

「布盗人算（過不足算）」の授業記録に基づく研究

～多様な解法を可能にする問題の一例～

宮城教育大学

附属中学校 西城 祐子

概要：中学校第 1 学年「1 次方程式の利用」の学習において、数学を学習すること及び利用することのよさと楽しさを味わわせることを目的として、江戸時代に出版された「塵劫記」で取り上げられている「布盗人算（過不足算）」を題材に授業を行った。その授業記録から得られた課題を示す。

キーワード：1 次方程式、塵劫記、布盗人算、過不足算、多様な解法

1 はじめに

本論では「数学教育」に掲載された小論（[1]）において省略した授業記録の一部を提示し、それから得られた課題について述べる。授業で提示する問題については、生徒が古い時代の文化に思いを馳せ、解決意欲を高めることを期待し、さらに生徒がリラックスした雰囲気教師と対話をして問題把握が可能な問題をと考えた。提示した問題は教科書（[2]）の 277 ページで取り上げている「塵劫記」にある「布盗人算」をヒントにして次のような問題である。

「布盗人算」
 きぬぬすびとさん
 ぬす人橋の下にて布をわくるに人ごとに
 八反すつわくれば五反足らず
 七反すつわくれば十反余ると云て
 ぬす人何程 布数何程と云ふ
 「塵劫記」より作成

問題の把握後に、単に答えを求めようとするのではなく多様な解法を引き出すために「盗人の人数と布の反数（たんすう）をいろいろな方法で求めてみよう。」と生徒の活動を促した。多様な解法を取り上げ比較させることで、

- ・ 方程式をつくと答えが簡単にもとめられること
 - ・ つくった方程式とそれを解く過程の式の意味
- の二つを生徒に学ばせたいと考えた。

2 授業記録

自力解決の前に、多様な解法で解くことを促すために、さらに「今学んでいる方程式も使って考えてほしいけれど、方程式を使わない方法もぜひ考えてほしい。そうすることで、きっとみんなは今日の授業で、ある大切なことに気付くはずですよ。」と投げかけた。その結果、生徒からは以下の五つの解法（(ア)～(オ)）が示された。

- ・ (ア) と (イ) : 方程式による解法

<p>(ア) 盗人の人数を x 人とする</p> $8x - 5 = 7x + 10$ $8x - 7x = 10 + 5$ $x = 15$ <p>$x = 15$ を $7x + 10$ に代入し</p> $7 \times 15 + 10 = 115$ <p>答え：盗人 15 人、布 115 反</p>
--

<p>(イ) 布の数を x 反とする</p> $\frac{x+5}{8} = \frac{x-10}{7}$ <p>両辺に 56 をかけて分母をはらうと</p> $7x + 35 = 8x - 80$ $x = 115$ <p>$x = 115$ を代入して</p> $\frac{115+5}{8} = 15$ <p>答え：盗人 15 人、布 115 反</p>

(注) (イ) は分数式表示であるが、時間配分の都合で実際の授業では取り扱わなかった。

・(ウ)～(オ)：方程式以外の解法

(ウ) 8反ずつ分ける場合と7反ずつ分ける場合、それぞれに必要な布の数の差は、問題の条件より

$$10 - (-5) = 15 \text{ (反)}$$

一人当たりの差は

$$8 - 7 = 1 \text{ (反)}$$

盗人の人数は

$$15 \div 1 = 15 \text{ (人)}$$

※以下省略

(エ) 面積図にすると

↓
盗人 15 人

(オ) 線分図にすると

それぞれの解法について、生徒の発表説明の部分を以下で示す。

[発表説明の場面]

