東北数学教育学会　年報第44号　2013年3月31日

背理法の算数教材としての可能性について

ー小学校におけるモデリング授業の基礎研究としてー

大澤弘典（山形大学大学院教育実践研究科）
信夫智彰（山形大学大学院教育実践研究科2年）
佐藤智（山形大学大学院教育実践研究科1年）

要　約

本研究では，小学校算数での背理法に係る教材開発の可能性を，先行研究及び予備的な実験授業等の分析・考察により探った。その結果，次のことが分かった。（1）小学校算数の各領域において，背理法的な説明や証明に係る教材が少なからず内在する。（2）現行カリキュラム上の背理法の取り扱いは高等学校数Ⅰに位置づけられているが，小学校算数の授業において現実場面の問題解決を通した背理法の素地指導（一種のモデリング授業）が可能である。

キーワード：背理法，モデリング，十字問題，4手ジャンケン，ペンローズの三角形

1．研究の目的と方法

高等学校の学習指導要領（文部科学省, 2009）に基づき，平成24年度から背理法の取り扱いが変更された。具体的には，これまで数学Aで指導していた背理法を数学Ⅰで必修内容として指導することになった。この変更の背景には，日本数学会（2011）等から指摘されるように，生徒の論理的思考力（論理を正確に解釈する力や論理を整理された形で記述する力など）の低下という喫緊の課題の克服があろう。なお，かつて現代化が叫ばれ論理教育が重視された昭和44年度から昭和50年度の期間には，中学校の数学3年で背理法を指導した歴史的な経緯がある。現行の中学校数学の教科書でも，本文中ではないがコラムなどで発展的な話題として，「√2は無理数であることの証明」などに係って，背理法をささやかながらも取り上げている。

以上のような背理法の指導に係る状況を踏まえれば，中学校・高等学校の前段階である小学校においても背理法の扱いを積極的に検討することは，数学教育をより有意義に推進するための一つの研究課題と考える。

つまり，本研究の目的は小学校算数の授業における背理法に係る教材開発の可能性を明らかにすることである。また，本研究の方法・進め方として，背理法の指導に関する先行研究（池田，2011他）及び予備的な実験授業等の分析・考察により，小学校算数での背理法に係る教材開発の可能性を具体的に提示する。

2．背理法についての概観

（1）背理法の正しさ

最初に，背理法の正しさに係わって記号論理学的な視点から俯瞰する。数学の定理は「ある仮定pのもとで，結論qが成り立つ」の表現をもち，「p→q（pならばq）」の形の命題になっている。つまり，「p→q」を証明するとは「p→q」が真であることを示すことである（注1）。

～p∨qで定義される「p→q」が真であることを示す方法として，次に示すように直接法のほかに対偶法や背理法などが知られている。

・直接法

「p→q」が真であることを示す方法
（pを真であると仮定しqが真であることを示す。pが偽の場合は，qの真偽に係わらず「p→q」は真となる）

・対偶法

「～q→～p」が真であることを示す方法

・背理法

「p∧（〜q）」が偽になることを示す方法

次に掲げる表１の真理値より，対偶法および背理法の論理的な正しさを確認できる。

表１：真理表（直接法・対偶法・背理法）

p	q	~p	~q	p→q：~p∨q	~q→~p：(~q)∨(~p)	p∧(~q)
1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0

（１：真，０：偽）

上掲の真理表によらず，次のような式変形によっても，対偶法や背理法の正しさを保証できる。例えば，背理法の正しさは次のように証明される。

ここで留意すべき点として，これらの証明では命題ｐは真か偽のいずれか一方だけが成り立つという排中律が前提となっている。言い換えれば，ｐと〜ｐが同時に真になることもないし，偽になることもない。

$$
\begin{aligned}
p \to q &\equiv \sim p \lor q \\
&\equiv \sim (p \land (\sim q)) \\
&\not\equiv p \land (\sim q)
\end{aligned}
$$

なお，高等学校数学Ⅰの教科書（数研出版，p. 57, 2012）での背理法の定義は次の通りである。

ある命題を証明するのに，その命題が成り立たないと仮定すると矛盾が導かれることを示し，そのことによってもとの命題が成り立つと結論する方法がある。この証明法を背理法という。

