、様々な操作活動を通して図形の性質を発見的に導くことができたためである。が、そこでは、曲線図形を扱うことができない、という側面をもつことを指摘しておこう。

第三の特徴は、展開図を中心とした空間図形の扱いである。これは、表面積の求積を行ってきた名残でもある。この結果、可展面以外の曲面に関する学習が行われない。

以上見たように、図形の基本性質を重視した指導が行われてきた。が、その学習を通して明らかになった事柄を生かす総合課題が十分に用意されてきた、とは言い難い。これは、図形学習で扱う素材を、大工職人の技や江戸時代の水防技術など技術に求めないでいる証でもある。即ち、色板といった、机上で行う操作教材は開発されても、例えば、直線を引いたとき、それが直線であることを検証する技、これは直線が点対称図形である性質を利用することでもあるが、は指導されない。そもそも、直線については、まっすぐな線、まっすぐ線を引きなさい、といった定義や作図にあたって口先の注意は与えられても、まっすぐな線の作図法に関わった直線の決定条件は指導さ

れてこなかった。「緑表紙」でも、線分の長さの測定を cm を単位で行うことが1年生から扱われていても、直線とはなにか、に関する教育は行われていない。

2 緑表紙教科書における図形教育

ところで、日本の小学校に図形教育が導入されたのは、教師用に記載された程度で、しかも、その学年も限定されたものであったが、第三期国定教科書改訂版(1924-'34)からで、本格的に導入が図られたのは「緑表紙」においてである。その「緑表紙」における図形教育について、阿部浩一は次のように評している。

図形だけについてみると、それ以前の黒表紙教科書よりは進歩がみられるものの、特に注目すべき点はあまり多くない⁹⁾。

が、「緑表紙」における図形教育は、図形量の計測から独立した、図形独自の性質の探求を行うなど積極的な取り組みもあり、また現在の教科書にもそのまま用いられている内容もあるなど、現在にまで影響が残っている。とはいえ、まだまだ、図形量の計測を主体に展開してきた影響も残っている。その一つが、前項で指摘した、長さの測定は行っても、直線は扱わない、であり、量として角を扱っても、図形の構成要素としての角の扱いは十分ではない。また、向きを表す角を扱っていない、という問題もある。

ところで、「緑表紙」に図形が本格的に導入された背景をその編纂に参加した高木佐加枝は、後年、『『小学算術』の研究』の中で、次のように述べている⁹⁾。

第一次世界大戦後の各種工業生産の進歩発展の必要から図形教育に対する考え方は変わってきたのである。……。旧来の教育は、あまりにも数量に関する方面に偏っていたので、この点に反省を加え、科学技術とくに工業生産面に重要な役割をなす図形教育に着眼して、低学年からとくに空間学習の指導時間を特設していったのである。

確かに、6年生でねじ山の仕組みに関する解説や4年で、部屋の壁面を例に垂直を扱い、ケーブルカーを平行四辺形の例として扱うなど「工業生産面」に目を配った事例がないわけではないが、ひし形や二等辺三角形の性質に触れてこの面からの事例を取り上げてはいない。他にも

○作図を扱っているが、それは手本とする図形と合同な図形の作図にとどまり、直線図形の決定条件の探求は行われない。

○色板を使った模様作りは行っても、直線図形や円の作図をもとにした幾何模様作りは行わない。

という問題点がある。これら図形教育の特徴のいくつかは「緑表紙」に由来する。以下、その低学年における扱いを中心にその特徴を見ることにしよう。

A 小川通司の提案⁶⁾

第三期国定教科書改訂版が発刊された'25年に小川通司「空間教育の実際」が発刊された。この本には、「緑表紙」でも扱った、竹串を使っての平面図形作りー「緑表紙」では、マッチ棒に素材が変わっているーや色板を用いての平面図形の構成と分解など、彼が小学校において行った実践に基づいて図形分野に関する提案が掲載されている。中から、数点にわたって彼の主張を紹介してみよう。

