

翻 訳
-----

## 数学的思考と人間の本性：協和と不協和

ユリ・レロン (イスラエル工科大学)

訳 湊 三 郎 (秋田大学名誉教授)

- ・原文に付されている番号付き脚注の位置を訳文中では括弧付き数字で示した。
- ・脚注の訳はB, C各節(A節に脚注はない)毎に節末に番号順に記した。
- ・訳者注は節毎に本文中にその位置をアスタリクスで示し、同じく節末に記した。

### (要約)

人間の本性は伝統的に作家、哲学者、宗教家が扱う領域のものとされてきたが、近時に認知科学、神経科学、乳児学、動物学、人類学、進化心理学の研究対象となるに至った。本稿では関連する研究を概観し、数学に関する二三の事例を分析することによって、数学的思考のある部分は人間の本性的な側面によって如何に可能とされ、また別の部分は如何に阻害されるかを示す。この新奇な理論的枠組みは、学習指導の基礎的問題に対してだけでなく、数学教育研究の実証的知見に対して進化論的、生態学的解釈を加えることを可能にする。

### A. 初めに

本稿は数学的思考と人間の本性との関連を扱う。新興の学的領域である進化心理学\*をここで援用する。進化心理学は万人に普遍的で生後の発達が確実に期待できる認知的・行動的な能力、例えば幼子の歩み、顔面の再認、言葉の使用の総体としての人間の本性(正常な発達下で全ての人間が自然発生的に努力なしで用いる人間の本性の総体)を科学的に研究する分野である(Cosmides & Tooby 1992, 1997, 2000; Pinker 1997, 2002; Ridley, 2003)。人間の本性の進化的起源を進化心理学から借用する。人間が適応を果たした太古の生態学的環境と現代文明が要求するものとの間の不適合的組み合わせが頻々と生じる。我々は現代的な技能(書字、車の運転、計算)を一応うまく習得するが、これは太古に獲得した認知的機序を新しい目的に取り込んで利用する精神的能力\*\*の故にである(Bjorklund & Pellegrini, 2002; Geary, 2002)。然し、この新しい目的に取り込んでの利用はそれぞれに関して差異があり、その利用が容易な技能と容易でない技能とがある。この差異が数学の学習における程に明瞭に現れるものは他にない。こういった場合、学習の容易性は認知的機序を取り込んでの利用可能性によって決定される。私は人間の本性のある部分は生得的である必要がないことを力

説する。我々は生まれたときに歩行や会話ができるわけではない。生得的と思われるものは、それぞれの生物種に典型的な物理的・社会的環境に携わるのに要求される技能が将来発達するようにし向ける動機付けや能力である (Geary, 2002)。これは全ての者がもつ精神的機序であり、リドレー (Ridley, 2003) はこれを養育を経て発現する天性 (経養育天性)\*\*\*と呼んでいる。

以上の洞察は数学教育の理論と実践とに対して途方もなく大きい含意を有するが、今日までのところ、このことにはほとんど気付かれていない (ただし, Tall, 2001; Kaput & Shaffer, 2002 を除く)。本稿の目標は進化心理学から得られる洞察が数学教育の理論と実践とに対して如何なる影響を与えるかの (予備的な現段階においては理論的な) 探求に乗り出すことにある。特に、上記の不適合な組み合わせの見地から、数学の様々な部分が人間の本性のそれぞれ特定の側面によって如何に可能となり、あるいは如何に邪魔されるかの探求をめざす。定理とその逆との混同を生徒はしばしば行う (例えば, Hazzan & Leron, 1996) という十分に実証済みの現象を例えば考えてみよう。後に示すように、この現象は、**数学的論理**と人間の本性の基礎的部分である**社会的交換の論理**との間の不一致として今日では理解することができる。

本稿の残る部分において、**数学的思考**が人間の本性によって如何に可能となり (B 節)、あるいは如何に制約されるか (C 節) についての現存する研究の私なりの総括を記す。

