

東北数学教育学会年報
2005,3,31, 第36号

翻 訳

・本稿は第37回数学教育論文発表会(2004,11,20-21,岡山大学)の全体会に向けて準備したものである。

(翻訳等については訳者あとがきを参照のこと。図は鮮明な図のみを転載した。)

本質的学習場が関わる実証的研究

E.Ch. ビットマン(ドルトムント大学)

訳 湊 三 郎(秋田大学名誉教授)

要約 算数・数学指導に対する数学教育学の影響力は本質的学習場が実証的研究と連携するとき、かつそのときに限り極めて高くなる。本稿はこの連携的な研究法の骨格を提示し、この場合に重要な三種類の実証的研究を説明する。

キーワード：算数・数学指導，数学教育学，設計科学，本質的学習場，実証的研究
(本年報の様式に従うため訳者が付したもので、講演原稿にはない。)

数学教育学は比較的未熟な科学であるので、今日でもその独自性を探し求めています。この探求は、興味をそそられることに数学教育学が頼りとせざるを得ない学際的関連諸分野によって支援されるのみならず強く抑制されもします。それどころか、関連諸分野は十分確立された学的規範を提供するので、数学教育学者が自らの学問をその全く特有な役割に照らして形成することを極めて困難にします。ビットマンの論文(Wittmann, 1995)において、数学教育学をその固有な課題に焦点化し、この学を設計科学として性格づける試みがなされました。そこには設計と実証的研究との関係を専ら扱った一節がありました。本稿はその節の精緻化を意図したものです。

本稿の構成は以下の通りです。

第1節では19世紀と20世紀における設計科学の史的展開を述べます。第2節は設計と実証的研究とに相應しい一つの教授学的枠組みを提示します。第3節では三種類の実証的研究を説明し、実際例で示します。最後に、大学における数学教育学を有能者の専攻拠点として如何に組み立てるかに関する見解を少々述べて

本稿を閉じます。

1. 設計科学の史的展開について

二巻物の「研究領域としての数学教育：独自性の探求」(Sierpiska/Kilpatrick, 1998)に対して、ある書評は次の如き厳しい批判を与えています(Steen 1999)。

これら二巻中の全論文は…(この分野が)乱雑な分野であることを証明している、すなわち教育の科学でありたいとする高邁な望みは複雑性に圧倒され、競合する理論の海原で溺死させられている(p.236)…。これら二巻に示された数学教育の研究は哲学の範疇論と極似しており、本物の教室にいる本物の子供のぬくもりに欠ける抽象的観念としてもたらされた概念、関係、及び新語のおびただしい量…。真の教育改善がこれら未完成な理論から立ち現れるか否かは全くわからない(p.241)。

複雑性は避けがたいし、競合する理論の存在が原理的には悪ではなく、専門用語は如何なる科学においても不可欠であるのですが、数学教育学が科学的な学問領域であるならば、それに相応しい明確な目標と表現法とをもつべきことは疑い得ないことです。従って、数学教育学者はこの領域のいずれかの部分を研究しているときでも、全領域がどういった固有な形で組織化されるべきかについて常に考えていなければなりません。

数学教育学への設計科学的取り組みの可能性を論じるためには設計科学の歴史に注目することが役立ちます。19世紀において工学・技術系学問領域の勃興の出発点を画したのはイングランドにおける産業革命です。イングランドのとった方法は確かに実践的なもので、実践人は彼の実際の仕事の中で知識を開発し、それを仕事を通して初心者に伝達しました。実際的問題の解決を達成することは上位の職階への昇進を決定づけました。イングランドはこの実践的方式にしたがって結構うまくやっていました。ヨーロッパ大陸の諸国が技術時代を迎えた時、これら諸国はこのイングランド方式のよさを意識しながらも、この方式のもとで自由に任せていたのでは熟練工を十分に得られないとの理由から、このモデルを移入するのは正当でないことを認めました。そこで、これら諸国はイングランドに追いつくために別途の、理論的というべき立場に立った一つの決定をしました。それは技術の進歩のための基盤として、工業や商業といった実業界からかけ離れたところに存在する大学で研究されてきた科学を利用することでした。フランスは新設のエコールポリテクニックにおいてこの技術系学問に対して突出した位置を与えることによって最先端をすすみしました。その成功は次のような極めて単純な理由によって保証されたのです。1789年のフランス革命後、全ての大学は旧体

制(アンシャンレジーム)派と考えられ、その結果、政治的支持を失いました。大学にいた学者はエコールポリテクニクに移るより仕方なく、彼らの知識を実際利用に向けざるを得なかったというわけです。

ドイツは、フランスの行き方と似ていながら結果としては同じ道をたどることをせず、ある二重性格方式をよしとしました。この二重性格方式とは産業の実際に密接に関わっている既存の下級、上級の技術学校の学科には実践的志向を保持させつつ、理論的要素を一層とり入れるというものでした。やがてこれら学校の学科の科学に対する依存度はますます大きくなり、技術学校という相貌が様変わりし、ついに極めて高い位置にある専門的な技術学校、すなわち高等専門学校が設立されました。考え方の基盤は技術の道具づくりや発明に際して演繹を用いること、換言すれば、実際問題の解を導くことができる理論を開発することでした。一流の技術者はすぐれた理論の実際利用とすぐれた実践の理論的価値とを確信していました。先導的な領域は機械工学でした。この方式はその後、新分野である建築、電気、鉱業、運輸、農業等に広められました。フランスにおけると同様、実践的志向に魅力を感じて大学から高等専門学校へと自らの意志で移ってきた科学者や数学者によってこの発展は支えられました。1899年にドイツ皇帝は高等専門学校の業績を認証し、大学に匹敵する完全な学問的諸権利をこの学校に与えたのでした。

