

割合の 3 用法について

—最上流 算法天生法指南自序 より—

萬 伸介 (宮城教育大学名誉教授)

1. はじめに

会田算左衛門安明 (あいだ さんざえもんやすあき; 1747~1817) が文化七年[1810]に著した「最上流 算法天生法指南 (さいじょうりゅう さんぼうてんせいほうしなん)」(全五冊)の第一巻四丁オモテから八丁ウラに「算法天生法指南自序」がある。そのなかで会田は算術の重要な算法として「相消 (あいけす)」という概念を取り上げている。そして「相消」を詳しく解説をしているなかで「割合の 3 用法」に関わる記述があるのでその部分を紹介する。

2. 算法天生法指南自序 (一部分)

「和算の館」の和算書アーカイブの画像 166 「最上流 算法天生法指南」の「算法天生法指南自序」5 丁オモテ最終行 (10 行目) から 6 丁ウラ 9 行目までを抜き出し、それを横書きに換えたものを以下に示す。一行の字数は原文と同じにして改行をしている。漢字は現在使用されている字体に書き換え、片仮名合字も「コト」、「トモ」、「トキ」と書き換えている。

< 5 丁オモテ最終行 (10 行目) >

倍又算術ニ相消スト云コトアリ此相消ト云コト算法ノ

< 5 丁ウラ 1 行目から 10 行目まで >

目当ナリ此理ヲ悟リ得バ余ハ随テ得ツベシ仮如有
 米三十五石_此価金四十両間_金一両米相場何程_術曰
 以_価金四十両_除_有米三十五石_得_米相場八斗七升五
 合_合^ス、間^ニコレ尋常ノ算術ナリ此術意ニ依テ相消ト云
 コトヲ解^ルニ置_価金_乗_米相場_為_有米_寄^ル左即チ有米ヲ為^ル右

以相消ス

| | | |
|------------------|--------|------------------|
| 米 相 消 術 | 有 米 | 矩 合 的 消 |
|------------------|--------|------------------|

寄ル左モノモ有米ニシテ

右ヲ以テ相消スル者モ有米ナレバ即チ其理ハ消ヘ

テ空トナルナリ故ニ矩合的当ト云者ハ其理ヲ尽シ

テ空ニ掃リタル象チナリコノ空ニ掃スル処ハ算法

ノ枢機ナリ其矩合的当ハ空トナルタル象チナレトモ

< 6 丁オモテ 1 行目から 10 行目 >

算木ニ正負ノ二品アリ数ニ有数無数ノ二品アリ故

ニ矩合的当ヨリ其術ハ起ルナリ仮如有米三十五石

此価金四十兩間金一兩米相場幾何トキハ有米ト価金

トハ有数ナリ金一兩ノ米相場ハ無数ナリ故ニ矩合的

当ニ依テ有数ヲ用ヒテ無数ヲ求ムルナリ即チ以価

金除有米得米相場八斗七升五合合間ナリ又価金四十兩米

相場八斗七升五合間高米幾何ト云トキハ即チ置価金

乗米相場得高米三十五石合間ナリ又有米三十五石金一

兩米相場八斗七升五合間価金幾何ト云トキハ即チ置

有米以米相場除之得価金四十兩合間ナリ此三件ノ算

< 6 丁ウラ 1 行目から 9 行まで >

題ハ右一件ノ矩合的当ニ依テ其三術ヲ起スナリ殊

ニ矩合的当ヨリ起ル術ハ千萬ニ一ツモ違ヒアルコト

ナシ故ニ算術ニ志アル者ハ務メテ相消ト云コトヲ知

ルベシ相消ノ理ヲ知ラズシテ押付術ヲ用ヒル者ハ

ヤ
稍其理ノ深キ算題ニ逢ヘバ差フコトアリ且ツ己レモ

疑ヒヲ決スルコト能ハズ算法闕疑抄ノ如キハ其時代

ノ達算ナレトモ相消ノ理ヲ知ラズシテ片押シニ押付

タル術ナル故ニ稍其理混シタル算題ハ差フモノモ

アルナリ乃シ矩合的当ハ疑ヒヲ決スル定規ナリ

(注) 原文は縦書きである。よって、5丁ウラ6行目の

| | | |
|-------|-----|-------|
| 米 相 場 | 相 米 | 米 相 場 |
| 値 段 | 有 米 | 値 段 |

は(これを*)と引用することにする)、行の均衡を崩さないように縦書きのものを単に横にしたものである。

3. 解説と割合の3用法

会田は「自序」の5丁オモテ10行目から5丁ウラ1行目において、次のように述べている。すなわち

算術には相消すというものがある。この相消すということは算法の目当てである。この理を悟り得るならば、余りは随って得られる。

算術には「相消す(あいけす)」というものがあり、これは算法の目的である(問題を解くための目標である)。この理を理解したならば、後の事柄はこれより随って得られるものである、と述べている。