\* EP, Evolutionary Psychology, 進化心理学の訳語をこの語にあてた。

\*\* 進化論においては、過去にある役割を持っていた器官をその後別の目的に転用することは進化の過程で様々に行われてきたといわれている。

\*\*\* Nature via Nurture

## B. 数学的思考の起源 (1)

本節では次の (漠然たることは認めるが) 疑問を考察する。

*数学的思考は (経験から身に付いた) 常識的な判断力の自然な拡張であるか、それともそれとは全く別ものの思考であるか。*

この疑問に対してなされ得る解答は理論的・実践的理由から極めて興味深く、かつ重要である。理論的には、この解答は我々の精神が如何に働くかという一般的な疑問の重要な特殊事例となる。実践的には、この疑問への解答はいずれも教育的に重要な含意を明らかに有している。ここで、常識的な判断力とは、人間の本性 (人々が自然発生的に、かつ本来的に得手である能力の全体) が有する認知的部分と大意において同様なものとする (Cosmides & Tooby, 2000)。

近年、この疑問に関わる図書や研究論文の幾つかが現れ、その結果、なされ得る解答は全て、未だ決定的なものには程遠いが、従来の答のような単なる憶測ではないものとなってきた。研究者達の多様な結論は一見するとほとんど矛盾対立にみえる。数学的認識の諸側面は、一般の認知的機序に基盤を置くように身体的に具現化されたものであるとする考えから、幾百万年の時を経て自然淘汰がなされるようにデザイン\*された我々の精神と真正面から衝突する何物かまでとして様々に記述されている。

然しながら、この矛盾対立にみえるものは、数学(それに数学的認識をも合わせて)という語が人によって異なる対象を意味し、同じ人でも時と場合に応じて意味が異なることがあることを理解すれば直ちに解消する。それどころか、本節の主たる目標は、様々な研究者による多面的な研究は、我々がもつ意味的差異と用語法とを今少し慎重に扱うなら、それらを首尾一貫した図式にきちんとまとめ上げ得ることを示すことにある。

このことを目指して、数学を、それぞれ独自に識別可能な認知的機序をもつ三水準として、初歩的水準、非形式的水準、及び形式的水準に区別しよう(2)。この枠組みで考えるとき、数学的思考のある部分は生得的であり、他にも容易に学び得るものがある一方で、形式言語、脱文脈、抽象、及び証明に典型的な一層高度な数学の(及び、とりわけ歴史的に最近の)側面は人間の本性と真正面から対立、衝突することを研究結果は示している。

次は、認知的機序に関わる研究等を私の三水準の枠組みにまとめた概観である。

### 水準1 全く初歩的な数概念

水準1は極めて少数の具体的対象の集まりに関して行われる即時把握\*\*、見積もり、比較、加減算等の簡単な操作からなる。脳科学は勿論のこと、幼児や動物に関する研究は、この水準で数学する能力は脳の中にハードウェアとして実現されており、数感覚という能力として所持され、これは色彩が色覚の能力によるのと全く同様であることを示す。このような研究の広範な総括にデハーネ(1997)とバターワース(1999)とがある。この能力の生得的性格は幼児におけるその存在、脳におけるその部位の特定化、及び脳の特定部位の損傷における機能障害によって立証されている。それが遺伝的な起源をもつ可能性は、意図的・計画的で複雑な様相をもつ狩猟を集団で行う先祖(例えば、所有物の数を覚えておく、食料の量や敵の数を見積もる)に贈られたであろう生存に際する優越性から考えられ、この水準1は人類以外(チンパンジー、ねずみ、はと)にも同様に存在する。

## 水準2 非形式的数学

この水準は、学生達に最高に形式的で厳密な形での数学が適さない時に、高等数学を扱う経験豊かな教師が精通している類の数学である。この水準は数学の全領域、全年齢水準の内容を含み得るが、主に日常生活、身近にある典型例や学び手の先行経験から引き出された数、図式、類推を用いて行われる主として思考実験(Lakatos, 1978; Tall, 2001; Reiner & Leron, 2001)からなる。