20世紀においてもこの発展は継続し、社会の技術的、経済的発展にとって重要であることが明らかになった諸領域が次々に学問領域として承認されていきました。それらの学問領域として、医学、経済学、土木工学、計算機科学などがあります。これらの学問領域の全ては実践的志向を保ちながらも理論的要素を組み入れ、それを開発しました。

今日、この史的な流れの中にもう一つの別の歩みがあります。教育学が社会の発展にとって欠くべからざるものであることが次第に認識されてきました。ですから、社会にとって重要な他の諸領域と同じく教育学が科学的基盤の上に展開されることは極めて自然なことなのです。数学は一般教育、専門教育の中核部分にあります。そこで、算数・数学指導の発展のためにはそれに相応しい構成的科学(訳者注 外延的に定義すれば、数学、及び自然科学を除く科学)としての数学教育学が求められるのです。

ノーベル経済学賞受章者 H.サイモンは構成的科学の全体に対して"設計科学"なる語を新造し、その身分を次のように論じています(Simon, 1970, 55-56)。

望ましい性質をもつ人工物の製法やその設計法を教えることは技術学校の課題とされてきた。… 人工物がもつ特有な性格はその内と外とが有する自然法則の間のわずかな隙間にある接触面にある … 人工物の世界はその内側とその外側の両環境の間にある接触面上に正に位置づけられている。

この世界は内的環境を外的環境に適合させることで目的を達成する。人工物に関わる研究者に固有な研究は環境に対して手段の適合性をもたらす方法の研究であり、その核心は設計の過程そのものである。

数学教育学を設計科学としてみたとき、人工物は、学校という一定の文脈においてその特定の目的が達成されるところとしての本質的学習場のことです。数学教育学という分野の複雑性を説明するには、数学教育学が生命論・生成的な設計科学として理解されなければならず、複雑性が比較的小さい機械論的場面に関わる工学的分野とは対照的です(詳細は Wittmann, 1995, 第3章を参照のこと)。

他の設計科学におけると同様に、人工物の性質は厳密な理論的原理に支えられ体系的な実証的研究と実験とによってのみ保証され得ます。これらが実際場面における人工物の適用可能性と用途とを明らかにするのです。以下に続く二つの章で理論に基づく設計と実証的研究との間の相互作用を、一つの設計科学としての数学教育学に関わる範囲でより詳細に検討することにします。

2. 設計の原理

数学教育学の内部においてその核心部分と関連学問領域とが明快に識別されるのであれば、この分野が乱雑な分野であるとの印象はかなりの程度まで押さえ込まれ、ついには消滅します(Wittmann, 1995)。後者の関連学問領域は関連諸学に密接に結びついており、関連諸学にみられる学的規範や諸理論の多様性のある程度映し出しているのは当然なことです。しかし、数学教育学の真の核心部分では設計、実証的研究、及び本質的学習場の履行が理論と実践との一貫性、両立性や整合性を強めます。従って、一定の価値や理論的立場を選択し、それ以外の価値や理論を排除する哲学的基盤を明確にしなければ、核心部分における実践・研究は行えません。勿論、哲学的基盤が唯一的でなければならないわけではなく、競合するものがいくつかあることもあります。このことは数学教育学の科学性を低減するものではありません。様々な学派の存在は設計科学の場合には自然なことであり、設計科学のいくつかの分野、例えば医学、建築学、経済学では明白な事実です。更に、経験が示すところ、諸学派の存在は必然的に科学的交流の妨げになるというものではありません。

設計を根本から考える際に、教授・学習の一般的考え、教授の諸原理、及び学校がもつ境界条件という三者を区別することが可能です。

2.1 教授・学習の一般的考え

世界を見渡してみると、生命論・生成的な視座にしたがった学習場の設計は次

の諸原理に基盤をおいています。

- (1) 数学なるものが教室内での相互作用の中で学習され、形を与えられ、そして(再)発明されることになる(適用可能な)パターン科学として捉えられている(Sawyer 1955, Freudenthal 1983, Devlin 1994 を参照のこと)。
- (2) 学習とは知識構成の活動的な社会的仲介過程と考えられている(例えば Piaget 1970)。
- (3) 教師の主たる役割は、学習過程の組織化と子供への寄り添い、及び適切な振り返りを与えることとされている(例えば Kühnel 1916)。

2.2 教授の諸原理

上記の考えは、設計に際して適用可能なものにするために一層精緻化されるべきです。J.A.コメニウス(Comenius 1657/1967)が著した「大教授学」は教授学に関する最初の系統的図書でした。この図書が与えるモデルによれば、一般的方法是教授原理の組織の明確化にあります。プロジェクト mathe 2000(訳者注 mathe 2000 はプロジェクトの名称で、m には小文字が使われている)で用いている 図 1 の図式は、教材、児童・生徒、教師からなる古典的な教授三元論の拡張です。この図式は原理に関する三つのまとまりを表しており、それぞれが三つの認識論

