

“東京考へ方研究社”の数学教授法について

佐伯 卓也

岩手大学名誉教授

概要 東京考へ方研究社の出版された数学の図書は読者が自分のペースで自学自習が出来るように作られているのが特徴である。しかも内容は解析幾何とか射影幾何とか、当時でも大学の専門の水準の数学の内容であった。本稿ではこのような東京考へ方研究社のいくつかの実例をあげ執筆の特徴を記し、その利用のし方等について考察することにする。

キーワード 大学数学教育, 教師教育, 東京考へ方研究社

1. はじめに

2004年6月3日の産経新聞のオピニオン欄に京都大学の西村氏が発言した内容に注目する。西村氏は『分数のできない大学生』（岡部・戸瀬・西村, 1999）でも述べているが、少人数クラスで自学自習のできる詳しい教科書を使い、習熟度に応じた「学習」を可能にするなら、現在の多くの（教育現場の問題が）解決されるのでないかと発言している（小学校レベル）。所で組織的な「自学自習の出来る詳しい教科書」の出現は、昭和8（1933）年以来多くの出版で知られる東京考へ方研究社の教科書にあったと思う。ただ、西村氏のグループの発言が東京考へ方研究社の本の影響を受けた上での発言かどうか分からない。事実として「自学自習の出来る詳しい教科書」に関連する発言があったと注意しておく。

さて、東京考へ方研究社の数学の図書は、どの図書でも他の数学の図書に見られない特色を感じている。すなわち、東京考へ方研究社の図書は独力で読んで数学を学んで行くように書かれており、随所に読者に注意を促すような書き方をしていること、新しい事項はもとより既習事項でも必要があれば何回でも繰り返し解説していること、また、グラフ等は方眼紙を何度となく用いて丁寧に表現していること、等他の数学の図書には見られない特徴が目立つ。次に、本稿の目的を記す。

本稿の目的は、

- (1)東京考へ方研究社の著作の幾つかから著作の特色を命題化にすること、
- (2)大学理学部数学科や教育学部数学科等における高校教師を意図した数学教師教育への利用として、「自学自習のできる詳しい教科書」の作成演習、を挙げておく。

(註) 本稿は2004年5月29日(土)に東北学院大学工学部にて開催された東北数学教育学会第9回初夏研究会の発表資料の論文化したものである。

2. 「東京考へ方研究社」について

藤森良夫(1933)『初等解析幾何学——学び方考へ方と解き方』の中から「東京考へ方研究社」の生い立ちの部分を用いて頂く。東京考へ方研究社は1925(大正14)年、平川仲五郎氏の「初等解析幾何及びグラフ学び方考へ方解き方講義」で開始し、1933(昭和8)年の藤森良夫氏の「初等解析幾何学」出版により本格化した。また藤原良蔵氏が上の平川氏の著書に序文を寄せた文を採録しているため、その一部を引用しておく。ここに良く「考へ方研究社」の出版の意図が現れているからである。

「……今小学校で遣(や)ってゐる算術の中に大人の遣るべき領分即ち子供に不適当なる部分が沢山あり、中学校の代数幾何の中にも沢山にある。これを思ひ切つて大人に返して了つて其の代わりに解析や微積分中にも子供や青年に向くものがある。之を取入れてほんとに子供に向くところの児童の数学を遣るやうにしたならば、数学も歴史、地理、物理、化学の学科のやうに生徒に親しまれる学科となるであらう。大人の遣る数学を児童や青年が遣つてゐるのであるから、数学だけが嫌われ厭がられるのが無理のないことである。

このことはこれを組織立て系統立てるのがラクの仕事ではない。ラクの事ではないといつても捨てて置いてはいつ迄もこの片輪の教育の為に児童や青年は無意味に苦しめられ嫌がらせられて居る。之を救う途は解析幾何、微積分を易化して先づ之を中等教育界に取入れる事である。…」

3. 「東京考へ方研究社」の数学書の実際

ここで東京考へ方研究社から出版された数学教科書の中からつぎの4冊ほどを取り上げ、それぞれの特徴を記してみよう。

(3.1)藤森良夫(1933)『初等解析幾何学——学び方考へ方と解き方』

解析幾何学の学び方に続き、標準図形の方程式として平面の二次曲線に進んでいる。さらに応用問題に進み、特に三線会一問題、三点一直線問題、極と極線、三角法よりの解析幾何学、媒介変数による二次曲線、斜交軸の初歩、極座標の初歩と進む。本書を通しての特色はかなり多くの図は方眼紙の一部を利用し二次曲線その他を方眼紙に従つて正確に画いていることである。この方針はこの本の最後まで貫いているのが特色である。