（２）背理法の指導上における問題点

背理法の指導について，池田（2011 他）は高校における背理法の学習に関する問題点を，<生徒の観点>及び<教科書の観点>から次のように挙げている。

<生徒の観点からの問題点>

S1：背理法の正しさが実感できない。

S2：論理の表現と方法が適切でない。

S3：否定命題ができていない。

<教科書の観点からの問題点>

T1：数学Ａのみでしか取り扱わない。

T2：背理法の説明が天下り的である。

T3：対偶法との区別が明確でない。

さらに，背理法の指導に係るこれらの問題点を解消するために，池田は高校数学での指導を念頭に次のような教材①〜④の提案をしている。

①現実事象の場面を取り入れた導入教材

②命題「ｐ→ｑ」において，ｐを公理，ｑを定理とする公理体系を認識させる教材

③命題の証明を確実に表現させる教材

④命題の否定が確実にできる教材

本研究では，学習者（小学生）の発達段階や数学の有用性を感得させる等の観点を考慮し，特に池田の提案①:「現実事象の場面を取り入れた導入教材」に注視する。

つまり，現実事象の場面を題材に，背理法の素地指導として小学校算数の授業における教材開発の可能性を模索する。

（３）現実世界における背理法の有用例

現実事象の場面に生じた問題を解決する際，背理法を利用する場合がある。例えば，背理法の原理は犯罪事件のアリバイ証明（現場不在証明）など現実世界の問題解決に反映されており，児童はアリバイという文言を少なからず耳にしていると推測できる。

犯罪事件のアリバイ証明例を，記号論理学に照らして挙げれば次のようになる。

ｐ:「実行犯人は犯行時刻に犯行現場Ｂにいる」

ｑ：「Ａは実行犯人でない」

ここで，「容疑者Ａが実行犯人である（〜ｑ）」と仮定すると，容疑者Ａは事件の犯行時刻に犯行現場Ｂにいたはずである。

しかし，容疑者Ａが犯行時刻に犯行現場Ｂから離れたＣ場所にいたことが何らかの事実をもとに証明された。よって，同時に現場ＢとＣ場所に存在できないことから，容疑者Ａが実行犯人であることに矛盾する（「ｐ∧（〜ｑ）」：偽）。

つまり，容疑者Ａは実行犯人ではないと結論づけられる（「ｐ→ｑ」：真）。

我々は現実世界を生きていく上で，様々な問題解決をしなければならない。時に，上述のアリバイ証明のように，気分や思いつきによらない論理的な判断や意思決定を求められる。

端的に言えば，背理法は現実世界における問題解決で働く有意義な思考の道具の一つと言える。とりわけ背理法の特徴として，「結論 q の否定」を仮定する作業を伴うことから，直接的な証明が困難な不可能性の証明（瀬山, 2010）等に威力を発揮すると示唆される。

（４）背理法のモデリング過程における位置づけ

背理法は現実世界の問題解決に有効に働きうる道具であると前述した。ここでは現実世界の問題解決過程いわゆる数学的モデリング過程に，背理法はどのように位置づけられるのかを考察する。数学的モデリングの先駆的な研究者である三輪(1983)は，数学的モデル化（以下，数学的モデリングと呼ぶ）の過程の典型を図１のように示しながら，次の①～④のように捉えている。「それまでの経験・観察をもとにして，ある事象が要求するという認識があるという前提のもとで，

①その事象に光を当てるように，数学的問題に定式化する（定式化，注２）。

②定式化した問題を解く（数学的作業）。

③得られた数学的結果をもとに事象と関連づけて，その有効さを検討し，評価する（解釈・評価）。

④問題のより進んだ定式化をはかる（より良いモデル化）。

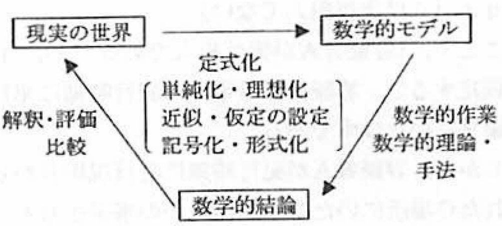


図１：数学的モデリング過程(三輪, 1983)