続いて例を示して「相消す」の理を説明している。その例は5丁ウラ2行目に記述されている

米35石の価金40両である。金1両の米相場はい可程かと問う。

という問題である。「価金40両」とは米35石の値段が金40両であるということの意味する。「金1両の米相場」は金1両に対する米の割合(米の石数)とのことである。問題を提示した後に解き方を「術曰」といって述べている。すなわち、5丁ウラ3行目から4行目に記述されている

価金40両で以て有米35石を除す(割り算する)と相場8斗7升5合を得て、これは間に合う。

である。「有米」とは米の石数が(35石と)与えられていることを表している。そして、会田は5丁ウラ4行目から6行目において

これは尋常の算術である。この術意によって相消すということを解かんとするには、価金を置いて米相場を乗じると有米となる。これを左に寄せ、有米を右に寄せるならば以て相消すにより

$$(\text{価金}) \times (\text{米相場}) - (\text{有米}) = 0$$

が得られる。

と記している。「左に寄せ」とはひとまず置いておくといことであり、「右によせる」とはその次に持ち出すことを表している。前述の(注)での(*)に示された「矩合(くごう)的当(てきとう)」（矩合が確かである）の「矩合」は「ゼロに等しい式」を示している。前述の(*)は数学の式表示では

$$(\text{価金}) \times (\text{米相場}) - (\text{有米}) = 0$$

となる。既知を意味する「有米」に限定しない表現へと変えると

$$(\text{価金}) \times (\text{米相場}) - (\text{米の石数}) = 0 \quad (**)$$

となる。

上記の矩合が「的当」であること、すなわち、「確かなことである」ことを5丁ウラ6行目から8行目において

左に寄せたものも有米であり、右(に寄せたもの)を以て相消すとするものも有米なれば、すなわち、その理は消えて空となる。

と述べている。(価金)の単位は「両」であり(米相場)の単位は「石/両」であるから、(価金) × (米相場)は「有米〇〇石」となる。これは問題で示されている有米(米〇〇石)と同じであるから、(価金) × (米相場)から(有米)を引き去ると、打ち消しあって「=0」という式(**)が成立するのである。「空となる」は「=0」の意である。そして、5丁ウラ8行目から10行目において

矩合的当というものはその理を尽くして空に帰するかたちである。この空に帰する処は算法の枢機である。

と述べている。「矩合的当」は理論に従って「=0」を導いたものであるから、このところが「算法の枢機」、すなわち、「算法のかんじんかなめの大切なところである」と主張している。5丁ウラ10行目から6丁オモテ2行目には

その矩合的当は空となるかたちであるけれども、算木には正負の二品(二種類)があり、数には有数と無数の二品(二種類)ある。故に、矩合的当よりその術は生起する。

と記している。「算木」は和算の計算用具の1つである。正の数を表す時には赤色の算木を用い、負の数を表す時は黒色の算木を用いることになっている。和算の計算用具としては算盤・算木とソロバンがある。「有数」とは「具体的な数値があたえられている既に知られている数、既知数」のこと、「無数」とは「具体的な数値が知られていない数、未知数」のことを表している。矩合的当(すなわち、「=0」という式)から出発して、数の正負・既知数・未知数に関わる算術が生じるというのである。

6丁オモテ2行目からは「割合の3用法」に関わる直接的な記述がされている部分である。

先ず、6丁オモテ2行目から6行目において

仮如（たとえば）、米35石が有り、この価金が金40両である。金1両の米相場は幾何と問うときは、有米と価金とは有数であり、金1両の米相場は無数である。故に、矩合的当に依って有数を用いて無数を求めるのである。すなわち、価金を以て有米を除し米相場8斗7升5合を得る。これは間に合う。