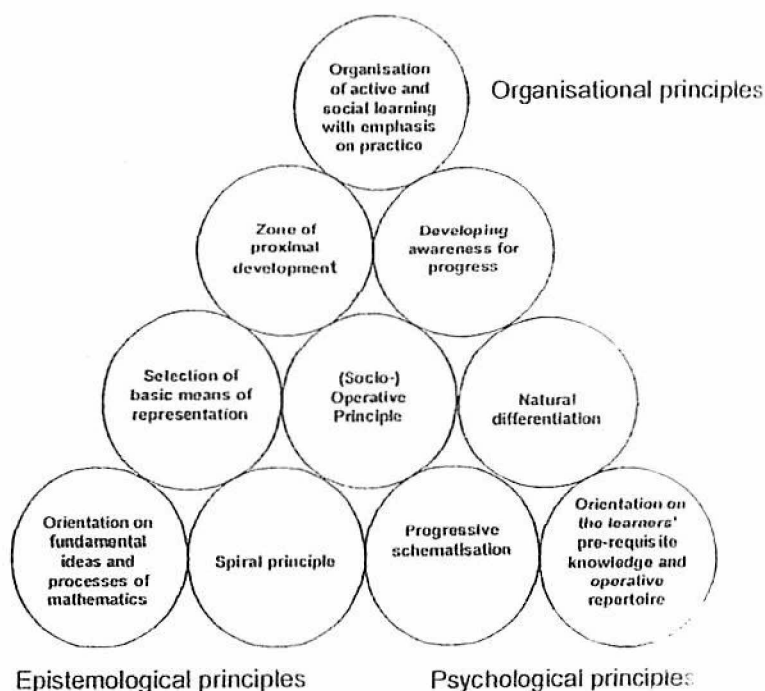


図 1

的原理, 三つの心理学的原理, 及び三つの組織化原理をもっており, 図式の中心にある操作的原理の周囲に配置されています。各原理には更に説明を加え, そこで既存理論との照合をする必要があるのですが, 本稿には詳細に渉るための紙幅がありません。

ただし, 下方左隅の原理「基礎的な数学的観念, 及び過程への志向」の指示内容だけは記しておきます。この原理は一般目標(数学化, 探求, 推論, 情報交換)に関するピンターの理論を下敷きにしたもので, 数学的問題解決の探求における自然な段階を反映するものです。数学との関係は諸教材分野に関する基本的観念の一覧表によって強固なものとされます。図2は算数の数と図形に関し mathe 2000 において用いられた基本的観念の一覧表です。これらの観念を更に詳細に説明することはしなくても, この原理が数学における本質的学習場の強力なよりどころを保証していることは明らかなはずです。

1. 数直線	1. 図形とその作図
2. 数の計算, 規則	2. 図形の操作
3. 十進法	3. 座標
4. 計算法	4. 測定
5. 整数のパターン	5. 図形のパターン
6. 身の回りの数	6. 身の回りの幾何図形
7. 数を用いたモデル化	7. 図形を用いたモデル化

図2 算数の数と図形の基本的観念

2.3 学校の状況

サイモンが力説しているように, 設計が問題となるのは人工物と環境との間の接触面です。数学教育学の場合, 以前の環境は学習指導要領によって決定されていました。今日, 政治家, 教育研究者, 心理学者やその気のある数学教育学者の団体が期待される成果に見合う基準づくりに強弱はあっても独自の権利を行使しようとしており, これまでよりも面倒な状況にあります。ドイツを含む多くの国々では測定可能な能力の形において基準を記述することが公然の目標となっています。このような工学的・技術万能主義的な解決方法は先の 2.1 節に記した一般的考え(Müller, Steinbring, Wittmann 2002 の日本語訳の 第3章, p.65 を参照のこと)に反するやり方です。基準が保証されるべきことは勿論ですが, ここで指摘しなければならない重要なことは, 生命論・生成的な設計科学としての数学教育学では, 品質管理という工学的・技術万能主義的方法とは異なる仕方, すなわち生命論的品質管理を持ち出すべきであるということです。学習を成功に導く秘訣

は学びを持続的に生起させ、学びを見守り、有効な振り返りを学び手に与えることからなります。最も重要な役割は、数学的に本物の教材を扱い学び手を動機づける本質的学習場に難しいがやりがいのあるものとして取り組ませることによって演じられます。勿論、この種の活動的な学びがよい結果に至ることを示さねばなりません。しかし、これを示すには様々な調査・測定手段が必要です。制限時間付きの筆記試験は学び手が学んだことをゆがめて我々に与えるだけですし、こういったテストは長い目で見れば数学指導の知的雰囲気こそをそいでしまいます。

2.4 資質の明確化

上述の諸原理は設計過程の全段階において既存の学習場を評価し検討するのに極めて有力です。しかし、それらは学習場を創り出すのには役立ちません。設計は創造活動であって、そこに初等数学やその応用が生材料を持ち込みます。ですから、専門的設計者は自己の数学的活動を磨くことが絶対に不可欠です。初等数学に関する直接的経験は第二の理由からも不可欠です。子供の学習過程は研究者が数学的思考過程に関する自身の深い経験をもつことによつてのみ理解され、正しく研究されるものなのです。教材についての深い知識に基づく設計は、本質的学習場のどの要素が教材によって決定され、どれは改訂の際に入れ替え可能なものであるかを識別するためにも重要です。

3. 実証的研究

以上の諸節は本稿の主たる目標である設計と実証的研究との間の相互関連性に関して必要な基礎を与えたものでした。数学教育学においては幅広く多様な研究問題に取り組みねばならず、しかもまた多様な研究方法が適用されねばならないことを十分承知しています。しかしながら、設計科学としての数学教育学の本性に従えば、一定の研究問題や研究方法に優越的な価値が与えられます。学びの設計にかかわる実証的研究にとって、以下に述べる三種の研究が特に価値があると思われるのでそれを論じます。これらは目的、方法において異なるものの、いずれも数学の内容と過程とに強く関わるものです。