定式化では面前の現実問題（場面・事象）に対して，「どのような要因が関与するのか」は解決を進める上での一つの視点となる。その際，「より有効に働きそうな要因を選ぶ」，「自分自身の扱える要因を選ぶ」といった学習者の積極的な活動を見取ることができる（Osawa, 2004 他）。言い換えれば，「現実の反映としての現実性」と「数学的な処理の容易さとしての実用性」とのせめぎあいの活動を定式化の際に行っていると言える。定式化におけるこれらの活動を否定するわけではないが，少なからず物足りさも残る。これらの活動は当面する現実問題を肯定的に捉えることが前提となっており，適当な解答が必ず存在することを想定している。本来，未知な問題に出合った際は，「そもそも答えは存在するのか，しないのか」，「答えが存在するならば，いくつあるのか」といった解の存在性や一意性の吟味を含めて広く解決を図る構えやアプローチも必要となろう。たとえ結果として現実にはありえないと判明する場面や事象でも，当面，現実にありそうなことを現実問題として積極的に取り扱えるのでないか。このように数学的モデリングを広義に取り扱う立場に立てば，「不可能性を背理法で証明する」といった活動も数学的モデリング教材に含まれることになる。

つまり，本稿では現実に生じると想定される場面や事象を，広義に現実世界の問題として数学的モデリングの教材として取り扱うことを提案する。

また，背理法は数学的手法（証明法）の一つであるから，背理法の数学的モデリング過程での位置づけとしては，定式化された数学的モデルから数学的結論を導く段階における数学的作業と捉えられる。強いて，背理法を現実の場面や対象を否定して捉えた仮定（結論 q の否定）として見なせば，定式化の段階における「仮定の設定」などとも位置づけられる。

以上のような見解をもとに，本研究では小学校算数おける背理法に係る素地指導の指針として，現実世界の問題解決を通して，次の（ア）～（ウ）を児童に学ばせることを提案する。

（ア）場面 p と場面～p が同時に成立しないこと

（イ）「結論 q の否定」を仮定すること

（ウ）背理法が様々な現実場面で利用されていること

３．背理法の内在するモデリング教材例

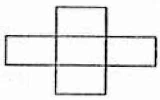
現行の学習指導要領（文部科学省, 2008）を踏まえれば，小学校算数で背理法を直接的に掲げて授業を展開することは一つの挑戦的な試みであり，

そのような実践は皆無であろう。しかしながら，実際の授業を注意深く見直せば，背理法に係わる算数的な活動が各指導領域に少なからず内在していると推測する。

以下，幾つかの事例を通して，背理法の教材としての可能性を検討する。

（1）十字問題

「数と計算」の領域で，盛山（2009）は次のような課題（以下，【十字問題】と呼ぶ）を取り上げて，国立小学校4年生1クラスを対象に算数の授業を実践している。

> 【十字問題】
> 1～5の数が1つずつあります。たてと横の数の和が等しくなるように右の□に数をあてはめましょう。
>
> 

盛山がどのように十字問題を開発したのかは不明であるが，次の図2のようなパズル遊びの一つである魔方陣を単純化して算数の題材にアレンジしたとも想像できる。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

図2：魔方陣の例（3×3型）

このように見取れば，十字問題は現実世界の文化的な遊びの一つを算数の土表に載せてみたものと解釈できる。つまり，十字問題を広い意味でモデリングに係る教材と捉えることができる。

盛山の報告によれば，この十字問題に対して次の図3のような解答が児童から発表されている。

	2	
3	1	4
	5	

	1	
2	3	4
	5	

	2	
1	5	4
	3	

図3：児童による十字問題の解答例

続いて，児童はそれらの解答を注視する中で，「真ん中（中央）に入る数が1か3か5であること」を帰納的に発見する。さらには，「どうして2と4は真ん中にこないの？」という問いが児童から発せられる。この問いをクラス全員で解決すべき新たな問題として取り上げ，授業者は授業展開を推進している。

