秋田大学教育文化学部研究紀要　教育科学部門　74　pp. 47 ～ 53　2019

数学教育における教材研究と授業改善の研究Ⅶ

― 児童の見積数処理が可能な数の範囲と判断 ―

佐藤　　学・藤原　克敏・平塚　　定・安井　敦子・椎名美穂子・小松田哲也・眞壁　　豪

Development of teaching materials in the study of Mathematics Ⅶ

− Research on the range of numbers that can be processabled to the Estimats number and the processing judgment −

SATO, Manabu; FUJIWARA, Katsutoshi; HIRATSUKA, Tadashi; YASUI, Atsuko;
SHIINA, Mihoko; KOMATSUDA, Tetsuya; MAKABE, Tsuyoshi

We will clarify the range and judgment of the number of children who can process the Estimated the number.

We conducted a survey on children of grade 1st to 3rd by Elementary school.

Result of investigation, Grade 1st and 2nd children are "Overall view". But,Grade 3rd children are "Decomposition view".

We must consider the relationship between guidance of Numerical calculation and guidance of Number calculation.

Key Word : Estimats number, Overall view, Decomposition view

Ⅰ　研究の経緯と本稿の目的

本研究は，見積数[註1]を捉えて行う繰り上がりのある１位数＋１位数の加法とその逆の減法の計算（筆算形式が数を縦に配置することに対し，数を横に配置することから，以下，「横式計算」とする）によって学び得る数学的な見方・考え方や数学的な知識・技能を汎用的に用いることができるよう，指導上の問題点を明らかにし，その手立てを議論することである。

これまでの研究において，横式計算の指導意義を検討し，実用的，系統的，陶冶的に価値があることを示してきた（佐藤・他，2015）。次に，指導の十全を図るため，計算過程における児童の数の理解について実態と様相を考察し，被加数については「全体的見方[註2]」と「分解的見方[註3]」の２つの見方があること，数と計算の学習経験に伴い「全体的見方」から「分解的見方」へと段階的に変容していることを捉えた。また，被加数が 15 未満の場合，見積数を捉えること（以下，「見積数処理」とする。見積数処理は 16 であれば 20, 22 であれば 30 と，１つ上の何十に切り上げる処理をいう）が困難な児童の存在も明らかにした（佐藤・他，2016a）。

見積数処理の困難は，被加数の２つの見方の自在性を阻む要因となることから，本稿では，児童の見積数処理が可能な数の範囲と判断を明らかにする。

Ⅱ　研究の内容

１　問題の所在

横式計算は，図１（「16 ＋８」の場合）のように，被加数を２つの数に分解し，その一方の数を加数に加え，見積数をつくって計算する。

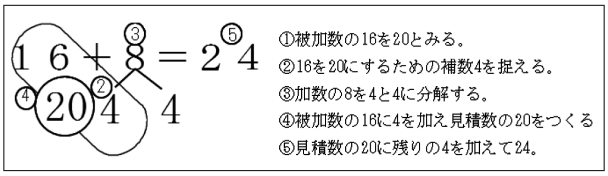


図１

これまでの調査から，計算過程において数を見積もる場合，例えば 18 ＋３であれば，18 の見積数は 20 であると捉えて，加数の３を補数である２と１に分解して計算を行う児童が多い一方で，被加数が 15 未満である 13 ＋８や 12 ＋９の場合，被加数を見積数の 20 にするための補数（13 ＋８では７，12 ＋９では８）を捉えることに困難を示す児童も多く見られた。

横式計算には加数分解と被加数分解の２つの方法があり，一般的には「８＋６」のように「被加数＞加数」の場合は加数分解が処理しやすく,「６＋８」のように「被加数＜加数」の場合は被加数分解が処理しやすいとされる。こうした１位数＋１位数の計算に見られる傾向を踏