次に、この本の一部を実際に引用して示す。原文は漢字片仮名交じりの文章であるが、ワープロ機能上、漢字平仮名交じりの文章で示す。大きな文字や箱による囲み等は原文通りである。次は本書の3ページから4ページの部分である。

解析幾何の学び方 初等解析幾何民衆化のために平川先生にその著をお願いするにあつて、著者の父は解析幾何の学び方として

- | | |
|----|-----------------|
| 第一 | 代数幾何より解析幾何を学ぶこと |
| 第二 | 三角法より解析幾何を学ぶこと |

なる二つを以てした。而かもこの学び方が其後斯界の権威者渡辺孫一郎博士に依って成った所の「初等解析幾何」の学び方の態度と一致して居た事は、著者の信念を愈々鞏固ならしめて、その学び方の態度に立って、更にその徹底を期するに至った次第である。

凡て新しい科目を学ぶときの大切な態度は、その科目の導入方法、従てその科目の成り立ちをシッカリ掴むと云うことである。この意味に於いて先づ第一の学び方に従て

代数幾何よりの解析幾何の成り立ち

をシッカリ掴まなくてはならない。そして

解析幾何は代数と幾何との融合調和することによって建設されたところの数学である。

従て解析幾何の成り立ちをシッカリとアタマに入れるには、今迄長い間かかって多くの労力と時間とを費やして学んできたところの代数と幾何との成り立ちを冷静に考へてみる必要がある。そして

代数の成り立ちは数と、数からできた式

幾何の成り立ちは点と、点からできた線

であることを掴むことによって

諸君はまず数と点との融合調和を図らなくてはならない。そして数と点とをシッカリ融合することによって、これ一タバとしたところのアタマを根底として

数から出来たところの式と
点から出来たところの線と

の融合調和を図る。そしてこの融合調和によって解析幾何学は建設され、この融合調和に依って得たアタマを更に突き進めることによって解析幾何凡百の問題を自力で解決するの力を涵養するやうに努力しなければならない。

こととなるのである。従て先ず

数と点との融合調和

を図るに当たって、ここに大切なことがある。それは代数考え方初歩に於いて学んだ所の

数の整理をすること

であって、これがためには先づ小学校一年の時学ぶ数は

0, 1, 2, 3, 4, 5,

.....

以下略すが、これらの書き方に東京考へ方研究社の著作本の特色がよく出ていると思う。

(3.2) 藤森良夫 (1940) 『初等微分方程式——学び方考へ方と解き方』

この本の特色は序文にある次のような記述である。

.....

微分方程式が理工学を学ぶ上に大切なことは言うまでもないことである。よく高等学校や専門学校の物理の先生が

『なぜ微分方程式を一年で教えてくれないのか』

と数学の先生に注文するが、この注文に対して

『そんな無理な注文はあったものではない。解析幾何、微分、積分と系統的にやっただけで、どうしたって三年はかかってしまうのだ』

と言って断ってしまうにしても、それはあまりに不親切ではあるまいか。

解析幾何、微分、積分を学ぶというのも、最後の目的は微分方程式にある以上、なるべく早く微分方程式を学べるようにしたいものである。初等微分学の導関数の求め方を勉強した人ならば、積分学を学ばなくても、直ちに微分方程式が学べるような書物を作りさへすれば、物理の先生も、高等学校専門学校の学生諸君も、誰もかも、喜んでくれるに違いないとの考えの下にまとめ上げたのが本書である。

.....

さらに、微分方程式だけでなく、関数論、積分方程式の平易化、易化の試みにも触れている。実際に、大学の微積分の教科書の中には、微分が済み不定積分が始まったところで微分方程式に進んでいる教科書として岩切氏(1949)の例を挙げておく。

(3.3)岩田至康(1940)『初等射影幾何学入門(近世幾何学の展望)』

北海道大学河口商次教授が本書の序文を書いているのでその一部を引用する。

.....

射影幾何学と題した著書はわが国にも二三見受けられるが、それは大学の学生に対しての講義か、さもなくば初等幾何学の続きぐらいのいわゆるユークリッド幾何学の範囲を出てないものである。すなわちその間に学習者にとって越えがたい一つの溝渠があった。本書はその溝渠を埋めるもので、高等数学の大衆化を目標として、ユークリッド幾何学とは無関係にクラインの思想に従って射影幾何を建設し、これからユークリッド幾何学や非ユークリッド幾何学を導き出すという近代的方法を用いて、近世幾何学の展望を試み、しかもいわゆる代数的方法と幾何学的方法との巧みなる併用によって、中学生にさへ諒解に困難を感じしめなくらいに平易化した点に、本書の使命特長が存するものと思われる。

.....