- *1 長方形の作図を4年生で扱ったことがあるが、子ども達はその決定条件に合うよう作図するのに大変苦勞していた。子どもには、条件にあてはまるよう作図すること自体が図形学習であり、この作図を行うために、図形の観察をしっかりと行い、直観力を働かせて、その性質の発見を予め行っておく必要がある。
- *2 このように、小学生に対する空間教育は、数学優先であってはならず、遊びも含んだ、平面図形の作図や立体図形の作成を中心にしたものでなければならない。その一方法として、竹串を使ったり、色板を使ったりしての平面図形の構成がある。
- *3 図形の観察や実験・実測は小学校における空間学習一般において大事にしなければならない。例えば、低学年では、立体図形の観察から出発する。その中で、それらが面で構成され、面と面の共有として線ができるといったことを見出させ、さらに、中学年において、正方形や二等辺三角形、長方形、ひし形についての性質は、折り重ねも用いてその性質を見出させ、折り紙を使って、これらの図形を作り出させることも行う。
- *4 正方形や長方形、直角三角形に先立って、直角、そして角を扱う。が、直線の垂直や平行を指導した記述はない。このこともあってであろうが、平行四辺形は、合同な三角形二枚から構成できる形、として導入しても、学習の中心はその面積を求めることに置かれ、平行四辺形の図形としての性質には触れない。また、立体では、ある大きさの直方体や立方体に単位立方体が何個入るか調べに終始していた。これらの実践に見るように、まだ、求積に従属していた当時の図形教育の姿が見える。

B 高木佐加枝の図形教育観

高木佐加枝は、前記、「『小学算術』の研究」において、「緑表紙」における図形は次のような観点から構成したい、と考え、その編集に参加した、と述べている⁷⁾。

第一に、数理的な図形教育に裏づけられた数理的図形教育が一体となって指導されるべきである。

この提言に関連して、球の転がりやすさとマッチ箱の安定性の対比ーただし、この内容は緑表紙では扱われていないーを例に、以下のことを述べる。

図形の働きや機能について研究させるという点から言えば、図形の使用感、実用性、生活性が重要な着眼点になる。(この面の研究が)図形の性質を一層掘り下げ、…、そこに図形の性質に対する研究が生まれ、なぜかということに対し、実証的な指導が行われなければ

ならない。

4年生で行う四角形の学習は、はじめは正方形、長方形から平行四辺形、台形という順で行い、その後で、前項で示したように、逆に、一般四角形からはじめて台形、平行四辺形、さらにひし形や正方形へという四角形の系列化の探求や縮図の学習を行う。この扱いを例に、次の第二の視点をあげる。

第二には、図形の静的な性質の探求に止まらず、動的に見る見方、考え方を指導し、関数的な取り扱いを重視することである。

以下、次の事柄をあげる。

第三には、図形の作図とか、構成とか作製というような立場に力をいれなければならない。

第四に図形と数量の関係についての指導が大事である。

第五には、立体図形から平面図形への段階を考慮することである。

第六には、図形の内容は単に平面図形、立体図形のみでなく、広く位置・方向・配置などの概念も含めた、空間概念の養成と考えることが肝要である。

第七に指導の方法としては、最初はすべて事物の観察・直観・実験実測・作図・作製などの作業によるを原則とし、証明あるいは説明よりはむしろ実証に重きをおき、図形内容を具体的、直観的に、体験として把握させることに留意しなければならない。

第八に図形教材に関する文章題の解決であるが、これも筋道をたてて思考して行く数学的な考え方の養成を狙って指導しなければならない。

注記

上で紹介した、高木の緑表紙編纂に参加の際にもっていたという図形教育改革の理念は用語の使い方などで60年代の現代化の影響を受けたものになっていたり、編纂参加当時のものと比べると重点の置き方に変化が見られるが、その基本的方向は編纂に参加当時のものといえよう。ちなみに、高木は緑表紙発刊後に著わした「新小学算術各論 上巻」(賢文館、1936)で述べている図形改革に関する理念は概略次のようなものである。

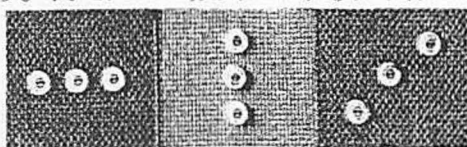
- * 直観を大事にする
- * 作図、実験実測を大事にする
- * 対称、重ね合わせなどを用い、図形の性質や関係を明らかにする
- * 図形は固定的なものではなく変化する一形態ととらえる。例えば、四角形でその辺や角の大きさを変えて他の四角形が出ることを見させる。
- * (高等科での授業も考えて、二次式の展開公式を図形的にも導くことや、正方形の面積公式で辺の長さの変化に応じての面積変化のことを考えて) 数量関係や関数的考えとの関係を密にする。

