

少人数における学習の共同化を視点とした授業例
—「石取りゲーム」を題材として—

大澤 弘 典
山形大学地域教育文化学部

要 約

少人数における学習の共同化という視点から、算数の授業における可能性を探った(注1)。実際に幾つかの公立小学校で「石取りゲーム」を題材に授業を実践し、分析・考察した。その結果、次のような知見を得た。「石取りゲーム」の授業を通し、多人数でなく少人数でも学習の共同化は十分に図れることが分かった。また、少人数の授業において、児童のエラーを学習の本質的な営みと捉えた授業展開が可能である。一方で、少人数の授業においては、児童の活動の多様性を引き出す工夫や手立てが少なからず必要である。

キーワード：少人数、学習の共同化、エラー、石取りゲーム

1 はじめに

学校における学習集団を小規模化することで、どのような授業が可能になるのだろうか。少人数指導といえば、とかく学習の個別化の視点からの議論や実践が多く見られる。しかしながら、他の視点からの取り組みも少なからず重要ではないか。本稿では、とりわけ学習の共同化という視点に留意する。少人数であっても、集団の中で、一人ひとりが認め合い、様々な意見やアイデア出し合い、集団としての問題解決を図ることはできる。むしろ、少人数というコンパクト状態からすれば、子どもの発言や操作などの活動の機会が増え、当面の問題を深く掘り下げ探究しやすくなる。端的に言えば、子どもの活動の量や質は大いに高まりうる。その結果、子ども一人ひとりの意見やアイデアを活かした高みの学びに導くことができる。以上のような仮説を検証すべく、山形県下の幾つかの公立小学校で、「石取りゲーム」を題材に算数の授業を実施した。以下、それらの授業について述べる。

2 研究の方法

本研究の方法は、「実際の授業における児童の活

動の様子を整理し考察する」といった質的な記述による方法である。筆者は授業の観察参与に留まらず、授業者としてすべての授業に関わっている。実施した授業の分析・考察の資料としては、VTRによる記録のほか、児童のワークシート、授業者のメモ、授業後の児童の感想文・アンケート、授業参観者からの意見や感想がある。また、必要に応じて、VTRを基に授業での発言を文章化し資料とする。本研究の対象児童は、次の通りである。なお、個人情報の保護の観点から、校名や児童名は仮名を用いている。

- ・対象：X小学校6年生32名
実施年月：2003年6月（授業時間数：2時間）
 - ・対象：Y小学校6年生16名
実施年月：2003年7月（授業時間数：1時間）
 - ・対象：Z小学校5年生23名
実施年月：2004年9月（授業時間数：2時間）
- 授業の実施に先立って、次節で述べるような2時間扱いの授業を構想している。それらの構想に基づき、最初にX小学校で授業実践し、続いて1時間目の授業についてY小学校で追試し、さらに主として2時間目の授業についてZ小学校で追試している。

3 研究の内容

(1) 授業の構想

① 1時間目の授業構想

「石取りゲーム」と呼ばれる次のような場面を、授業の最初に提示する(注2)。

「袋の中にゴ石が入っています。2人で順番に、それらのゴ石を取ります。最後のゴ石を取った方が勝ちです。」

1時間目の指導目標は、そのような現実的な場面での必勝法を探る活動の中で、後述の数学的見方・考え方を児童に習得させることである。ところで、本提示場面は、数学の問題としては不完全な場面設定である。「袋の中に入っている基石の数」および「1回の試行で取れる基石の数」は変数である。それらの変数を具体的な数値で適当に定めなければならない。例えば、袋の中に入っている基石の数を10個、1回の試行で取れる基石の数を3個までと決める。その場合、次の図のように2番目、6番目までの基石を取れば、最後の10番目の基石が取れる。つまり先手必勝となる。

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

実際のゲームをする中で、多くの対象児童は6番目の基石を取るあたりで、勝敗の行方を察知するであろう。6番目の基石を取り終えた状態から、最後の10番目の基石を取り終わるまでの様子を、言葉や図や式などを使い場合に分けて整理し理解させる。例えば、次のような図示が考えられる。先手が6番目までの基石を取れば、後手が7番目以降の石を1個取っても、2個取っても、3個取っても、先手は、必ず最後の10番目の基石を取ることができる。

6	7	8	9	10
○	×	○	○	○
○	×	×	○	○
○	×	×	×	○

(○印…先手、×印…後手)

結論(結果)から逆向きに考えて、最後の10番目の石を取るためには6番目の石を取ればよい。さらに6番目の石を取るためには、2番目の石をとればよいことを、授業を通して児童に確認させる。以上のように、1時間目の授業は、問題の解決に際しての一般的な方略を習得させているとも言える。また、1時間目の授業に関わる具体的な数学的見方・考え方としては、次のようなものが考えられる。