この新たな問題に対して，児童Hは次の図4のように，真ん中に2を仮り置きし，すべての場合を検討して帰納的に解決している。

児童H：「例えば，真ん中が2の場合，たての□に1と3を入れると，横の□は4と5になるからダメです。たての□に1と4を入れると，横の□は3と5になるからダメです。たての□に1と5を入れると，横の□は3と4になるから，やっぱりダメです。だから，絶対に真ん中が2になることはありません」

×	1	
4	2	5
	3	

×	1	
3	2	5
	4	

×	1	
3	2	4
	5	

図4：真ん中が「2」の場合（絶対ありえない説明）

また，児童Lは次のような演繹的な説明により問題を解決している。

児童L：「1＋2＋3＋4＋5＝15だから，真ん中が2の場合は，15－2＝13で，1，3，4，5の和が13になる。13は2で割り切れないから，たてと横の和が同じにならない」

児童H及び児童Lは，真ん中が2の場合を仮定して論理展開している。その前提として，彼らは「真ん中に2はこない」場面と「真ん中に2はくる」場面の2つ場面が背反し，同時には起こりえないことを，暗黙のうちに認知していることが窺える。このように，離散的な現実問題（パズルの一種）である十字問題は，「場面pと場面～pが同時に成立しない」という排中律の認識を児童が深める好機になりうると示唆される。

また，結論として主張したい命題「真ん中に2はこない」を否定し「真ん中に2はくる」場合を仮定し，不合理を生じさせて見せた彼らの一連の算数的活動は，背理法の考えを表出させたものと評価できる。

つまり，十字問題は，前述の2(4)で掲げた背理法に係る素地指導の指針(ア)～(ウ)を満たしうる教材の一つと言える。

（２）４手ジャンケン問題

「数量関係」の領域で，信夫ら（2011）は次のような課題(以下,【４手ジャンケン問題】と呼ぶ)を取り上げ,国立小学校５年生 20 名を対象に実験授業を行っている（注３）。

> 【４手ジャンケン問題】
> ４種類の手でじゃんけんをしようとした場合，どの手を出しても勝率が同じになるような公平なルールにすることができるか。

なお，原問題の提示に際して，２人で勝負する場合についてのみ考えることとし，「あいこ」は同じ手が出たときだけに限定している。

通常，ジャンケンと言えば，グー，チョキ，パー「石，ハサミ，紙」の３手ジャンケンが，日本の文化として現実世界に根付いている。しかしながら，世界の国や地域を見渡せば，３手に限らないジャンケンの類も少なからず存在する。例えば，フランスでは次のような４手ジャンケン「石，ハサミ，葉，井戸」の文化も残存している（図５）。

・石（ハサミに勝つ）・ハサミ（葉に勝つ）
・葉（石，井戸に勝つ）・井戸（石，ハサミに勝つ）

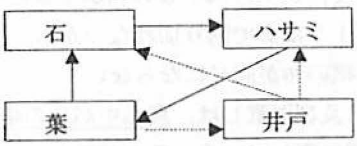


図５：４手ジャンケンの構造

上掲の４手ジャンケン問題文から分かるように，本実践では課題提示に際して,「４手ジャンケンでは公平なジャンケンができない（不可能である)」ことを，授業者から事前に明示していない。言い換えれば,「なぜ，できないのか」を考える前段階として，「提示された課題が解決可能か不可能か」を判断する活動も，児童の算数的活動として取り扱っている。教師から提示された４手ジャンケン問題に対して，ほとんどの児童は,「どうすれば公平ルールにすることができるか」の立場から肯定的に解決を図っている。具体的には，言葉による記述に留まらず，図（離散グラフ）やリーグ表などを用いて試行錯誤を重ねていた。

「公平なルールにすることができない（できそうにない)」と否定的に判断するまでに，多くの児童は少なからず時間を必要とした。何かの工夫をすれば，できるのでないか(解決可能である)と，授業の最後まで考えていた児童も見受けられた。