と述べている。なお、付け加えれば本書は二次元の、つまり平面の射影幾何である。第三章の非ユークリッド幾何学では、双曲的幾何学の一つの定理として次の定理が出ている。

<p>定理(2) BCを斜辺とする直角三角形ABCにおいて次の関係がある。</p> $\cosh \frac{a}{k} = \cosh \frac{b}{k} \cosh \frac{c}{k}$

次に証明が続くが、その後に双曲線関数の無限級数展開式があり、 $k \rightarrow \infty$ の極限で、ユークリッド幾何のピタゴラスの定理

$$a^2 = b^2 + c^2$$

を導いている。私ことになり恐れ入るが、この定理の証明問題が当時の東北大学理学部数学教室の大学院の入学試験問題として出題されたのでよく記憶している。

(3.4)田島一郎(1943)『数学解析入門』

この本の特色は冒頭部分にある。総論の初めは

平和日本を立派に建設するためには、まず科学日本を立派に築かねばならない。しかも科学技術の根底には必ずそこに精密なる数学的考察を必要とする。これは歯車の問題一つを考えてみても明瞭であるが、ここに数学解析の精密なる方法なり考えなりが科学技術にとっても重視されねばならぬ理由が存する。

例えば数学解析の代表的論法として

「 ε 、 δ 式」論法

というのがある。……

から始まり

……

以上の趣旨により、数学解析理論の平易化、大衆化を試みんとするのが本書であって、ここでまず初等微積分の成り立ちを理論の立場から改めて反省して見ることにしよう。

しからは

数学解析入門

としての本書においてわれわれの進むべき目標も自ずから決まってくるのである。

……

こうして「実数の概念」「極限の概念」「連続の概念」「微分の概念」「積分の概念」「一様収斂の概念」と進む。

なお、田島先生は後に好学社から最初の版の仮名遣い等を改めて出版している。

4. 「東京考へ方研究社」の数学書の特徴

東京考へ方研究社の数学書は、当時は旧制中学や高等専門学校生徒対象で考えていたと思われる。これを現在の制度に当てはめると高等学校上学年ないしは大学の初級程度の学生対象になろう。次に考へ方研究社の数学書の特徴をまとめてみる。

K₁ 考へ方研究社の数学書は、数学の授業の実践で生徒に伝達するのではなく、学習者はあくまで数学書を通して独力で読み、かつ演習をも一人で行い、終始数学を独力でマスターするように構成されている。

K₂ 数学的内容の進め方は、多段階的に一步一步と細かく段階が設定してあり、それらを一つずつマスターして行けるようになっている。

- K₃ 新しい事項はもとより、既習事項でも必要があるときは何回でもくどいくらい丁寧に繰り返し解説をしている。
- K₄ ある学習に必要なであれば、小学校1年の算数まで溯って初めから解説する。
- K₅ これらの書物は初歩的な学習者のみに読まれたわけではなく、数学の専門家にも広く読まれていた。
- K₆ 途中随所に見られる説明のための比喩は読むものをして強い印象を与え、結果的には数学の学習や記憶に有効に働いている（数学解析入門のハイネ・ボレルの被覆定理の傘の例）。
- K₇ 数学の大事な所には箱で囲ったり行をかえたり、特別な活字を配して要点がすぐ判るようになっている。

という項目を暫定的に考えて見た。とにかく考え方研究社の数学テキストすべてには学習者が「自学自習出来る詳しい教科書」であり理解し易い教科書であったことが東京考へ方研究社の著作の何よりの特色である。

5. 東京考へ方研究社の著書を教師教育に生かす方法

まず山形大学理学部数理科学科で2002年3月まで、非常勤講師として高校数学教科書を元にして学生にレポート課題を課していた。その中には学生に作文させる課題があった。例えば

「教科書 P. 40 にのっている、累乗根の指数を有理数からスタートし、実数に至るまで、納得的に生徒が理解できるような「話しかけ法」による説明文案を作成し、理由も含めて書き表せ。」

「教科書 p. 40 で、1行目から $(\cos x)' = -\sin x$ の行まで、三角関数の初歩に戻って「テキスト法」で説明するテキストを作れ。ただし、最後の $(\cos x)' = -\sin x$ の説明も教科書にあるように、「同様に」とはせず、詳しく筋道を立てて説明するテキストにすること。