・場合に分けて考える

「他の取り方をしたらどうなる?(より統合されたものへ)」

・単純化(特殊化)して考える

「石の個数を少なくして考える(より明確に)」

・一般化して考える

「石の数を増やした場合の必勝は?(より統合されたものへ)」

・逆向きに考える

「もっと分かりやすくなるよ(より明確に)」

・言葉、絵、図、式、グラフ等を使って表現する

「もっと簡単にならないか(より簡潔に)」

② 2時間目の授業構想

2時間目の指導目標は、袋の中の基石の数が多数の場合について、その数学的な処理方法を児童に認識させることである。基石の数が多数の場合は、除法の余りを利用して一般化を図ることができる。すなわち、袋の中に n 個の基石があり、1回につき a 個まで取れる場合、 n を $a+1$ で割った余りの数から取り始め、その後、順に $a+1$ 飛びまでの数を取っていけばよい。つまり、2時間目の授業は、教科の内容としては「割り算の利用」として位置づけられる。

そのような一般化に関わる内容として、次のような4つの場合に分け、児童に捉えさせる。

・袋の基石の数が4で割り切れる場合:

4, 8, 12, 16, …番目までを順に取ればよい。

→後手必勝

・袋の基石の数が4で割ると1あまる場合:

1, 5, 9, …番目までを順に取ればよい。

→先手必勝

- ・袋の碁石の数が4で割ると2あまる場合：
2, 6, 10, …番目までを順に取ればよい。

→先手必勝

- ・袋の碁石の数が4で割ると3あまる場合：
3, 7, 11, …番目までを順に取ればよい。

→先手必勝

以上の数学的な内容を児童の言葉でまとめれば、「袋の碁石の数を4で割り、余りの数だけ、最初に取るようにする。あとは、4飛びで取ればよい。」となる。あるいは、「袋の碁石の数が4で割り切れる場合は、後手が必ず勝つ。」となる。

(2) 授業における児童の活動

① 1時間目の授業における児童の活動

X, Y, Z小学校のいずれの授業でも、最初に提示した不完全な場面を児童に整理させている。例えば、児童は10個の碁石を交互に3個まで取れるといったルールを設定している。続いて、教師は実際に碁石を使ってゲームをさせる。この段階では、多くの児童は必勝法を見出せていない。何名かの児童は、テレビ等で本題材と同様なゲームの存在を知っている。操作活動を通して、「どのように取っても、6個目(残り4個)までの石を取れば勝てる」ことをすべての児童が確認する。さらに、児童は、「6個目(残り4個)の石までを取れば勝てる」という判断をより深め、最終的には「2個目までの石を取れば勝てる」という結論に達する。そのときの様子は、以下の通りである。

(先頭の数字：授業の経過時間，T：教師，CおよびW：特定児童，S：不特定児童)

- 30:04C まず、先攻の人は、6個目を取れるように碁石を取っていきます。1つ取ると、後攻の人は、三つ以内の何個かを取ります。そうすると、相手と自分の数が合計四つになるので、6を取るには、3の範囲内の2を取ると6を取れるので、2個取ると合計6個になります。6を取った人は、あ、そのとき、7を取る人は、必ず3つ、Rさんが言ったように、7を取る人は残り4つのなかの3つ以内のどれかを取らなくちゃいけないから、例えば、後攻の人が1つ取ったとする

と、必ず、んと、先攻が3つ取れる範囲内の碁石が残るので、必ず、6個目を取る人は勝って、7個目を取る人が負けるようになります。みなさんどうですか？

- 31:18T はい、どうですか？C君に勝てる人いますか？
お、さすが。やってみましょうか、W君。
C君先攻で、W君が挑戦して。どうぞ。
- 31:42C (C君：1個取る)
31:45W (W君：1個取る)
31:51C あれ、やべ。(C君：1個取る)
31:57W (W君：3個取る)

}(表1に対応)

表1：31:42C-31:57Wにおける碁石の取り方

	1	2	3	4	5	6
C君	○		○			
W君		○		○	○	○

- 32:03S お～お。(拍手)
32:13T 拍手とか出ちゃっているんだけど、あれ、先攻勝つんじゃないかな？
32:16S 先攻有利。
32:18T 有利なんですか？
32:20C あ、そうだ。分かった。2個取らなきゃいけない。
32:21S うん、そう。
32:22C もう1回。
32:27T もう1回もう1回。
32:28C (C君：2個取る)
32:29W (W君：2個取る)
32:30C (C君：2個取る)
32:33W (W君：3個取る)
32:36C (C君：1個取る)

}(表2に対応)

表2：32:28C-32:36Cにおける碁石の取り方

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C君	○	○			○	○				○
W君			○	○			○	○	○	