3.1 既有知識の判定

ある学習課題のための一連の学習場の設計では、この課題の導入時にもっている学び手の知識が考慮されなければなりません。従って、子供の既有知識についての実証的研究が不可欠です。そのよい例は、ホイベル(van den Heuvel-Panhuizen 1996)が開発した MORE 検査で、これは小学校入学前の数に関する知識を知るた

めのものです。(訳者注 検査用紙は不鮮明のため削除した。)

私達の mathe 2000 では、数と図形の基本的観念の一覧表に直接結びつけられた入学時検査が開発されたことで更に一步前進しました。これらの検査は GI 検査と呼ばれます(ドイツ語で Grundideen)。これらが基本的観念に基づく学習場の設計にとって際だって示唆に富むことは言うまでもありません。

GI 検査・図形を例とします。これは 13 枚の検査用紙からなっています。検査項目は次のように図形の基本的観念を反映しています。

観念 1 用紙 1「はんこ」は五個の形と十個のゴム製はんこが描かれています。子供たちはそれぞれの形とそれを押すのに使われたはんこを結びつけることが求められます。用紙 7「相似三角形」は大きい正三角形と相似な小さい三角形が示されています。子供たちは大きいものと同じように見える小さい三角形を丸で囲むことを求められます。用紙 8「相似な四角形」も四角形に関してですが同様な課題です。

観念 2 用紙 3「鏡像」は二人の男の子の半身が記されています。子供たちは二つの半身をつなげることを求められます。用紙 4「タングラム」は 7 個の形のタングラムとこれらから作られる一つの形が提示されています。子供たちは対応する形を結びつけなければなりません。用紙 9「家」には一軒の家とポラロイドカメラの写真の枠とが示されています。子供たちは写真に写っているのと同じに家を描くことが求められます。

観念 3 用紙 5「座標」では、印を付された正方形をもつ 8×8 の格子二つが示されています。一方の格子中の他方と同じ位置にある正方形に印を付すことが課せられます。

観念 4 用紙 2「錐(きり)」には五本の錐があり、これらの錐を大きさに応じて箱に収めなければなりません。用紙 12「測定」では長方形の長い辺を定規を用いて測らなければなりません。

観念 5 用紙 10「模様 1/2/3」と用紙 11「模様 4/5」には完結的か、連続的か何れかの模様(訳者注 完結例は五角形の対角線の残りを引くもの、連続例は一段ずつ高い段を描くもの)が示されています。

観念 6 用紙 13 には日常生活場面が描かれています。子供たちに示された球(黄色)、円柱(青)、直方体(赤)の模型に対応する色で用紙上の似た形(訳者注 例えば子供達が遊んでいるボール)を塗ることが求められます。

観念 7 用紙 6「図面」上にはある教室場面と子供たちの座り方が図で示されています。子供たちは空いている椅子を見つけたり、欠席者を見つけて名前を丸で囲むことが求められます。

この検査は子供一人ごとに診断的面接法の形で実施することができます。この方法には時間がかかりますが、他の方法にはない完璧さで子供の思考を調べることを可能とします。しかし、ホイペルの MORE 検査と同じく、この GI 検査・図

形は筆記試験としても用いることができ、一時に何人かの子供にも実施可能です。ただし、開始前に子供たちに線の結び方、色の塗り方、丸で囲む仕方を教えておかねばなりません。子供たちは求めに応じて形を描こうとする気持ちになっていなければなりません。勿論、筆記試験は子供たちがもつ能力の全体を明らかにすることはできないのですから、両方法は組み合わせて実施されるべきであり、それは可能です。この検査に答えるための技術的要求は MORE 検査と同程度に低いものです。ですから、新入生にもすぐに与えることができます。先導的研究の結果はビットマンの研究(Wittmann, 2004)をご覧ください。

GI 検査・図形は現在改訂中です。削除される項目もあり、加えられる新項目もあります。また、子供の反応を定量化することになっています。

3.2 教授・学習過程の探求手段としての学習場

この類の研究において、本質的学習場を研究のための手段として用いることができます。ある一定の学習場を用いた一連の教授実験では一人ひとりの子供たちの学習過程、教師の介入、及び教室内での社会的相互作用が探求され、説明されます。G.ブルソーの研究は一つの古典的範型と考えられます(Brousseau 1997)。数学的意味が社会的相互作用において構成される過程を扱ったシュタインブリングの研究は最近のこの種の研究事例です(Steinbring 1997, Steinbring 2005)。シュタインブリングはプロジェクト mathe 2000 で設計した学習場を研究対象としてきました。それらは、(1) 数のピラミッド(図 5)、(2) 特殊な 3×3 数行列、こ

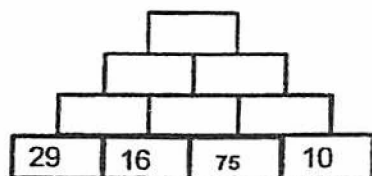


図 5

	13	9	4
10	23	19	14
12	25	21	16
18	31	27	22

図 6

れは加算表として作られたもの(図 6)、(3) 三角数と四角数との間にある関係、です。それぞれの課題について教授実験(5時間)が第三、第四学年で実施されました(訳者注 ドイツの初等学校は六歳入学の四年間、その後に分岐型の中等教育に進む)。(1)においては、4階型ピラミッドの底の数が変わるに応じて、その頂上の数を見つけなければなりません。(2)では、規則に従って選ばれた3数が数の選択とは無関係に同一の和を何故にもつかを説明しなければなりません。