授業実践の経験と同様に、最近の研究のなかには非形式的数学が常識的な判断力の一つの拡張であり、実際、心象、自然言語、思考実験、社会認識、隠喩などのような我々の日常的な認知を作り上げているものと同一の機序によって処理されていることを示すものがある。進化論的眺望からすると現代的な意味における数学はおよそ2500年を経たに過ぎず、この期間は進化論的観点ではほんの一瞬であることを考慮するならば、数学的思考はより古く、より一般的な認知的機序を取り込んだという以外には考えにくい(Bjorklund & Pellegrini, 2002; Geary, 2002)。

二冊の近刊書が我々の数学する能力は人間の他の認知的機序をどのように基礎としているかを示す精緻な理論を提供している。先ず第一に、レイコフとヌーニェス(Lakoff, & Núñez, 2000)は数学的認識が我々の一般的な言語的・認識論的仕組みの上に如何に建て増しされているか(ある部分は他の部分よりも確信的に)示している。即ち、彼等は数学的認識が体現的隠喩を通じて我々の身体に先ずもってその根をもち、次に概念的隠喩を通じて、即ち源泉領域と標的領域(3)の間の推論を保存する写像を通じてより抽象的な領域に如何に広がるかを示している。第二に、デブリン(Devlin, 2000)は、レイコフとヌーニェスとは異なった説明を与えているが、数学的思考が既存の認知的機序を取り込んだものであることを示すことにおいては同様である。彼が隠喩的に用いる言葉「数学遺伝子」、即ち数学を学び数学する生得的な能力、いわゆるオフ・ライン思考\*\*\* (基本的には主コンピュータと接続していない思考で、外部世界において多くの場合妥当な結果を得る思考実験)の能力が我々の言語能力と同じ根源からくると彼は主張する。更に、デブリンはこれら全ての能力の進化に関して細部に至るまで進化論的説明を与えている。

重要なことであるが、今の論題に対して両論はいずれも専ら水準2の数学において行われる思考過程の説明を探求しており、であるからこれら両論の結論は水準3の数学的思考(4)に対して適用するいわれがない。実際、次節において説明する通り、それは特にデブリンの説明とは全体的に十分一致するものではないが、人々が心的構造によって数学し、その構造の範囲で探索する状況(5)には十分に適合するものの、その様な心的構造が使えない状況においては適合しない。例えば一様連続関数とか完備位相空間の知的に正直なモデルとなる具

体的な構造の心象を得ることは困難である。

### 水準3 形式的数学

ここで用語とした形式的数学とは内容のことではなく、抽象化、形式言語化、脱文脈化、厳密な演繹といった完全装備をともなった数学の講義や、大学級の教科書における高度な数学の表現形式に関わるものとする。形式的数学の理解は過半の学生にとって困難なことは周知のことであるが、私が抱える疑問はその先のもので、この形式的数学が(それが如何に精緻であろうと)常識的な判断力の拡張であるのか、あるいは全く別ものの思考であるのかということである。言葉を換えれば、それは生物学的二次的能力(Geary, 2002)であるのか、あるいは生物学的三次的能力とでも名付けなければならない新型の思考なのかということである。この問題は次節の中心的課題とする。頭脳明晰であるはずの多くの大学生たちが数学で相も変わらず成績不振をかこっている事実は勿論のこと、数学に関わる幾つかの事例研究は、形式的数学がもつ思考法は常識的な判断力の拡張ではないことを示唆している。それは組み込むための適切な能力を見出し難く、全ての人々に自然に生起する思考と真正面から対立するものでさえある。

#### B 節の脚注

- (1) 本節の議論の詳細は Leron (2003a) に記されている。
- (2) 端的に言って、形式的と非形式的の文言は数学の主題や内容に関わるものではなく、その提示方法に関わり、実際に数学の同一内容の二つの面を述べたものと言えよう。
- (3) 然し、Tall (2001) が指摘するように、逆方向に向かう過程も考慮に入れる必要がある。形式的公理系(構造定理と呼ばれる)の結果には、そこに含まれている概念の一層洗練された直観、あるいは体現化を育てるように差し戻し得るものがある。
- (4) 図書や論文の執筆者の全てが自ら論じている数学の範囲を常に明確にしているとは限らない。例えば、「偉大な数学者になろうとする、あるいは高等数学の高みに向こう見ずに飛び出そうとすることについて私は語っていない。大部分の高校数学カリキュラムに見られる数学をうまく処理できることに限って私は話をしているのである」(Devlin, 2000, p.271)、とか、「ここでの我々の企図はこの自動的に行われている無意識の類の日常的な数学的理解を研究することにある」(Lakoff & Nunez, 2000, p.28)を参照のこと。
- (5) これに関連して、数学の家\*\*\*\*という p.125 の彼の隠喩を参照のこと。