算数における一般的な提示課題の多くは，肯定的に解決可能な問題である。４手ジャンケン問題のような解決の可能性を問い，さらには解決不可能に帰着するような問題に，児童が取り組む機会はあまりない。したがって，児童の既習内容や経験（例えば３手ジャンケンは公平である）を踏まえれば，４手ジャンケン問題の不可能性を認知するまでには，かなりの心理的な抵抗があり，一定の時間を要するのは自然なことと考えられる。

このような心理的な抵抗を児童が乗り越え，４手ジャンケン問題の不可能性を認知するためには，それなりの根拠を彼ら自身が得なければならない。その根拠となるアイデアやヒントは,「どうすれば公平なルールにできるのか」という児童の肯定的な探究活動や,「公平なルールにできるのか，それともできないのか」という認識の揺れ動く中で，少なからず生み出される。

例えば，下図６のように児童Ｊはリーグ表で問題解決を試みている。彼は公平性を維持すべく，すべての手が１勝２敗になるようにリーグ表の作成を試みている。具体的な操作として，「チョキ」と「トゥース」の手を出した場合，両者を負けとして取り扱っている。しかしながら，図６中の書き直した痕跡から窺えるように，当初，彼は，「チョキ」が「トゥース」に勝つ意味の「○」印を書き，その後に「×」印へ書き直す操作をしている。彼の活動は，不可能性を認知するための積極的な葛藤や試みとして少なからず評価できる。

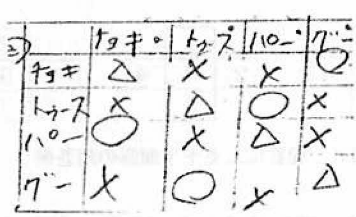


図６：リーグ表による解決の試み（児童Ｊ）

児童Ｊの示した積極的な葛藤や試みを，クラス全体で共有しながら吟味する授業展開が考えられる。そこでは「勝ち総数と負け総数が同数となる

事実」や,「1つの手で勝ち負け（場面pと場面～p）が同時に成立しないこと」等の認知を深めることになる。つまり，そのような全体での練り上げを通して，多くの児童は4手ジャンケン問題の不可能性をより深く認知できると想定できる。

また，次の図7は別の児童Mが4手ジャンケンの不可能性を言葉で説明しようとしたものである。

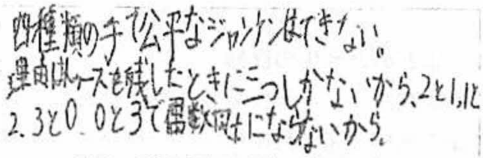


図7：不可能性の認知（児童M）

彼の説明には，4手ジャンケンが公平にできると仮定し（結論の否定を仮定し），1つの手（トゥースと呼ぶ)に着目すると不合理が生じるから，公平にできないという主張が内在している。彼の説明は完全な背理法の形式とは言えないが，背理法に繋がりうる活動として評価できる。

以上のことから，4手ジャンケン問題は前述の2(4)で掲げた背理法に係る素地指導の指針(ア)～(ウ)を満たしうる教材の一つと言える。

（3）ペンローズの三角形問題

「図形」の領域で，佐藤ら（2012）は次のような課題を取り上げ,国立小学校6年生13名を対象に実験授業を行っている。

【提示課題】

ペンローズの三角形（写真1）の特徴を調べよう。

写真1：ペンローズの三角形

上掲の写真1のように，ペンローズの三角形は3本の四角柱をそれぞれ直角に組み合せながら，全体で三角形を形成したものである。ペンローズの三角形を現実の3次元空間の物体として作ることは不可能である。ただし，ある角度から見たときだけペンローズの三角形のように見える物体を作ることは可能である（注3）。実際，写真1を別の角度から見れば，次に掲げる写真2のようにも見える。

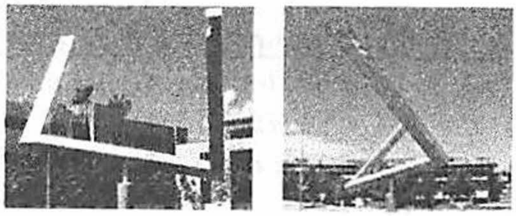


写真2：別の角度で見たペンローズの三角形

このようなペンローズの三角形の特徴に，本授業は着目した。つまり，本授業の目的は図形の観察を通して空間図形を様々な方向から見る必要性を児童に気付かせることである。

提示課題に対して，対象児童は配布された写真1に線を引いたり色をつけたりしながら考たり，3本の色付き割り箸を使い積極的に思考錯誤していた。これらの活動を通して，すべての児童は写真1のペンローズの三角形が図2のように一部分が接続していないことに気づくことができた。