と記している。「米相場」は金1両当たりの米の石数を表す「割合」である。有米（米の石数、35石）と価金（米35石の値段、金40両）は既知であるから「有数」である。「米相場」は求める「未知数」であるから「無数」であるといっている。ここで記述されていることは「割合」を求めることである。米相場は価金で有米を除す（割る）ことで得られる、すなわち、米相場（単位は石/両）は有米（単位は石）を価金（単位は両）で割ったものである。 $35 \div 40 = 0.875$ より0.875石/両、すなわち、1両あたり0.875石である。0.875石は8斗7升5合である。計算するときには米の量の単位は「石」とし、得られた石数を「○石□斗△升▽合」などと換算することになる。

「比較量」は「米の石数」、「基準量」は「価金（値段）」、「割合」は「米相場」である。ここで記述されていることは「割合」を求めること、すなわち、「割合の第1用法」についての記述である。

次いで、6丁オモテ6行目から8行目において

又、価金は金40両、米相場は8斗7升5合のとき高米は幾何かと問うと云うときは、即ち、価金を置き米相場を乗じて高米35石を得る。これは間に合う。

と記している。「価金」と「米相場」は「既知数」である。そして、「高米」は「米の石数（米の石高）」のことで、ここでは「未知数」であるから「有米」と表現していないのである。高米は価金に米相場を乗じて得られる。すなわち、 $40 \times 0.875 = 35$ より米の石数は35石である。よって、ここでは「比較量」を求める「割合の第2用法」を記述しているのである。

そして、6丁オモテ8行目から10行目において

又、有米35石で金1両の米相場は8斗7升5合であるので価金は幾何と問うときは、即ち、有米を置き米相場を以てこれを除して価金40両を得る。間に合う。

と記している。米 35 石と米相場（金 1 両当たりの米の石数）8 斗 7 升 5 合は既知数として与えられているとき、価金を求めよということである。価金は、有米を米相場で除して（割って）、 $35 \div 0.875 = 40$ より 40 両と得られる。これは「基準量」を求める「割合の第 3 用法」のことである。

以上の具体例で説明したことをまとめて、会田は 6 丁オモテ 10 行目から 6 丁ウラ 3 行目において次のように述べている。

この 3 件の算題は右の（縦書きなので「右」と記しているが、「前述」の意）矩合的当に依ってその 3 術を生じた（生起した）ものである。殊に矩合的当より起こる術は千萬に一つも違いあることがない。

「米相場」を求めること、「米の石数」を求めること、「価金」を求めることの 3 件の問題はすべて前述の「矩合的当」、すなわち、式

$$(\text{価金}) \times (\text{米相場}) - (\text{米の石数}) = 0 \quad (**)$$

より生じるものである。(**) において、「未知数」を含まないものを「実級」に置き、含むものはそれを省いて「法級」に置く。(価金)、(米相場)、(米の石数) のうち 1 つを未知数とする 1 次方程式を得て、それを解くのである。すなわち、実級を法級で除して（割って）求めるものを得るのである。よって、間違いが起こる手法ではないといっているのである。会田は、もちろん「3 用法」とはしていないが、「3 術」と明確にいつており、彼の明快な「和算の手法」に対する言及は注目すべきものである。

(1) 「米相場」を求めること：実級には（米の石数）35 石が置かれ、法級には（価金）40 両が置かれる。よって、実級を法級で割って、求める（米相場）は（米の石数） \div （価金）で求められるのである。 $35 \text{ (石)} \div 40 \text{ (両)} = 0.875 \text{ (石/両)}$ であるから、金 1 両あたり米 8 斗 7 升 5 合である。

(2) 「米の石数」を求めること：実級には（価金） \times （米相場）の 40×0.875 が置かれる。法級には (**) 式の左辺の第 2 項より（米の石数）においてこの（米の石数）を省くと 1 が残ると見なして 1 を置くことになる（係数は -1 であるが、-1 と置いて後で符号を調整する手間を省くことにする）。よって、実級を法級で割って、（価金） \times （米相場） $\div 1 =$ （価金） \times （米相場）である。これより求める（米の石数）は $40 \times 0.875 = 35$ より 35 石と求まるのである。