(3)の場合、子供たちは二つの隣り合う三角数の和が必ず四角数になることを発見しなければなりません。シュタインブリングの特別な関心は教授原理の図式全体に映し出されている教授・学習過程の認識論的、心理学的、社会学的原理の相互作用にあります。教授実験はビデオ撮りし、プロトコールに起こし、質的方法で分析しました。これらの資料の解釈に用いられる主要な理論的概念は、一方では、認識論の三角形としての概念・記号・言及場面であり、もう一方は、認識論的・情報交換的範疇に従って相互作用を分類するための 3×3 行列です(詳細は Steinbring 2005)。

3.3 実証的研究の対象としての学習場

教授実験は、そこで扱われた学習場がもつ特定の構造に関わらない教授・学習過程に関する情報を与えるのみでなく、よりよい成果を保証するために学習場を改訂するための情報をも与えます。設計科学の枠組みにおいて学習場の最適化が設計の眼目であるがゆえに学習場にはこの二番目の観点から特別な注意を払う価値があります。ウィルソンとダビス(Wilson & Daviss 1994)は、再設計こそが教育改革のための最重要課題であるとの考えから、実験的検証に基づく学習場の連続的な再設計を考えています。一例として彼らは「読みの快復」に触れています。これは読解力の改善を目ざして開発してきたものです。

数学教育学において、学習場が研究対象となっているこの種の研究は、その価値にふさわしい注意をこれまでは受けてきておりません。その理由の一つは再設計が長期間の使用経験をもつ教材に適用される際に用いられる言葉であるからかも知れません。研究関心を引き起こすには余りにも平凡過ぎる教科書頼みの数学教育が行われている限り、組織的な再設計を行おうとする気持ちが生じることはほとんど無理です。しかしながら、本質的学習場は教科書から独立しおり、斬新な教科書にますます採り入れられる方向にあるので、事態は変化しつつあります。

再設計的研究の最好例の一つは、オープンエンド アプローチの立場で日本の数学教育学者によって行われています。島田他が著している本質的学習場は言うまでもなく注意深く研究され、実践化されたものです(Becker & Shimada 1997を参照のこと)。授業研究の伝統が示すとおり、再設計は日本の数学教育学の本質的部分として常にあったのです(Stigler & Hiebert 1999)。本質的学習場の組織的研究とこの伝統との合体は、研究の大成功を約束していると思われます。

結語

本質的学習場の設計と組織的に組み合わされた実証的研究のよさは明らかで

す。それは次の通りです。

1. この研究は授業の教科内容、すなわち数学と基本的に関係しています。この研究は心理学者や一般教育学の研究者が行う多くの実証的研究とは大違いです。
2. この研究はある教育内容についての具体的な情報を与えます。本質的学習場で行われた研究から創られた教授理論は教師にとって意味があり、適用可能であるとともに教師養成や現職教育の一環として用いることができます。
3. 教師は共同研究者として研究チームに極く自然に統合されるに違いありません(Dewey 1930, 23)。

数学教育学者は、一方では関連諸学問領域から適度な独立性が得られ、他方において理科教育学との協力関係は勿論のこと、実践との交流を促進する専門的拠点に能力を集結し協同するなら、以上述べた研究に最善の形で取り組むことができます(Müller/Steinbring/Wittmann 2002, 第5章参照のこと)。19世紀後半と20世紀における工科大学と同様、実践的課題に明確に的をしぼり課題解決を果たすことになった科学的方法がもつ可能性をこの拠点は引き出さなければなりません。設計と実証的研究とが組み合わさった設計科学として数学教育学を発展させることはこの方向での取り組みのための優れた足場を与えるものとなるでしょう。

著者住所 University of Dortmund, Dept. of Mathematics, IEEM, D-44221

Dortmund, Germany

e-mail: wittmann@math.uni-dortmund.de

文 献

(後記の訳者あとがきの和訳や図書と対応させるため文献に番号を付した。)

- (1) Becker, J. & Shimada, Sh. (eds.), 1997: The open-ended approach. A new proposal for teaching mathematics. Reston, Va.: NCTM
- (2) Brousseau, G., 1997: Theory of Didactical Situations in Mathematics. Dordrecht: kluwer
- (3) Comenius, J.A., 1667: The Great Didactic, transl. and ed. by M.W. Keatinge. New York: Russell & Russell
- (4) Devlin, K., 1994: The Science of Patterns. New York: Freeman
- (5) Dewey, J. 1976: The Sources of a Science of Education. In Dewey, J., The Later Works 1929-1930, vol.5, ed. by Jo Ann Boydston, Carbondale/Ill.: SIU Press, 3-40
- (6) Freudenthal, H., 1983: Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.