- 32:39S お～。
33:22C 先攻の人は、始めに2個とった人は、必ず6以内の、6個目を取れる権利を得ることができる。
33:33T え、ちょっと待ってください。2個取ると、6個目が取れるんですか？
33:37C はい、必ず取れます。

② 1時間目後の家庭等における児童の活動

X小学校での1時間目の授業を終えてから1週間後に、対象児童にアンケートを実施している。

アンケート結果から、多くの児童は1時間目の授業で学んだ「石取りゲーム」を、友達のみならず父母や兄弟と楽しんでいることが窺える。また、アンケートの中で、児童Eは次のように述べている。

石が36個で2人でとりあうとしたら、
何個目をとるといいか。
↓
だんだんめんどろになって
考えるのをあきらめた。

1時間目で取り上げたように、袋の碁石の数がそれほど多くない数の場合、逆向きに考えれば解決できることを、対象児童は学んでいる。例えば、袋の碁石の数が10個の場合、10番目、6番目、2番目を取ればよい。Eさんは、その方略を、袋の碁石が36個の場合に適用している。袋の碁石の数が36個の場合、36、32、28、24、…番目をとればよいことを確認していくことになる。Eさんが感じたように、その作業は少なからず面倒な作業である。そこでは1時間目で学んだ方略が、必ずしも使いやすい方略として機能していない。

③2時間目の授業における児童の活動

2時間目の授業は、Eさんのメッセージに応える授業とも言える。「袋の碁石の数が幾つの場合であっても、もっと簡単に、わかりやすく把握する方法はないか」2時間目の授業を通して、児童はその方法(方略)を明確にしていく。例えば、次の表3のように袋の碁石の数を色々に変え、帰納的に必勝法を整理していく。最終的に、多くの児童は、表の数の並びに潜む法則やきまりを、割り算などの利用によって捉えている。例えば、「いつも先手が勝たない(勝つわけでない)。不思議だ。4の倍数のときは後手でも勝てる。」「割り算してあまりの数から取ればいい。」といった児童の感想が見られる。

表3:「袋の中の碁石の数」と「必勝法」との関係

石(個)	必勝法 (何個目までのご石を取ればよいか)	どちらが有利?
1	1	先攻・後攻
2	1, 2	先攻・後攻
3	1, 2, 3	先攻・後攻
4	1, 2, 3, 4	先攻・後攻
5	1, 2, 3, 4, 5	先攻・後攻
6	1, 2, 3, 4, 5, 6	先攻・後攻
7	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	先攻・後攻
8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	先攻・後攻
9	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	先攻・後攻
10	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	先攻・後攻
11	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11	先攻・後攻
12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	先攻・後攻

(3) 実施した授業からの示唆

①少人数における学習の共同化の視点からの授業

1時間目の授業で、C君はW君とのゲームの中で、「あれ、やべ。」(31:51C)と発話している。このとき、C君は自らの方略「6個目(残り4個)までの石を取れば勝てる」が通用しないことに気づく。そして、最終的にC君は自身で、「先攻の人は、始めに2個とった人は、6個目を取れる権利を得ることができる。」(33:22C)という方略へと修正している。また、何名かの児童は、C君の「取れる権利がある」という説明は、大変分かりやすい説明であると感想で述べている。つまり、石取りゲームの必勝法について、本授業における学習集団におけるやり取りを通し、C君自身の認識が深まったばかりでなく、他の児童の認識も深まったと言える。少人数であっても、集団の中で、一人ひとりが認め合い様々な意見を出し合い、集団としての問題の解決を図れると示唆される。

別の言い方をすれば、1時間目の授業は、通常の授業において個人またはグループによる問題解決(自力解決)を図る時間を設けず、全児童を巻き込んで共同的に問題解決を図る時間を取り入れている。通常の自力解決の時間が、まったく無意味であるというわけでない。しかしながら、乱暴な言い方をすれば、自力解決の時間で、「何をやっていいのか分からない子」や「瞬時に解き終わってし

まった子」にとっては、単にその時間が終わるのを待つことになりかねない。それでは、児童は頭をフルに働かしているといえない。それに比べて、本授業のように学習の共同化に留意し、子ども一人ひとりの意見やアイデアを活かす授業展開は、児童がより必死になって取り組める有意義な授業となりうる。

②少人数における児童の誤答を活かす授業

1時間目では、C君のように2番目を取ることまで気がつかず、「6番目を取れば勝てる」と捉える児童が多々見られる。1時間目終了後には、Eさんのように「1時間目で学習した方略が使いづらい」、あるいは「使いものにならない」と感じる児童もいる。児童が保持しているそれらの誤った判断や素朴な実感を、積極的に活かすことが考えられる。例えば、次の表4のように、Borasi (1985)は、学習者のエラーを分類的に捉えている。

表4：エラーの見方 (Borasi, 1985)