(3) 「価金」を求めること：実級には（米の石数）35 石が置かれ、法級には（米相場）0.875（石/両）が置かれる。よって、実級を法級で割って、（米の石数） \div （米相場）より、 $35 \text{ (石)} \div 0.875 \text{ (石/両)} = 40 \text{ (両)}$ となる。これよ

り求める（価金）は40両となる。

そして、6丁ウラ3行目から9行目において

故に、算術に志ある者は務めて相消すということを知らなければならない。相消すの理を知らないで押しつけ術を用いる者は稍その理の深い算題に逢うならば差う（違う）ことあり、且つ、己も疑いを決することはできない。算法闕疑抄のごときはその時代の達算なれども、相消すの理を知らないで片押しに押しつける術である。故に、稍その理が混じる算題は差う（違う）ものもあるであろうが、矩合的当は疑いを決する定規である。

と記している。算術を学ぼうとする者は相消すということを知らなければならない、と会田は主張している。「相消」の理を知らないで「押しつけ術」を用いる者は難しい問題に遭遇したならば、間違いがあっても自分でそうだと決められないものである。「算法闕疑抄」はその時代には達者な計算を示した書であろうが、「相消す」の理を知らないで「押しつけ術」である、と批判している。「算法闕疑抄(さんぼうけつぎしょう)」は二本松藩士の磯村吉徳(いそむら よしのり：?～1710)が万世2年[1659]に刊行した和算書である。算法闕疑抄は「それまでの和算書の集大成といえるもので、多くの人に読まれた書である。」(「和算史年表」、30 ページ参照)。最後に「矩合的当」は算術手法に抱いた疑いを晴らす定規（基準となるもの）だとその重要性強調している。

3. おわりに

江戸時代の和算書に「割合の3用法」を明確に記述されていたことに著者は驚きを感じ、報告すべきことであると判断した。江戸末期から明治時代以降に西洋数学の影響を受けて「割合の3用法」・「比の3用法」という概念が明確化されたと思っていた者にとっては本当に驚きである。

会田は関流との論争でも知られており、自分の信じるところから発する他への強烈な批判精神は「算法闕疑抄のごときはその時代の達算なれども、相消の理を知らないで片押しに押しつける術である。」によく現れていると思う。

会田による「最上流 算法天生法指南」は大変教育的な著作であり、初学者にも算術の理が理解できるよう工夫した構成がなされている。彼のこのような算術に対する姿勢から、彼が矩合的当から割合の3用法を式変形に従って明確に記述することに到達したことは自然な流れの結果であると思う。そして、彼の割合の3用法に関する記述は十分に評価されるべきものである。江戸時代に「割合の3用法」を明確に記述した書は他にあるのか、著者には不明である。

例えば、藤井は「最上流算法天生法指南（全五巻）」の「自序」の部分において「割合の3用法」について触れていない。「割合の3用法」についての和算関係情報を持っている方がおられるならば、ご連絡をお願いしたい。

参考・引用文献

- ・佐藤健一・大竹茂雄・小寺裕・牧野正博「和算史年表」、東洋書店、2002.
- ・佐藤健一・安富有恒・疋田伸汎・松本登志雄「和算用語集」、研成社、2005.
- ・藤井康生「最上流算法天生法指南（全五巻）」、大阪教育図書、1977.
- ・日本数学教育学会出版部「新訂 算数教育指導用語辞典」、新数社、（新訂版第4刷）1999.
- ・「和算の館」和算書アーカイブ 166 算法天生法指南巻之一の画像

Three methods in relation to rate

—Described facts in “Sanpou-Tenseihou-Sinan”—

Yorozu shinsuke

(E-mail: s-yoro@staff.miyakyo-u.ac.jp)

Abstract: Let B , A and p be the base quantity, the quantity of be compared and the rate(or proportion), respectively. There are three methods in relation to A , B and p , that is,

- ・ The first method: $p = A / B$,
- ・ The second method: $A = B \times p$,
- ・ The third method: $B = A / p$.

These three methods are technical terms for teaching. We found description of the three methods in wasan's book: “Sanpou-Tenseihou-Sinan” which was published in the Edo period (1810; Bunka 7). The author of this book is AIDA Yasuaki, who is one of famous mathematicians “wasan-ka”. We show the described facts in “Sanpou-Tenseihou-Sinan”.

Key words: Three methods in relation to rate, Wasan, AIDA Yasuaki, Sanpou-Tenseihou-Sinan,