Dordrecht: Reidel

- (7) Kühnel, J., 1916: Neubau des Rechenunterrichts. Leipzig
- (8) Müller, G.N., Steinbring, H. & Wittmann, E.Ch., 2002: Jenseits von PISA. Bildungsreform als Unterrichtsreform. Seelze: Kallmeyer. Translated into Japanese by K.Kunimoto & S. Yamamoto
- (9) Piaget, J., 1970: To Understand is to Invent. New York: UNESCO
- (10) Sawyer, W.W., 1955: A Prelude to Mathematics. London: Penguin Books
- (11) Sierpiska, A. & Kilpatrick, J. 1998: Mathematics Education as a Research Domain. A Search for Identity. An ICMI Study. Books 1 and 2. Dordrecht, Boston and London: Kluwer
- (12) Simon, H.A., 1970: The Sciences of the Artificial. Cambridge/Mass.: MIT-Press
- (13) Steen, L., 1999: Theories That Gyre and Gimble in the Wabe. Journal for Research in Mathematics Education 30 (2), 235-241
- (14) Steinbring, H., 1997: Epistemological investigation of classroom interaction in elementary mathematics teaching. Educational Studies in Mathematics 32, 49-72
- (15) Steinbring, H., 2005: Constructing Mathematical Knowledge. Dordrecht: kluwer (to appear)
- (16) Stigler, J. & Hiebert, J., 1999: The Teaching Gap. New York: Free Press
- (17) Van den Heuvel-Panhuizen, M., 1996: Assessment and Realistic Mathematics Education. Utrecht: CD-β Press
- (18) Wilson, K.G. & Daviss, B., 1994: Resigning Education. New York: Holt
- (19) Wittmann, E.Ch., 1995: Mathematics Education as a "Design Science". Educational Studies in Mathematics 29, 355-374 (Reprinted in Sierpiska, A. & Kilpatrick, J. 1998, 87-106)
- (20) Wittmann, E. Ch., 2004: Assessing Preschoolers' Geometric Knowledge. In Clarke, B. Emanuelsson, G. Johansson, B. et al. (eds.), International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. Göteborg: National Center for Mathematics Education, 113-126

(以上)

訳者あとがき

初めに、文献欄中の文献・図書の和訳について記しますが、(1')は例外です。

- (1') 島田 茂 編著 1977: 算数・数学科のオープンエンドアプローチ. みずうみ書房. (文献の(1)の日本語訳ではなく、みずうみ書房の方が原著的存在)
- (3') コメニウス, 鈴木孝勇 訳 1962: 大教授学 1, 2. 明治図書.

- (4') デブリン, K., 山下純一 訳 1995: 数学: パターンの科学, 日経サイエンス社.
- (8') ミューラー, G.N. 他, 国本景亀, 山本信也訳: 2004, PISA を乗り越えて: 算数・数学 授業改善から教育改革へ. 東洋館. (訳者あとがきに, Wittmann 等による研究活動の紹介があり, 続いて, プロジェクト「mathe 2000」, 教科書「数の本」, 本質的学習場, 生産的練習, 数王国への探検旅行, 全体論的アプローチの項目のもとでの解説と関係図書・論文の解説が付されている)
- (10') ソーヤー, W.W., 中原勲平訳, 1957: 数学へのプレリュード. みすず書房.
- (10'') ソーヤー, W.W., 宮本敏雄 & 田中 勇訳, 1978: 数学へのプレリュード. みすず書房.
- (16') スティグラー, J. & ヒーバート, J.; 湊 三郎 訳, 2003: 日本の算数・数学教育に学べ 米国が注目する jugyou kenkyuu. 教育出版.
- (19') ビットマン, E.Ch.; 湊 三郎, 進藤健吾, 小山光春, 志鎌正人, 畠山俊昭, N. Rungtwa. 訳 1998: 設計科学としての数学教育学. 東北数学教育学会年報 29, 52-69.
- なお, ビットマンの講演や論文の和訳として次ぎの二編がある.
- (a) 算数・数学教育を生命論的過程として発展させる. 湊 三郎訳 2000: 日本数学教育学会誌, 82, 12, 30-42. (Developing Mathematics Education in a Systemic Process. 2000, 7, 31-8, 6 千葉・幕張, ICME9 全体講演 3)
- (b) 教師教育の Λ (アルファ) と Ω (オメガ): 数学的活動の組織化. 湊 三郎訳 2003: 東北数学教育学会年報 34, 41-54. (The Alpha and Omega of Teacher Education: Organizing Mathematical Activities. mathe 2000 Selected Papers (黄表紙本), 265-278.)

昨年(平成 16 年, 2004 年)11 月に岡山大学で開催された第 37 回数学教育論文発表会の全体会において, ビットマン教授の講演が行われました。論文発表会論文集 1-14 頁に記載されている講演原稿の和訳を行ない, 平成 17 年(2005 年)3 月 31 日発行予定の「東北数学教育学会年報」第 36 号に投稿することにしました。

じっくり読むには翻訳は極めて有効です(日本語の場合は外国語に翻訳してみるのがよい)。また, ビットマン教授の二論文の和訳(上掲 19', b)に続いて, 本学会年報に掲載したいということです。

この論文発表会の大会資料には, 会の案内に続いてこの講演原稿の馬場卓也氏(広島大学大学院国際協力研究科)による和訳が掲載されています。和訳が既にありながら, 改めて和訳を作成して学会誌に投稿するという失礼千万な行動は実は今回が初めてではありません。上掲(a)がもう一つのそれです。ただし, それと今回とは事情が異なります。ICME9 の講演時に配布された和訳では講演全体を通底する systemic が systematic と解され, 組織的といった言葉に訳されていました。その方面に知識をもつ部外者がこれを見れば, 日本の数学教育学会や研究者

はこの程度の能力か(今はやりの学力低下!?)と受け取られるとの切迫した危機感を抱き、可能な限り早期に別の和訳を学会誌に掲載すべく、実は講演会場で決意し、実行したのでした。

和訳の原稿では訳者注で systemic の文字を記してあるのですが、原題自体を記載しなかったためか、学会誌裏表紙の英文タイトルには systemic が systematic と誤記されてしまいました。会誌発行後に入手した別刷りでこのことに気づき(表題の英文が表に記載されていたから)、別刷りの表紙だけは印刷所に掛け合っており替えてもらいました。もつとも、表紙を修正したこの別刷りを当方がビットマン教授に送付する前に、表題英文が誤ったままの学会誌が同氏に届けられたらしく、極めて残念に思っているところです。ともかく、今回和訳を試みたのは上記に類する理由によるものではありません。