\* この design にはコーテーション・マークスが付されている。イスラエルの研究者として、この「設計」は H. Simon の設計科学という設計(自然条件下において可能な範囲での目標と手段とを選択して行う設計)では勿論なく、ID

(Intelligent Design: インテリジェント・デザイン)の意味での宗教的(科学的と言う人もいる)意味での Design であろう。IDはこの宇宙が高等生命、特に人間のために設計されており、地球はその特権的惑星であるとする思想である。

なお、水準1のところの記されている「意図的・計画的」と訳した部分も同様の意味をもつと考えられる。

\*\* subitizing. この語は研究社 NED(7th)等がない。Lakoff & Nunez(2000)を参照。

\*\*\* 基本的抽象概念を直観的に扱う思考のことで、この能力が「人類の認知発達の第一段階において我々の先祖の脳をはなばなしく拡大させた原動力」となったとデブリンは言う。この能力はパターン認識に関する能力、概念化、概念思考の能力である。デブリンは1994年版の図書の副題に「パターン」を用い、数学はパターンの科学としていたが、2000年の図書に至って「パターン」は問題がある語であるとしてこの語を意識的に避けている。

なお、デブリンは言語の発達が脳を拡大させ、そこで概念思考が可能となったとする説には同意せず、概念思考の発達が先行し言語はその後を追って発達したとする。何が脳を拡大させたかに関する彼の説をここで紹介することは彼の多数の原書と邦訳書の販売に対する営業妨害になりかねないので触れない。

\*\*\*\* 理解すべき数学的对象に出会うと、私は数学的概念を現実の世界にある物のように生き生きとさせるようにするが、それはあたかも詳細な指示書(計画書や設計図を含む)を与えられて一軒の家を建て、設備・備品で室内を整えるようなものである。(Devlin, K. (2000); The Math Gene. Basic Books, p.125). (原書からの湊による直接訳で訳書とは違っているかもしれない。)

### C. 数学的思考と人間の本性との対比、数学的事例研究

以上で概観した理論的枠組みを、ここでは以下にとりあげた三つの数学的な事例研究に対して適用してみよう。この枠組みを用いなければ、これらの事例は説明不能な大いなる逆説のままであり続けるだろう。これらの事例研究のそれぞれは十分明確に定義された数学的内容、あるいは課題を扱っており、それは一面ではむしろ簡単かつ初等的でありながら、多くの人々には深刻な困難性を生じる(大部分の人々は間違いをする)ことが示されてきたものである。

#### かけ算九九の記憶

デハーネ(Dehaene, 1997)は、多数の人々がかけ算九九を記憶するのに極度に困難を感じており、その実態としては解答に長時間かかり、多くの間違いをしないでかすというもので、このことを論じている十分過ぎる程多くの心理学的研究をとりあげて述べている。ところがまた、全ての子どもは、例えば母国語の語彙や使用において素晴らしい学び手であり、かつ大きな記憶容量をもつことを示す極めて多くの証拠がある。では、多数の者がそれ程多くもない(注意深く数えれば20個に満たない\*)かけ算九九の記憶が何故にそれ程困難なのであるか。