T1：それぞれの考え方を説明してもらいます。まず(ア)の考えから聞いてみましょう。

S1 (TN)：ぼくは方程式をつかって解きました。盗人の人数を x 人とする、8反ずつ分けると5反足らず、7反ずつ分けると10反余るというところから

$$8x - 5 = 7x + 10$$

という式ができました。あとは求めた盗人の人数を式に当てはめて、布の数を求めました。

T2：同じように考えた。人はどのくらいいますか。

→クラスの半数（20人）ほど挙手。

T 3 : もう一度この式がなぜできるかについて説明してもらいましょう。

S 2 (S I) : 盗人の数が分かれば布の数分かるので、8反ずつ分けると5反足らなくなるということだから $8x - 5$ となり、その答えが7反ずつ分けると10反余るということだから、 $8x - 5 = 7x + 10$ という式になります。

T 4 : 念のために確認します。左辺の $8x - 5$ は何を表していますか。

S 3 (全体) : 布の数。

T 5 : 同じように右辺の $7x + 10$ も布の数ですね。

T 6 : では次に方程式とは違う考え、(ウ)を説明してもらいます。

S 4 (CM) : ぼくは8反ずつ分けると5反足らず、7反ずつ分けると10反余るというところの5反足らないというのを -5 とし、10反余るというのを $+10$ と考え、 $10 - (-5)$ から差が15反と分かりました。そしてこのとき1反の差なので、 $15 \div 1$ をして15人。これを8反ずつ分けると10反足りなくなることに当てはめて布の数は115反と求めました。

T 7 : 質問はありませんか。

S 5 (IH) : なんで $15 \div 1$ をしたのですか。

S 6 (SS) : 1人に与えられる量の変動が1なので・・・。1人に与えられる量が -1 なので、そのとき8反ずつ配ると5反足りなくなり、7反ずつ配ると10反余るということから、つまり人数は、うーん・・・引くと15になる・・・。なぜ分かるかという変動が1つしかない。そこを確かめるためにも割らないといけない。

S 7 (KF) : じゃ9反と7反だったら差が2だから、2で割るってということ？

S 8 (SS) : どうだろ。やってみないと分からない。

T 8 : このことについてもう少し説明出来る人はいますか。

S 9 (AN) : さっきの質問ですが、差が2反だったら2で割ると思います。

15は余数の差で・・・盗人の数は変わらないで布の数が変わっている。布の数の差を求めると変わっている条件が分かる。

T 9 : 15の単位は何ですか。

S 10 (全体) : 人・・・？ 反・・・？

T 10 : 今盗人は何人いるか分からないけれど、8反ずつ分けた場合と、7反

- ずつ分けた場合の布の差は（図を板書しながら）？
- S 1 1（全体）：15反。
- T 1 1：（さらに図を板書しながら）8反ずつ配った場合と7反ずつ配った場合では布の数に差はありますか？
- S 1 2（全体）：ある。
- S 1 3（KF）：そういうことか！例えば1人だけいて、8反もらったときと7反もらったときでは1の差があります。それが15人いるのだから15反の違いになります。
- S 1 4（IH）：何で1で割るのかについて説明してください。
- S 1 5（KF）：例えば○○ちゃんが8反もらったとします。次に7反もらったとします。このとき1反の差でしょ。●●くんも同じようにもらったとします。そうすると2反の差になります。だから1人もらうと1反の差、2人もらうと2反の差、3人もらうと3反の差。だから15反あるから15人です。
- S 1 6（TK）：1反の差があって15反の差を1反で割ると何て言えばいいかな・・・割れば人数が分かる。
- T 1 2：それではこの考えについて質問はないですか。
いろいろと説明してくれました。次に（エ）の考えを聞いてみましょう。
- S 1 7（HS）：（TN）さんと同じ考えですが、私は面積図（（エ）のこと）と線分図（（オ）のこと）を使って考えました。8反ずつ分けると5反足らず、7反ずつ分けると10反余るところから、その差を求めると15反になって、7反と8反で分けた場合の布の差が15なので $15 \div 1$ をして15人が分かります。布の合計は縦と横をかけて

$$7 \times 15 + 10$$
で115反と分かります。線分図の方も同じように考えて、差が15反と分かりました。
- T 1 3：同じように図をかいて考えた人はどのくらいいますか。（数人挙手）
図から分かることもあるし、（HS）さんは「（TN）さんと同じ」と言っていました。図と式は合っているところもあるので、照らし合わせて考えてほしいと思います。今日はいろいろな考えを聞くことができましたが、どんな大切なことに気づきましたか。ノートに振り返りを書きましょう。