馬場氏の翻訳は大変参考になりました。翻訳の意図が自分の理解のためであり、自分の言葉で翻訳することでしたから、参考にはしましたが、真似はしませんでしたし、また異なる訳語をわざと探すこともしませんでした。類似の訳がみられると思います。それは当然のことです。ともかく当訳は私が責任をもつのですから。明らかに違うところは、馬場氏が本質的学習環境と訳してい言葉は私は本質的学習場としているところです。この訳語については後に再度触れます。丁度、「誤訳の構造」(中原道喜, 2004, 聖文新社)を読んでいたところで、翻訳は慎重にしましたが、不十分な所があるかも知れません。

なお、講演原稿には誤記とみられるところが二、三あり、翻訳の際に勝手に訂正しました。それらは、本文中の文献の著者名(Sierpinski → Sierpiska)、本文中の文献(Sawyer)の発行年号(1953 → 1955)、GI 検査の観念 7 の用紙番号(7 → 6)、及び文献欄(8)の日本語翻訳者に S.Yamamoto の追加、等です。論文集に記載の講演原稿と対比して下さい。この他に言葉を補ったところがあります。検査用紙は不鮮明のため削除しました。

この systemic なる観念は新しく、ビットマンは、設計科学として数学教育学を位置づけた(19)では深入りせず、ICME9 の講演(a)でこの観念を徹底しました。サイモン(12)(第一版, 1970)はやはり深入りせず、第三版(1996)で systemic 性を中心的課題としています。

ついでに記すと、「複雑性」、「自己組織性」、「systemic」には N. ウィーナの「サイバネティックス」以来関心をもってある程度追跡してきました。吉田民人が言う物理学のレイテスト・バージョンとしてのブリゴジンはツンドクですが、私は清水 博(東京大学名誉教授)の著作に導かれています。ビットマン理論の鍵概念 SLE((19)では Teaching Units としている)を「場」を用いて本質的学習場と訳した(a以降)のは、清水が場所・場なる語を鍵概念として用いているからです。数学のような主として自然環境把握のための類身体性に基づく認識はその時の状況(人間が把握でき、把握する様態において)としての場に関わるはずで、また

systemic 性を「生命体(的)」,あるいは「生命論(的)」と訳したのは、ウイナーの自動制御系の典型が身体にあることから始まって、物理学が自然科学を制覇する勢いで基礎づけられるに応じて生物学は物理学に吸収されるのかといったその後の哲学的検討や上記の吉田が自己組織性を物理学的ものと生物学的ものとに区別し、生物学モデルこそが本質的であるとしていること、また清水も同様な立場から生命を本質的な対象としていること(「生命を捉えなおす」,「生命知としての場の論理」,「生命と場所」等の著作がある)によります。清水は、この理論が形成されたならば、生命理論と言うに相応しいと述べています。(a)では機械論と対比されているために生命論としました。(a)でビットマン教授が挙げている systemic 関係の図書は社会学系で、おそらく人間集団に関するものと思われます。

なお、全体講演の第一節はヨーロッパにおける設計科学の発展について記されています。村上陽一郎の科学論・科学史の著作(例えば、1994「科学者とは何か」新潮選書)には設計科学に属する分野が学問研究を宗とする大学になじまず排除された MIT の例など陰の部分をも含めて記されています。この問題は、戦後に駅弁大学と称されながら設立された新制大学における教員養成大学・学部における教科教育学研究者には他人事ではありません。ビットマン教授の全体講演の結語にある「能力を集結し協同する」専攻拠点にビットマン教授が如何に力を込めているかは、日本数学教育会から日本数学教育学会へと名称が変わり、大学院が設置されている現状を自然・当然として受け入れている者にはピンとこないでしょう。その直前に記されている「一方では関連諸学問領域から適度な独立性が得られ」の意味も我が国においても意味深いものがあります。

さて、第 37 回数学教育論文発表会のビットマン教授による全体講演の提示の後に、何の準備もないままに皮切りの質問をしました。質疑時間はおよそ 40 分程もあり、この日以前に同氏と数回の研究討議を重ねてきた広島大学関係者から発言があることは予想し難く、質問・意見が出るまでに時間をあけることは失礼と思い、またビットマン研究に手引きをしていただいた平林一栄広島大学名誉教授からのサインらしきものを感じとって(平林氏の期待の質問内容は別のところにあったかも知れません)のことでした。

意見を含む質問内容の趣旨は、数学をパターンの科学として特徴づけているように思われるが、それは数学を教科として位置づけるには不十分ではないか、例えばキース・デブリンは数学をパターンの科学と言っているが(それは定義的に数学を特徴づけるものではなく)、数学にはパターンが沢山あり、数学は数学的パターンの集まりとして捉えられるということではないか、実際、例えば米国の哲学者ペイトソン(佐藤良明訳、1999: 精神の生態学、新思索社)は、哲学はパターンの探求であると言っているが、というものでした。これに対するビットマン教授の答は、そのような意見に接したのは初めてで、ヨーロッパではこの考えで通用しており、ソーヤーもデブリンも数学はパターンの科学だと言っている、とい

うものでした。直ちに理解できたことは、ビットマン教授は教科のこととしてではなく哲学的思考をしているということ、当然のことですが、でした。また、懇親会の席では、数学的パターンと言え、(既存の数学に限定され)発生的認識にかかわるパターンを逃がすおそれがあるとのことでした。