人間の記憶は、他の場面では驚く程の芸当をこなしているのに、こんな簡単に見える課題に何故にしくじるのか。

この例は、端的に、かつ平たいに言えば、人々がこの課題にしくじるのは人間の知的装備の劣悪さではなく、その強力さにあるという本稿の核心である典型的な逆説である。問題は、石器時代の先祖が古代の生態系に適応して獲得し、今日でも未だ同様な状況に対して適応する能力が、現代的な文脈においてはしばしば不適応となることにある。今の例に戻って、かけ算九九の記憶の過程において働く特殊な知的強力さとはその抑え込み不能な連想的性格である。九九の値の形は分かち難く、絶望的なほど互いに絡まり合っている。デハーネ (Dehaene, 1997) の言葉を用いると、かけ算九九はごちゃごちゃではなく、互いに勝手に並んではいない。かけ算九九はその反対で、誤りやすい規則性、誤解を招く韻律や間違いを招きやすい語呂と密接に絡み合い、それらで充ちみちている\*\*。

#### 数学の論理 対 社会的交換の論理

カズミデスとトービー (Cosmides & Tooby, 1992, 1997) はウェーソンのカード課題を用いた。これは、発展的な推論方法とされるものを明らかにするための命題  $\text{if } P \text{ then } Q$  の理解を調べる課題である。彼等は被験者に多様な課題を提示した。課題は全て同一の論理形式  $\text{if } P \text{ then } Q$  であるが、 $P$  と  $Q$  との内容、及びその背景となる場面は大幅に異なって様々であるとされている。ウェーソン課題の従来の結果は大部分の人々がこの課題をうまくは遂行できないことであった。カズミデスとトービーは彼等の被験者の場合、社会的交換の条件を含む課題は比較的良くできていたことを明らかにした。社会的交換の場面では、個人はある利得を受け、そしてある対価を支払うことが期待されている。ウェーソン課題の実験では、それらは「人が利得を得るならば、その人はその対価を払う」(例えば、君の時計を私にくれたなら、私は君に 20\$ をあげる) の形式の命題によって表現される。詐欺師とは利得を得ながら対価を払わない者である。カズミデスとトービーは次のように結論づけている。ウェーソン課題が社会的交換に関わるときの正解は詐欺師を見抜くことになる。その様な場面において被験者は正しくかつ努力なしで解答できるのであり、また詐欺師を見抜かなければ人々の協力が進まないわけであるから、我々の精神には進化によって獲得した詐欺師看破術があるというのである。

数学教育に有意義なことは、カズミデスとトービーが「立場交替の社会的関係 (数学的には、逆命題  $\text{if } Q \text{ then } P$ ) に関して被験者を検査していることである (Cosmides and Tooby, 1992, pp.187-193)。この場合、社会的交換の論理によって与えられる正解は数学的論理による正解とは異なる。予測される通り、被験者は前者を後者よりも圧倒的に選択する。葛藤が生じるときは社会的交換の論理が

数学的論理よりも優先する。この理論は、生徒が数学的命題とその逆とを混同しがちであるという多くの知見に対する新機軸の支持、予測や説明(例えば、Hazzan & Leron, 1996)を付加する。改めて述べると、人間の認識の弱さの故ではなく、その強さの、即ち社会的交換を協定し、詐欺師を看破する能力の強さ故に生徒はしくじるのである。不幸にして、適応能力でもあるこの能力が現代数学的思考の要求と衝突する。

### 関数は変化を作り出すものか

ここで報告する現象はコンピュータ科学(特に、関数プログラミング)の学習に関する研究場面で話題となったものであるが、数学的思考に関するある観察で現実には生じることが明らかになったものである。面白いことに、この現象を純粋な数学的課題を通して明らかにするのは困難であった。ここで報告する実証的研究はタマル・パス(Tamar Paz, 2003)の学位論文からとってきたもので、本稿の著者を研究指導者として遂行された研究である。紙幅の都合上、概要を極めて手短かに記すに止める。詳細はLeron(2003b)を参照のこと。