これらの応答例は報告済み（佐伯，2002）なのでここでは述べない。説明するためのテキストを学生に作らせていることに注目する。

さてこれらを基礎として、もつと積極的に考へ方研究社の方法を取り入れることを考えることが東京考へ方研究社の方法の利用となろう。

例えば、田島（1943）先生の本を参考にして、

（テーマ例1） $\epsilon - \delta$ 式論法の使用のテキスト作成

（テーマ例2）ワイエルシュトラスのexample(関数 $f(x)$ がある区間で連続だが、いたるところで微分できない関数の例)のテキストの作成

等は適当であると思っている。

5. 考察

大学で数学教師を養成するなら、まず数学そのものの理解を完全に指導しなければならない。数学の正確な指導のためには考へ方研究社の方法に習って指導すると効果的である。

さらに、学生の記憶に残るようインパクトのある説明も考へ方研究社の方法に習って考えれば良い。すでに、筆者が山形大学理学部で実施していたような「話しかけ法」「テキスト法」によるレポートの結果を見ると、十分に実現が可能であるように見える。そのため、考へ方研究社の方法のうち、インパクトのある実例を説明し、学生が理解した後に、設問を少し代えて、

「……生徒に強い印象づけをするような「説明文」を作成し ……………」

としてやれば考へ方研究社の方法のうち、田島先生流儀のインパクトを伴うレポートが期待されるであろう。筆者の山形大学理学部数理科学科の学生や、教育学部数学科の学生の教授経験から成功的に課題をこなすことが可能であると考えている。

今まで述べた中身は、主として解析関係の話題であったが、幾何の課題でも実現可能であると考えている。ただ幾何の課題は初等的な課題にはなかなか迫力のある問題が少ないという実感を持っている。従って迫力のある課題を注意して集めることが重要になりそうである。

藤森良夫氏の解析幾何の本の中で、小倉金之助氏が序文を書いておられるが、そこで「二次曲線を詳しく学び、しかも立体幾何学と没交渉のために、二次曲線が円錐面の切断なることに触れてないこと」を指摘しておられる。この指摘はもっともなことと評価できる。しかし筆者はここで円錐曲線についての項目を書き足せば、ちょっとした付け足しでは済まなくて、それは別の新しい一冊の本にした方がよくなると考える。確かにその後の解析幾何の本は平面解析幾何の部分と立体解析幾何の部分とが別の本になっているように見受けられる。これ以外で本稿で取り上げたその他の本ではこのような問題点はないと思う。

参 考 文 献

- 藤森良夫(1933)『初等解析幾何学——学び方考へ方と解き方』, 東京考へ方研究社, 東京
- 藤森良夫(1940)『初等微分方程式——学び方考へ方と解き方』, 東京考へ方研究社, 東京
- 岩切晴二(1949)『微分積分学精説』, 培風館, 東京
- 岩田至康(1940)『初等射影幾何学入門(近世幾何学の展望)』, 東京考へ方研究社, 東

京

- 岡部恒治・戸瀬信之・西村和雄(1999)『分数ができない大学生(21世紀の日本が危ない)』, 東洋経済新報社
- 佐伯卓也(2000) 数理系学生の数学科教育法の改善 —— 話しかけ法とテキスト法(講話法)について, 東北数学教育学会年報, 31, 29-34
- 佐伯卓也(2002) 数理系学生の数学科教育法の改善(2) —— 話しかけ法とテキスト法(講話法)と類比教材, 東北数学教育学会年報, 33, 31-38
- 佐伯卓也(2003a) 数理系学生の数学科教育法の改善(4) —— ルベーク積分の導入をめぐって, 東北数学教育学会年報, 34, 9-14
- 佐伯卓也(2003b) 日数教の未来を語るに寄せて, 日数教会誌, 85(7・8号), 10
- 佐伯卓也(2004a) “数学を教えるという数学科教育法”の意味について, 東北数学教育学会年報, 35
- 佐伯卓也(2004b) 初学者のための数学教育の一つの原点——「考へ方研究社」, 数学教育学会, 情報リテラシー教育研究報告vol.1. No. 7(2004-ILESG-1)
- 田島一郎(1943)『数学解析入門』, 東京考へ方研究社, 東京

On Methods of Teaching Mathematics in the “Research and Development
Group of Solving Mathematics at Tokyo”

SAEKI, Takuya

Professor Emeritus, Iwate University

(Abstracted)

Recently achievement scores of mathematics in students of elementary and secondary schools have become poor in Japan. I think that the achievement score of mathematics teachers have become poor, as well as students. To remedy this lowering in achievement score in mathematics I shall propose to use the technique of the “Research and Development Group of Solving Mathematics at Tokyo” which started since 1925.