パターンは全ての科学や芸術に広く関わる基本的観念で、哲学もパターンを探求し、パターンとは何かを探求しています(渡辺「認識とパタン」)。ハーディー G.H.(1967)は *A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, において「数学者の作る模様(pattern)は、ちょうど画家や詩人の模様と同様に美しくなければならない」(G.H.ハーディー, 柳生孝昭訳, 1975: 一数学者の弁明, みすず書房 p.26)と述べています。この書は C.P.スノーの求めに応じて数学者としての自己の戦争責任に対する弁明と共に、数学者が数学ではなく、メタ数学を語ることにしている弁明をしています。私にとっては、数学に関して美しい(beautiful)という言葉が用いられており、MSD 中の項目「⑧うつくしい—うつくしくない」を支持している忘れられない図書です。

上記の数学(教科)による特徴付けが行われていないと、学校教育における算数・数学科の存在理由が明確になりません。ビットマン教授の所説は教育的側面に欠けているものがあると思われます。質疑の際に、honest なる語について通訳を担当した馬場氏が、「(知的に)正直」、「(知的に)ごまかしなく」といった訳をされました(と記憶している)が、とにかく最適訳でしょう。このとき"Best translation!"がのどまで出てきたのですが、有名なブルーナーの仮説(Any subject can be taught effectively in some intellectually honest form to any child at any stage of development.)とその佐藤・鈴木訳が頭を過ぎり、打ちのめされていました。ビットマンとブルーナーとの結びきが明確に意識されたのは初めてのことでした。

もう少し別の質問をしてもよかったとその後で考えています。本稿は 1995 年の論文 "Design Science" (文献 19)の一節の精緻化をはかっているとされています。その論文では算数・数学の背景文化・科学としてビットマン教授は専門的数学(mathematics)ではなく、「数学的なもの」(MATHEMATICS)であるとしています。これによって、関連諸学問領域、その一つとして極めて重要な数学から適度な独立性が得られるのです。ところが、本稿にはこの大文字を連ねた数学は登場しません。専門的数学の特徴を捉えたと言われる(多分メタ言語の水準における数学としての)パターンの科学がこの大文字を連ねた数学なのであろうか、という質問です。とにかく、これは大変面倒な問題でしょう。

数学教育学では専門的数学をどう見るか、それとの関わりで学校数学の背景領域を何と指定するかの言及、検討、時にはためらいが必須であると私は考えます。このことは上記の独立性と関係します。前記 1995 年の論文(19, 19')においてはビットマン教授はこの点極めて明快で、mathematics と MATHEMATICS を提示しています。なお、ICME9 における全体講演(文献(a)参照)で次のように述べてお

り、両者の識別の重要性に触れています。

The idea of transposing academic mathematics down to school mathematics is wrong at its very outset, because....

以上の批判にも関わらず、ビットマン論にはその動機も含めて極め付きの魅力を感じます。そういう部分は既にこの訳者あとがに出てきましたので、ここでは更に一つだけ該当部分を下に記すに止めます。

従って、数学教育学者はこの領域のいずれかの部分を研究しているときでも、全領域がどういった固有な形で組織化されるべきかについて常に考えていなければなりません。(1. 設計科学の史的展開に関して)

今回のビットマン教授の全体講演について当方は殊の外恵まれた立場にいたことに対し広島大学の関係研究者の皆様の特段の感謝の気持ちをもっていることを記しておきます。ESM 誌に掲載され公開されていたとはいえ、上記の論文(19)を院生と読み、その翻訳(19')を作成するに至ったのは平林一栄広島大学名誉教授によるこの論文の重要性とビットマン教授の進取性に関する指摘でした。それが ICM9 の全体講演の翻訳(a)を勝手に引き受ける決意をさせたのでした。

今回の広島大学大学院教育学研究科による特定領域研究「新世紀型理数系教育の展開研究」(岩崎秀樹(研究代表)、植田敦三、山口武志、二宮裕之、岡崎正和、馬場卓也)(News Letter 送付 植田幸司(院生))が困難を冒してビットマン教授を招聘されたことに伴い発行された News Letter の最終号までが当方に送付され、その状況や同教授の研究の紹介等を読むことができました。岡山での講演に先立つ奈良や広島でのビットマン教授を交えた研究会には参加できなかったものの、その際提示された諸論文に対するビットマン教授のドイツ帰国後に記したコメントも岩崎秀樹教授のご配慮により News Letter の続最終号で読むことができる幸運に恵まれました。

東洋館出版の(8')「PISA を乗り越えて」の訳者である国本景亀高知大学教授とは論文発表会当日の朝に JR 岡山駅前発のバス停で偶然お会いし、同席させていただき、突っ込んだお話をする機会をもてました。もう一人の訳者である山本信也熊本大学教授とは会場で顔を合わせることができたのも幸せなことでした。上田敦三教授は、山形大学在任中の研究が当時の私と研究方法論以上に親近性があった方で、懇親会の席では今回の招聘の件や当方の訳書(Stigler & Hiebert)に対するご意見や反応を聞くことができました。

本訳業に当たって、昔読んだソーヤーの訳書(10')についての問い合わせに答えていただき、絶版の訳書(10'')を寄贈下さったみすず書房に感謝申し上げます。

また、学部研究室にあるブルーナーやハーディーの原書や訳書を探索し、確認作業についてお世話になった秋田大学教育文化学部杜威助教授に感謝します。

(以上)

(Abstract) The impact of mathematics education on mathematics teaching will be considerably increased if the design of substantial learning environment is linked to empirical research and vice versa. The paper presents a framework for this combined approach and explains three different types of empirical research which are important in this context.