関数プログラミングにおいて、関数とは多くの場合一つの過程として、即ちある入力値をもって出発し、それにある操作が遂行され、その結果が出力値であるとみられている。この心象は関数機械の隠喩\*\*\*によって巧みに捉えられる。この隠喩を私は解析的心象と対比して関数の代数的心象\*\*\*\*と呼んできた(6)。例えば、関数Rest Lは目録Lを入力(例えば、Lの値が4要素からなる[A B C D])としてとり、その結果は第一の要素を取り除いた目録(この例では[B C D])であるとする。パス(Paz, 2003)は多くの学生のプログラミングの誤りは関数が入力値を実際に変える(従って操作の後にLは新しい値[B C D]になる)という前提に依存して生じているらしいことを見出した。然し、関数プログラミングにおいては、その親学問の数学におけると同様に、関数は入力値を変えるのではなく、関数は一つの値を他の値に写像するだけである。

私はこの実証的知見を関数の現代数学的見方と人間の本性におけるその起源との間で生じる不一致の一例として提示する。こうするためには、我々は、フロイデンタール(Freudenthal, 1983)の教授学的現象学とギアリー(Geary, 2002)の生物学的一次能力との総合としての関数概念の(主として認知的、発達ののみならず歴史的にも)由来を探求しなければならない。発達途次の子どもの自然な経験において、関数概念をその上に建て増しする基盤的直観に望ましくないものを何が生じさせるのか(Freudenthal, 1983; Kleiner, 1989; Lakoff & Nunez, 2000.)。

関数の代数的心象によれば、操作とは一つの対象に行為することである。操作を遂行する行為の主体は一つの対象をとり上げ、それにあることを行う。例えば、おもちゃで遊んでいる子どもはそれを動かし、握りしめ、あるいはそれに



色を塗る。行為前の対象が入力であり、行為を与えられた後の対象が出力である。そこで、この操作は入力を変換することである。先に提出した関数の代数的心象の起源は物理的世界での対象に対して行為する子どもの経験である。これは子どもが身の回りの世界を知ることになる基盤的な機序の部分であり、そして万人に通じる人間の本性と私が呼んできたものの最もあり得る部分である。この機序の部分は世界を対象、範疇、及び操作を通して知覚することであり、ピアジェ (Piaget)、ロシュ (Rosch) その他の者が記しているものと同じである。この心象に固有な性格は操作がその入力を変換させるという経験であり、つまりは子どもが物の位置を変え、握って形を変え、色を塗って見ばえを変換することに先ずもって携わる経験である。

然し、これは現代数学、あるいは関数プログラミングにおいて生起することではない。現代の形式主義のもとでの関数においては実際には何も変化しない。関数は定められた二つの集合間の写像であり、むしろ究極的形式では順序対の集合である。現代数学の普遍性に則って代数的形式主義は過程、時間、変化を完全に抹殺した観念をとり上げてきた(7)。

#### C 節の脚注

(6) 概念に関する一つの定義を共有して、二つの概念イメージがある (Vinner & Tall, 1981)。(この論文については、文献欄の本論文の部分を参照のこと)

(7) 数学者は形式主義にも関わらずこういった心象をもつことが可能であるが、初心者にとってこの結びつきを手に入れることは難しい。

\* 20 がどのように数えられたか不明。かけ算九九で特に難しいとされている乗数(後唱数)と被乗数(先唱数)とが 6 以上の場合に限定すれば 16 個。なお、我が国においてもかけ算九九の記憶量を減らす工夫はされてきた。例えば  $3 \times 8$  と  $8 \times 3$  のうちで容易な  $3 \times 8$  のみを記憶させる方法(記憶すべき九九は半減には至らないが)等が考えられるが、筆算形式のかけ算の計算や割り算の計算において不便が生じるという問題がある。我が国では九九の段をどうするか、九九をどういう順序で読むかといった問題も検討する必要があり、戦前に行われた検討結果に基づいて算数での九九の扱いが行われている(英語で  $a \times b$  が日本語では  $b \times a$  に対応することがこれらの問題と切り離せない)。なお、日本語(中国語も同様)の十進法的命数法・記数法と数の読み(音声)の簡便性によって、かけ算九九の記憶・再生は、例えば英語を母国語とする国々に比較したら断然有利である。 $(3 \times 8 =)24$  を一旦 two tens and four と読み、次に twenty four に直すことにしたら効果的だといった研究も行われている (Fuson, K.C. et al. 1997: Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. JRME 28, 130-162.) おそらくそうだろう。次の論文が Fuson のこの論文を扱っている。森川幾太郎(2004): アメリカにおける加減算の教育—関数表の使い方、作り方を教えなくなった学校数学—。東北数学教育

学会年報 35, p.33-44. )).