本実験授業は図形領域に係わる新たな教材の一つとして，その可能性を示したと言える。

写真3：色付き割り箸による操作活動

本実験授業は図形領域に係る試みであったが，背理法の視点からの授業展開も考えられる。不可能性の証明を念頭に，上掲の提示課題を次のように書き直すことができる。

【ペンローズの三角形問題】

写真1のように，3本の四角柱をつなぎ合わすことができるか。

このペンローズの三角形問題に対して，論理的に整理された形で説明できるかを検討する。試しに，本授業で割り箸を使ってペンローズの三角形

が存在不可能であることを確認した児童の操作的活動を，数学的な説明に昇華させてみる。その結果，例えば次のようにペンローズの三角形に生じる矛盾を捉え説明できることが示唆される。

ペンローズの三角形の存在不可能性に係る説明例

①図８のような物体（ペンローズの三角形）が空間内に存在すると仮定する。

②図８を斜線部分とそれ以外の網掛け部分に分けて考える。

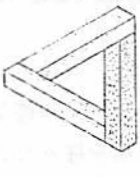


図８：ペンローズの三角形を分けて考える

③図８の斜線部分を考えると，図９左のように「高さ一定の空間」内にあるはずである。

（斜線部分が直方体に収まっているイメージ）

④しかし点線の円で示した接続部分に注目すると，網掛け部分の上部が図９右の「高さ一定の空間」に収まっていないことがわかる。

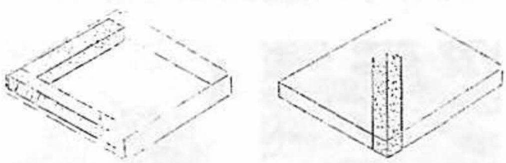


図９：斜線部分（左）・網かけ部分（右）の捉

⑤「高さ一定の空間」からはみ出した上部の一端に，無理に斜線部分の一端を接続しようとすれば，斜線部分が「高さ一定の空間」に収まらなくなり，説明③と矛盾する。

⑥このような誤りが生じたのは，説明①で，ペンローズの三角形が空間内に存在すると仮定したためである。

⑦従って背理法の考えより，ペンローズの三角形は存在しない。

上述のような説明には，「場面ｐと場面～ｐが同時に成立しないこと（④）」，「結論ｑの否定を仮定すること（①）」が内在している。また，一連の説明は，背理法の現実場面での利用例と捉えられる。以上のことから，ペンローズの三角形問題は，前述の２（４）で掲げた背理法に係る素地指導の指針（ア）～（ウ）を満たしうる教材の一つと言える。

３（１）～（３）の考察により，小学校算数の様々な領域で背理法に係わる授業展開が可能であることが分かった。

４．まとめと今後の課題

本研究では，小学校算数の授業における背理法に係る教材開発の可能性を，先行研究の文献及び予備的な実験授業等により探った。その結果，次のことが分かった。（１）小学校における算数の各領域において，背理法的な説明や証明に係る教材が少なからず内在している。（２）現行の数学カリキュラム上の背理法の取り扱いは高等学校数Ｉに位置づけられているが，算数の授業において現実場面の問題解決を通した背理法の素地指導（一種のモデリング授業）が可能である。

また，今後の課題として，本研究を通して得た知見などをもとに，背理法の素地指導として適切な算数カリキュラムモデルの構築を図っていく所存である。

注および参考・引用文献

注１）

日常的な表現における「ｐならばｑ」は，ｐを原因にｑを結果とする因果関係が少なくない。一方で，数学的な表現における「ｐならばｑ」には，必ずしも因果関係や時間差はない。