C「緑表紙」1年次の図形教育と加藤重義の図形教育論

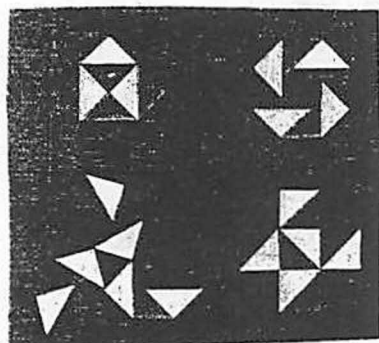
「緑表紙」の一年次における図形教育の概要を見てみよう。合わせて、加藤重義、中野恭一の実践のための解説書での記述にも触れ、現場教師はこの部分をどのように受け止めていたかも見てみよう。

「緑表紙」1年上巻において、数教育と兼ねてであるが、いくつかの空間概念や図形概念の形成をはかる素材が展開された。そのいくつかを紹介する。

5頁において、ボタンの配列による数図を扱う。例えば3の数図では、横一列にボタンを配列した図の他、縦、斜め、そして上下二段に配列した図も用意し、様々な配列に対して3が認識できる、という数教育としての扱い



と同時に、「横」「縦」「斜め」そして「上下」といった向きや位置関係についても指導した。



13頁ではマッチ棒を2～10本使ったの平面図形の構成、16頁では直角二等辺三角形の二色の色板を使ったの平面図形の構成をそれぞれ扱っている。さらに、20頁には数数えの対象としてであるが、円柱や直方体と丸皿、四角皿の図が描かれ、これらを数えることと合わせて丸、四角を扱った。この頁には長形状の旗と二等辺三角形の旗の図もある。その図の中には、長方形を対角線で二

分してできた直角三角形に異なる色を付け、長方形が二つの直角三角形に分割できることを観察させ、そのことを通して、二等辺三角形と直角三角形との比較を行うための素地作りとした。

が、これらの学習場面で用意された図形は数教育の対象としての意味が第一義であって、図形としては素地指導に徹し、様々な形を見せてもその名前は教えなかった。

この名前を教えないことをはじめ1年上巻における図形教材の展開に対して疑問を表したのが加藤重義である。

彼は、まず、ボタン（点）、マッチ棒（線）、色板（面）、そして箱の形（立体）という単純から複雑へ、という積み上げ方式に対し疑問を投げかける。彼はいう⁹⁾。

私共の主張は環境の事物から先ず立体を観察し、夫から平面に入り、さらに再び立体に帰ると言った様な形の思想的段階を強調して止まない。

19世紀末に作られた幾何の新科書では、まず立体図形の構成要素について簡単に扱い、続いて平面図形を扱うという流れであった。そして、小学校低学年においては、立体図形こそが子どもにとっての存在する形、という考えは当時でも主流であり、加

藤の主張はこれらの考えを受けたものであった。さらに、1年生での図形教育で特に目立った、図形の名称を教えないに対し、加藤は次のように異論を唱える⁹⁾。

名称を教へずして、漠然と形に親しませるのは却って主客転倒している感を与えはしないか。即ち、名称を教えずして漠然と形に親しませるといふことは事物の持つ形の本質に触れることが出来ない。

さらに次のようにもいう⁹⁾。

私は児童が既に彼等の生活経験によって獲得している形の名称とか或いはごく初歩の形の性質概念に対してはただ消極的に避けるといった態度では寧ろ児童の自然の形に対する生長とか理解を妨げるもので、恰も我々が児童の入学前に於ける数観念を整理するが如く、彼等が数以上に確かさを持つ形に関する思想観念を統制して其の形に対する陶冶を積極的に容易ならしめて行くことは、此の教材が特に入学の初期に於いて採択された根本的な理由ではなからうかと信じる。

中野恭一は、専ら指導上の留意点を述べる。上巻の2つの内容について指導の工夫を見てみよう¹⁰⁾。

5頁におけるボタンの図では、ボタンの配列に違いがあることに気づかせ、子どもにその配列の仕方をことばで表現させる。その上、教科書の図にならって、ボタンを実際に配列させることで向きに対する考えを明確になることを期待した。また、通常は数指導の頁として扱われている6頁の机の上に置かれた、教科書や色紙について彼は次のようにいう。