\*\* 我が国のかけ算九九の誤答傾向については、次の論文とその文献欄記載の図書・論文を参照のこと。湊，斎藤，八柳(1997)：乗法九九の相対的困難度と内包的意味における数の困難度との関係。数学教育学論究 34・35, 1-18.

\*\*\* 今日でも行われているかも知れないが、特に現代化運動の時代には、関数を入口と出口のあるブラックボックスに例えることが我が国のみでなく世界的に流行った。関数を変化と捉えてよいならば、合成関数の理解や説明のためにもわかりやすい。

\*\*\*\*この心象は動きを捨象した形式化(言語化)であるから代数と呼んだのであろう。現代の数学はどの分野もほぼ「代数化」されている。

文 献 (綴り，文字の大小は原文のまま)

- Bjorklund D. F., & Pellegrini A. D. (2002). *The Origins of Human Nature : Evolutionary Developmental Psychology*. American Psychological Association Press.
- Butterworth B. (1999). *What Counts : How every Brain in Hardwired for Math*. Free Press.
- Cosmides L., & Tooby J. (1992). Cognitive Adaptations for Social Exchange. In Barkow J., Cosmides L., & Tooby. (Eds.). *The Adapted Mind : Evolutionary Psychology and the generation of Culture*. Oxford University Press, 163-228.
- Cosmides L., & Tooby J. (1997). *Evolutionary Psychology: A Primer*. Retrieved January 1, 2004, from <http://www.psych.ucsb.edu/research/cep/primer.html>.
- Cosmides L., & Tooby J. (2000). Evolutionary Psychology and the Emotions. In *Handbook of Emotions* (2nd Edition), Lewis M., & Haviland-Jones J. (Eds.). Retrieved January 5, 2004, from <http://www.psych.ucsb.edu/research/cep/emotion.html>
- Dehaene S. (1997). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford University Press.
- Devlin K. (2000). *The Math Gene: How Mathematical Thinking Evolved and Why Numbers Are Like Gossip*. Basic Books.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer.
- Geary D. (2002). Principles of Evolutionary Educational Psychology. *Learning and individual differences*. 12, 317-345.
- Hazzan O. & Leron U. (1996). Students' use and misuse of mathematical theorms: The case of Lagrange's theorem. *For the Learning of Mathematics*, 16, 23-26.
- Kaput, J. & Shaffer, D. (2002). On the Development of Human Representational Competence from an Evolutionary Point of View: From Episodic to Virtual Culture, In Gravemeijer, K. Lehrer, R., Oers, B. van and Verschaffel, L., *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*. Kluwer, pp.269-286.
- Kleiner, I. (1989). Evolution of the Function Concept: A Brief Survey, *The College Mathematics Journal*. 20 (4), 282-300.

- Lakatos, I. (1978). *Mathematics, Science and Epistemology*. Philosophical papers Vol.2, Edited by J. Worrall and G. Currie. Cambridge University Press.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*. Basic books.
- Leron, U. (2003a). *Origins of Mathematical Thinking: A Synthesis*. Proceedings CERME3, Bellana, Italy, March. 2003. Retrieved January 5, 2004, from <http://www.dm.unipi.it~didattika/CERME3/WG1/papers/doc/TG1-leron.doc>
- Leron, U. (2003b). *Mathematical Thinking and Human Nature*. working paper for ICME10 Topic Study Group 28 ICME 10. Retrieved January 5, 2004, from <http://www.icme-organiser.dk/tsg28/Leron%20Human%20Nature.doc>
- Paz, T. (2003). *Natural Thinking vs. Formal Thinking: The Case of Functional Programming*. Doctoral dissertation (Hebrew). Technion-Israel Inst. of Technology.
- Pinker, S. (1997). *How the Mind works*. Norton.
- Pinker, S. (2002). *The Blank Slate: The Modern Denial of Human Nature*. Viking.
- Reiner, M. & Leron U. (2001). *Physical Experiments, Thought Experiments, Mathematical Proofs*. Model-Based Reasoning Conference (MBR'01), Pavia, Italy.
- Ridley, M. (2003). *Nature via Nurture: Genes, experience, and what makes us human*. Harper Collins.
- Tall, D. (2001). Conceptual and Formal Infinities. *Educational Studies in Mathematics*, 48 (2&3). 199-238.
- Vinner, S. & Tall, D. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limit and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (2), 151-169. (この論文は筆頭者が Tall, D. とされて ESM に記載されている)