注２）

ここで言う定式化とは，現実世界から，単純化・理想化・近似・仮定の設定・記号化・形式化等により，式・グラフ等の数学的手段を使って表現した数学的モデルをつくることである。また，数学的モデリング過程は，単に事象に対する数学的モデルをつくるということにとどまらず，それを使って作業し，評価し，いっそう改良するという全過程を含むものとして解されることを強調している。さらにまた，それらの数学的モデリングの段階は，その順序通りに機械的に進むものでなく，ときに逆行や何回もの往復があり，ときに飛躍があると三輪は補足している。

注３）

４手ジャンケン問題の実験授業は，大澤が担当する山形大学大学院教育実践研究科の授業科目「教材開発と児童・生徒理解（数理系）」において，信夫智彰・外山旬・谷原一弥より実施された（実施日：2011年７月20日，授業者：谷原一弥）。

同様に，ペンローズの三角形問題の実験授業は，

佐藤智・五十嵐寛之・小山田夏美より実施された（実施日：2012年6月20日，授業者：佐藤智）。
注4）
ペンローズの三角形は，1934年に芸術家オスカー・ロイテスバルトにより考案されたと言われる。数学者ロジャー・ペンローズは，それとは独立に不可能性の最も純粋な形として考案し，一般大衆に広めた。本課題で用いた写真は，オーストラリアのパースに実際にあるオブジェを撮影したものである。
http://im-possible.info/english/articles/real/real3.html（最終閲覧日：2012年1月3日）

秋葉武夫．(1973)．背理法指導への一提案．日本数学教育学会誌，55(7)，pp. 13-17.
池田文男．(2011)．背理法の教材開発：大学生のための教師教育として．日本数学教育学会第44回数学教育論文発表会論文集，pp. 891-896.
池田文男．(2012)．背理法の教材開発の学習：大学生のアンケート調査に基づいて．日本数学教育学会第45回数学教育論文発表会論文集，pp. 995-1000.
Osawa, H. (2004). Development of applications and modelling by Action research in Japanese secondary school. In H. Henn and W. Blum(Eds.), *Pre-conference volume of the International Commission on Mathematical Instruction, study14: Application and modelling in mathematics education*. pp. 199-204.
大澤弘典．(2006)．数学教育における「現実世界の問題の教材化」に関する実践的研究．博士学位論文（東北大学）．
大島利雄ほか13名．(2012)．数学Ⅰ．数研出版．
信夫智彰．(2011)．不可能であることの証明から広がる数学的思考：4種類の手で公平なじゃんけんができるか考える活動を通じて．日本数学教育学会第44回数学教育論文発表会論文集，pp. 189-194.
盛山隆雄．(2009)．数学的な考え方を伸ばす：知識を活用する力としての考え方．算数授業研究，東洋館出版，第62号，pp. 18-19.
瀬山士郎．(2010)．不可能性を証明する．青土社．
日本数学会．(2012)．「大学生数学基本調査」に関する報告書．
三輪辰郎．(1983)．数学教育におけるモデル化についての一考察．筑波数学教育研，*2*, 117-125.
文部科学省．(2008)．小学校学習指導要領解説算数編．東洋館出版．
文部科学省．(2009)．高等学校学習指導要領解説数学編　理数編．実教出版．
山口昌哉．(2010)．数学がわかるということ．筑摩書房．

本研究は，平成24年度科学研究費補助金基盤研究(C)研究課題名「小学校における数学的モデリングの授業プログラム開発」（課題番号24531176）の一部として実施した。

On the reductio ad absurdum as arithmetic teaching materials

－A basic research of the modeling class in the elementary school－

OSAWA, Hironori & SINOBU, Tomoaki & SATOU, Satoshi

(Graduate School of Teacher Training Yamagata University)

abstract

In this paper, we searched for the possibility of the development of teaching materials that lay the reductio ad absurdum in the arithmetic class by some advanced theses and preliminary experiment classes. As a result, the following suggestions emerged. (1)Teaching materials related to the reductio ad absurdum exist in each area of arithmetic. (2)We can guide the reductio ad absurdum in foundation by the process of the problem solving of a real scene in the arithmetic class (a kind of modeling class).