「クレイヨンの箱は机の何の辺にありますか。沢山の色紙が並べてあるうちで、一番近いところにある色紙はどんな色をしていますか。一番遠いところにある色紙はどんな色をしていますか」

といった質問を行うことで、位置に関する考えが形成されるとした。



下巻は加減算とその文章題を中心に構成されている。

ここでは、空間内の位置関係を示す用語を含んだ文章題もその中に見ることができる。

12 頁及び 37 頁 上下の用語の入った文章題

30 頁 前、裏の位置を示す用語が入った文章題

74 頁 左右の用語の入った文章題

なお、純粹に、図形に関わる扱いに限定すれば、次のようになる。

20 頁 ひごと豆を使っての三角形・四角形・立方体作り

47 頁 カルタ 12 枚を使って「シカクナカタチヲツクル」

71 頁 菱餅をもとに紙でひし形をつくる課題

78-79 頁 日の出の太陽を見ている子どもが両手を真横にあげた手の方位を問う

さて、上巻の展開について異論を唱えていた加藤も下巻の展開に対しては何も疑問も呈しない。加藤は、p.20 や p.71 で扱った内容についてはその指導を行うための解説を行っても、p.12、p.30、p.78-79 で扱われた向きに関しては何も触れない。このように、彼は、空間内の位置関係や向きの指導の大切さを訴えながら、その姿勢を首尾一貫してもっていたわけではなかった。中野もほぼ同様の態度である。ただ、彼は加藤が触れなかった p.78-79 の学習について、概略次のように述べこの学習を数理思想涵養の素材としても扱うよう提起する¹³⁾。

子ども達が住む地域において、日の出、日の入りの場所を知り、そのことによって、地域毎に方位を知ることからはじめて、自分の立つ位置を基準に学校の門や子どもの家の方位を指し示すことができること、さらには、太陽の位置によって時刻を知ることができる、という事柄にも触れ、太陽の動きを観察しようという心根を持った子どもを育成したい。

下巻 20 頁のひごと豆を使つての長方形づくりや正三角形づくりに対して加藤が加えた解説は、前者では正方形とまた後者では二等辺三角形とそれぞれ比較対照させる、であり、71 頁のひし形では、紙を折って合同な二等辺三角形が二つできることを見せる、であった。それぞれ重要な指摘である。さらに、加藤は次の下巻 14 頁にある課題も線対称の視点から高く評価した。

「イチマイ ノ ハンシ デ、ハタヲ ヲ ニツ コシラエヨウ ト オモイマス。
ドウ キッタラ ヨイ デセウ。」

この問題は、この頁の他の問題と重ね合わせると、 $\frac{1}{2}$ の素地作りとしての課題であつて、長方形の対称性を意識化させるために用意された問ではない。が、加藤もまた中野もこの問を長方形の対称性を扱う問題として評価する¹³⁾。しかし、彼らは、直角二等辺三角形の色板で作った形に関する学習では、形作りに終始し、下で紹介する前田隆一のように、その作られた形に回転移動や対称移動を加えて他の形に変える学習に関する提案は行わない。この頁で扱う長方形の二分割が彼らのいうように平面における合同変換の素地作りが目的であるとするならば、色板並べによる形作りの場面でもこの観点からの扱いがあつてよいはずである。が、これについては加藤もまた中野も何も触れない。

以上見たように、加藤は、いくつかの課題については、教科書執筆者の意図を超えて、運動の考えも取り入れて展開するよう提案も行った。が、その観点で低学年における図形指導を通していたわけではない。これは、第五期国定教科書の低学年版「カズノホン」の編纂に参加した前田隆一の認識¹³⁾、

(緑表紙と教科書を特定してはいないが)従来静的な立場のみで扱っていたものを、動

的に扱うことによって、新しい教材として活用できるということにも、大いに留意しなければならない。たとえば、「色板並べ」は、従来から、低学年で必ず使われている教材であるが、「カズノホン」では、色板の一部を移動させることによって、全く違った感じの形になる場合を、取り扱った。