#### 訳者あとがき

以上は次の論文の邦訳である。文献欄はそのまま引き写した。

**Uri Leron (2004); *Mathematical thinking and human nature : consonance & conflict*.**  
 Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway, July 14-18, 2004. Vol.3, 217-224.

本論文は、キース・デブリンの邦訳書「数学する本能」早川書房(原書は Kieth Devlin(2005); *The Math Instinct (Along with Lobsters, Birds, Cats, and Dogs*. Thunder's Mouth Press)の p.239 の脚注\*30 の論文らしい。らしいと言ったのは、この脚注ではこの著書・題名の論文が *Educational Studies in Mathematics (ESM)* に掲載の論文と記されている。ところが、発行年や巻・号、頁が記されていない。研究者の立場では文献の出所を明示しない著者・論文には最大級の不信感をもつ。論文題に魅力があり、秋田大学蔵書の ESM を探索したが本論文は見あたらなかった。程なく機会があつて上越教育大学高橋 等准教授にこの事情を話したところ、同名の論文が上記の通称 PME (The International Group for the Psychology of

Mathematics Education)の第28回国際会議論文集中に掲載されていることを探索し、複写の送付を受けた。その後、前記邦訳書の原著(上記の図書)を購入したところ、注の30(p.258)には論文題名に続いて Uri Leron, ICME, 2004 と記されていた。訳書のESMと原著のICMEは共に何なのか。原著者も訳者もでたらめである。ICMEの開催年にPMEの年会在若干時期をずらして近隣国・地域で開催されるのを常とし、活動的研究者は相当重複して参加するが、PMEとICMEとは全く別組織である。前者は世界的組織の学会名であり、年會を開催するのに対し、後者はIMU配下の組織ICMIが四年に一回開催する国際会議の名称である。数学教育研究、あるいはその研究者の軽視や無視と言わざるを得ない。

翻訳に関してもう一件述べると、邦訳書には日・米の代理店名と邦訳出版社名はあるが原著出版社名(上記のTMP)の記載がない。米国での出版における代理店の立場は知るつもりだが、原著出版社名の記載は図書出版には欠かせないか。訳者、及び邦訳書出版社にお聞きしたい。これで訳者に対する不信感が正方向に増幅された。邦訳文については別の機会に述べたので具体的に述べないが、とにかく原著を読むことを奨めたい。

この論文に注目したのは、数学教育の基礎的問題である数学教育とは何か、その場合の数学とは何かに対する私の抜き差しならぬ関心からである。邦訳は本論文を読み込みたいことから発したのだが、この方面に関心をもつ方々のため、未だ「新奇な」理論的枠組みであるEP(Evolutionary Psychology)の紹介に役立つと考えて「秋田算数・数学教育研究会」(平成19年7月7日)において訳を資料として提示した。より広く関心をもって頂きたく、若干の改訂を行い「翻訳」として東北数学教育学会年報に投稿することとした。

#### (English Abstract)

*Human nature had traditionally been the realm of novelists, philosophers, and theologians, but has recently been studied by cognitive science, neuroscience, research on babies and on animals, anthropology, and evolutionary psychology. In this paper I will show — by surveying relevant research and by analyzing some mathematical "case studies" — how different parts of mathematical thinking can be either enabled or hindered by aspects of human nature. This novel theoretical framework can add an evolutionary and ecological level of interpretation to empirical findings of math education research, as well as illuminate some fundamental classroom issues.*

(July 8, 2007)

東北数学教育学会年報 39(2008.3),