[学習感想から (ノートの振り返りから)]

○方程式よりも差で求める方が簡単なものもあって、反などが1つちがいで差を求める時は、反と人は変わらない大きさ。(注：これは「 $15 \div 1$ 」に関わることを述べていると思われる。)

○今日、江戸時代の問題を解いて、 x を使わず解くとけっこう大変で、方程式を使って解いた方が簡単だと思った。これからも方程式を積極的に使っていきたいです。

○ぼくは x などあると分かりにくいこともあったので今日の授業で x を使った方がやりやすいということが分かったけど、江戸時代の人には x などを使わずにやっていますすごいと思いました。

○ $7x + 15 = 8x$ でもできたなあと今思いました。 x を使った方が、 x の値を代入して別の値も求まるから良いと思いました。

○方程式を使っても使わなくても同じ計算をしている。

※傍線は筆者

3 おわりに

本授業において、S5 (IH) が「 $15 \div 1$ 」の意味を質問した場面は重要である。その場面ではS6 (SS) やS9 (AN) に説明をさせたが、どう表現していいか分からない様子があった。この場面では、一旦グループで話し合わせる必要があったと考える。そうすることで、より多くの生徒からS15 (KF) の「1人もらうと1反の差、2人もらうと2反の差・・・、だから15反では15人」のように「 $15 \div 1 = 15$ 」につながる説明を聞き、豊かな学びになったのではないかとと思われる。さらに「 $15 \div 1 = 15$ 」に単位を付けたら、図にしたりすることで、「 $15 \div 1$ 」が包含除であることに気付くことができたのではないかと想像される。あるいは、「 $15 \div 1$ 」の説明に困っていた場面では、授業者としてT11やT12において「包含除」の考えを想起させるような支援をし、さらに生徒の豊かな表現能力を引き出す必要があったと反省している。

授業終了後に書かせた生徒の振り返りからは「方程式を使う方が式を立てやすく、形式的に計算すれば答えが求められよい。」と述べるものが多かった。また、方程式を使わない考えから「つくった方程式を解く過程に現れる数値の意

味」に気付く生徒もいた。本実践をとおして改めて生徒の多様な考えや表現に気付くことができた。問題「布盗人算」(過不足算)は多様な解法を可能にする問題の一例であり、生徒の多様な考えや表現を導くために和算を題材とする問題についての一層の教材研究が必要であることに改めて気づいた。

参考・引用文献

[1] 西城祐子：「多様な解法を可能にする」、教育科学 数学教育、53 卷 12 号 (2012 年 11 月)、明治図書、p. 18-p. 21.

[2] 相馬一彦 ほか 17 名：「数学の世界 1 年」、大日本図書、平成 23 年 2 月 24 日検定済、平成 24 年 2 月 5 日初版発行

**A study on the lesson record
of “Kinu-Nusubito-Zan (Excess and Deficit Problem)”**

~ An example of a problem
for which various methods of solution are possible~

Miyagi University of Education

Affiliated Junior High School SAIJO Yuko

Abstract: In studying the use of linear equations, we carried out a practice lesson on the topic “Kinu-Nusubito-Zan (excess and deficit problem reckoning)” in “JINKŌKI” for the purpose of appreciating the merit and pleasure of learning and using mathematics. We show some subjects obtained from the lesson record.

Keywords: Linear Equation, JINKŌKI, Kinu-Nusubito-Zan,
Excess and Deficit Problem, Various Methods of Solution