と比較すると、加藤にせよ、中野にせよ、動的に図形を考察する、という考えはまだ駆け出したばかりで、熟した段階にまで到達していないことが見えてくる。

E 緑表紙低学年における図形教育の特徴

緑表紙における図形分野の扱いの特徴を3点にわたって整理してみよう。

- *1 低学年では、観察という名での教育、そこでは加藤重義も批判したように、図形の名を伏せ、目にした図形の存在を頭の片隅に残す、という程度の扱いであった。このこともあってであろうが、とりわけ1年次では、図形が表面だって取り上げられることが少なく、多くは加減算の文章題の中に埋め込まれていた。
- *2 色板並べによって、そして豆細工として多角形や多面体作りが積極的に低学年に取り入れられた。

が、反面、2年生でも色板による図形の構成に終始し、作図のような、積極的に、図形の性質を活用する学習活動は用意されていなかった。これは、計測を中心にするにせよ、基本図形の性質の探求は3年生以降の扱いであって、低学年では全く扱わなかったためでもある。

ところで、前田隆一は、低学年における直角二等辺三角形の色板の操作で、その2枚組み合わせで、ある場合は正方形になり、ある場合は平方四辺形ができることを体験することが大事である、という。

が、平行四辺形の名も正方形の名も知らない子ども達に、このような素地指導を行うことの意義はどこにあるのだろうか。私には残念ながら、その意義が見えてこない。そもそも、教育は将来のための準備としてではなく、いまそこで学んだ性質を活用することが大切である。確かに、色板という制約条件の大きな素材からきれいな形を作り出すためにデザイン力は鍛えられるであろう。

が、その形作りで育まれる数学教育の側面からの能力は一体なんであろうか。

- *3 長さ学習の中で、2年生において、三角形の二辺の和は他の一辺より大を扱う。中野恭一の授業参観記には、2年生が、他の場面で、この性質を巧みに使って回答を得ていたことが記されている。

参考文献・注記

- 1) 河口商次編著「動的指導 図形教育」(日新出版 1970)で扱ったのは「折る」のみである。前田隆一「算教教育」,金子書房,1979、では「折る」と「まわす」とは別々に扱われた。

- 2) 例えば、河口商次編著「動的指導 図形教育」,日新出版,1970,pp.38-59
 原弘道編著「かく・つくるを中心とした学年別図形の指導」,牧書店,1963,pp.7-7
- 3) ベスタロッチは「ゲルトルート教育法」の第7信で、図形教育について触れているが、そこで、正方形と円のボード板の操作を中心とした教育を述べている。また、個人的経験では、1989年、大阪で開かれた、日独数学教育研究協議会で、ベズーデン氏が、色板の操作で変換主体の図形教育を行うよう提案した。このように、色板による図形の構成や運動の導入はドイツにその源がある、とあってよいだろう。高木佐加枝も次のように証言する。
 わが国の小学校における図形教育のあり方に影響を与えた一例として、ドイツの国民学校の空間学習 (Raum Lehre) をあげることができる。…。
- 4) 阿部浩一「『カズノホン』の図形指導」,前田隆一「算数教育」,金子書房,1979年に所載。同書のp.227
- 5) 高木佐加枝「『小学算術』の研究」,東洋館,1980,pp.332-333
- 6) 小川通司「空間教育の実際」,三共出版,1925
- 7) 前掲4),p.362-368
- 8) 加藤重義「空間形態の陶冶の本質と新指導」,成美堂,1937,p.105
- 9) 同上,p.105
- 10) 中野恭一「新算術解明 徹底空間学習指導法」,賢文館,1937,p.128 および p.135
- 11) 同上,p.148
- 12) 前掲8),p.114 前掲10), 136
- 13) 前田隆一「算数教育」,金子書房,1979,p.51

Geometry in the MIDORIHAYOSHI for lower graders

MORIKAWA Ikutaro (Yamagata University)

In Japan, teaching geometry in the elementary school was started regularly at 1935. In this paper, we pointed several characteristic things to the teach geometry for the lower graders at the initial days. In this time, we introduce three things as following;

- * a main theme was the constructing several figures by using short bars or isosceles triangles. And then the constructions were treated with the instruction about the number. So, always children were asked to count the number of the materials to construct plane figures or to construct his/her plane figure by using the given number of the materials.
- * The teachers did not require children to reform the constructed figure by moving several factors such rotation or reflection. So, the teaching geometry was very quiet manner.
- * Some words which represent the position such "over", "right", so on were treated in the word problems.