	エラーそのものを見る	エラーを通して見る
治療されるべき障害	(a) 失敗を示す信号	(b) 心の真の表出
利用されるべき出発点	(c) 学習者の肯定の段階	(d) 教材の本質を問う手段

ここでは、Borasiの言う「エラー」を、児童の誤答や彼らの活動の傾向なども含むものとして広く解釈する。そのような解釈を踏まえれば、これまでの授業では、主に「治療されるべき障害」に焦点が当てられてきたように思う。多人数という制約のゆえに、表4の(a)や(b)のような、エラーを診断的に捉えたり、なぜ間違ったのか(そのように振舞ったのか)といった点に焦点を置く授業が少なからず行なわれてきたと考える。

一方で本実践は、例えばC君やEさんの判断や実感を、「利用されるべき出発点」としても積極的に捉えている。また、2時間目の授業では、「石取りゲームの必勝法」を剰余類で数学的に把握している。それらの営みは、表4に照らして言えば、

(d)の教材の本質を問う手段までの高みの数学的活動である。つまり、少人数による授業では、児童のエラーを学習の本質的な営みと捉えた授業展開がこれまで以上に可能である。

③少人数における多様性を引き出す授業

少人数による活動は、多人数に比べ、多様な意見やアイデアが表出されにくいという指摘がある。そのような指摘に対し、本実践では例えば1時間目の課題の提示場面を不完全な場面の形で提示することで、児童がより多様に活動できる余地を意図的につくっている。そこでは、児童は「袋の中に入っている基石の数」および「1回の試行で取れる基石の数」の変数を具体的に数値に設定することから始めなければならない。具体的に様々な数値を設定する活動は、その後のEさんのような活動につながり、一般化される。最終的には、剰余類での捉えという数学的な見方・考え方に帰着する。つまり、本授業のオープンな場面の提示というささやかな工夫でさえも、児童の自発的な活動を生み出しうると示唆される。また、不完全な場面の提示によって、児童は既に決められたルールの上でゲームを楽しむばかりでなく、ゲームの「ルールづくり」を楽しんでいるとも解釈できる。

4 研究のまとめと今後の課題

(1) 研究のまとめ

少人数における学習の共同化という視点から、算数の授業における可能性を探った。実際に幾つかの公立小学校で「石取りゲーム」を題材に授業を実践し、分析・考察した。その結果、次のような知見を得た。「石取りゲーム」の授業を通し、多人数でなく少人数でも学習の共同化は十分に図れることが分かった。また、少人数の授業において、児童のエラーを学習の本質的な営みと捉えた授業展開が可能である。一方で、少人数の授業においては、児童の活動の多様性を引き出す工夫や手立てが少なからず必要である。

(2) 今後の課題

学習の共同化は少人数でもできるが、少人数でなければできないというわけでない。今後の課題としては、さらなる授業実践等を通し、少人数ならではの授業や教材を開発することである。算数・数学の本質からすれば、従来の授業でも少人数による授業でも目指すべき方向は変わらない。強いて言えば、少人数の授業においては、これまで多人数という制約のため躊躇していた教科の内容を、より深く取り扱うことが可能になる。教師の立場から言えば、そのような授業を挑戦的に構想し実践できる力量を身につけていく必要がある。既成の内容を伝達し解説する教師に留まらず、授業・教材を創造し開発する振る舞いがより求められる。そのためには、結局のところ原点に立ち返り、教師自らが「数学をする (Do Mathematics)」ことが肝要であろう。

注および引用・参考文献

注1) 本研究は、「少人数のメリットを生かした授業分析研究」報告を修正、加筆したものである。

注2) 「石取りゲーム」は、「三山くずし」、「nim」とも呼ばれ、既に数学的に解明されているゲームである(例えば、一松信, 1968)。原問題は次の通りである。

「基石をそれぞれ何個かにまとめた山が3つあります。2人で交互にそれらの山の1つから、1個以上の基石を取ります。このようにして2人で交互に取っていき、最後の石を取るはめになった方が負けです。」

(ただし、各山の基石の数は等しくなくてもよい。また、複数の山から同時に取れない。)

- 一松信 (1968). 石取りゲームの数理. 森北出版.
 Borasi, R. (1985) Using error as springboards for the learning of mathematics. *E. L. P. M.*, 7(3/4), 1-14.

Cooperation in the arithmetic class which consists of the few people:
 "Stone removing game" as a teaching material

OSAWA, Hironori
 Yamagata University

abstract

The purpose of this paper is to clarify the possibility of cooperation in the arithmetic class which consists of the few people. I made "Stone removing game" a teaching material, and experimented on the professor in some public elementary schools, and I analyzed and considered those classes. As a result, the following findings were obtained. Cooperated class by the few people is possible. Moreover, the class based on the error of the child is possible in the class of the few people. On the other hand, it is necessary to draw out the variety of the activity of the child.