まえると，２位数＋１位数の場合は，図２のように，加数を見積数にして計算する児童も存在すると考えられ，児童の見積数処理が可能な数の範囲があるものと推定できる。

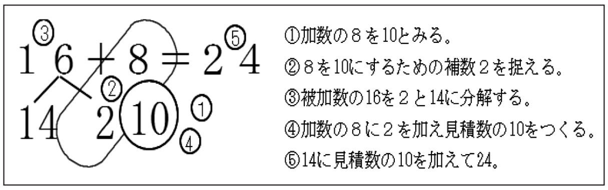


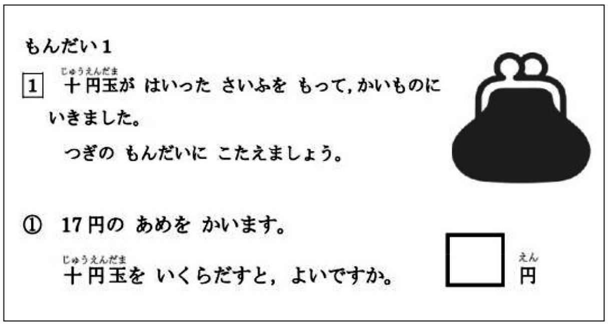
図２

こうした数の範囲に加え，どのような判断に基づいて数を処理しているのか，数の見方は学年によっていつどのように変化していくのかなどといった点を明らかにすることを目的として，第１学年～第３学年の児童を対象とした調査を行った。

Ⅲ　調査の実施と分析

１　調査問題（児童の見積数処理が可能な数の範囲と判断を明らかにする）

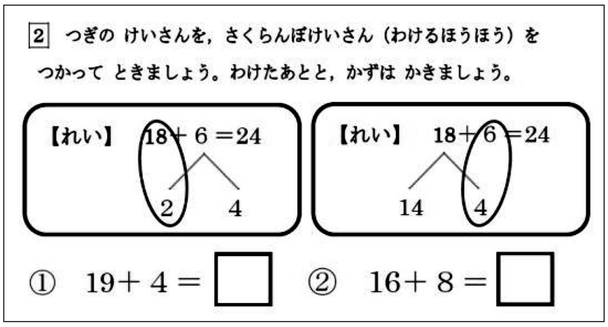
ア．見積数を捉える力（調査問題 A 1，調査問題 B 1）



問題例１

見積数処理するため，数をまとまりで捉えることができるかを意図し，問題を作成した。数をまとまりで捉えることを，具体的にイメージできるように，素材は十円玉にした。一の位の数による難易の範囲を明らかにするため，複数の問題を網羅的に配した（参考資料１，参考資料２）。

イ．被加数と加数を見て見積数を判断する力（調査問題 A 2，調査問題 B 2）



問題例２

被加数と加数を見て，いずれの数を見積数処理しようと判断するのかを意図し，問題を作成した。その判断の説明は，児童が慣れている方法（いわゆる「さくらんぼ計算」の表記方法）で行うことにした。アと同様に，網羅的に複数の問題を配した（参考資料１，参考資料２）。

２　調査の実施

調査は，2016 年２月に，秋田県，東京都，大阪府の公立小学校第１学年から第３学年の児童 640 人を対象に実施した。それぞれの学年における指導内容の大半を終えた時期が調査に適すると考え，この時期に実施した。

３　調査の結果

ア．見積数を捉える力

「見積数を捉える力」の調査における切り上げ処理（16 の場合，20 と見る）の反応率を見ると，平均反応率では，第１学年は 67 ％であったのに対して，第２学年は 86.9 ％，第３学年は 88.9 ％と，見積数を捉える力が第２学年から高くなっている（表１）。個別の反応率も，同様に第２学年から高くなっている。

一方，切り捨て処理（16 の場合，20 ではなく一の位

表１　各学年における切り上げ処理と切り捨て処理の反応率（％）

処　理	学年	被　加　数								平　均 反応率
		16	17	25	28	31	33	42	44	
切り上げ	１年	65.5	74.3	61.8	74.3	62.7	71.6	61.8	68.8	67.6
	２年	93.3	87.9	89.6	82.6	89.6	81.8	88.1	82.6	86.9
	３年	86.2	92.9	85.5	92.9	85.5	91.3	84.3	92.1	88.9
切り捨て	１年	21.8	13.8	20.0	11.0	23.6	13.8	22.7	15.6	17.8
	２年	1.5	9.1	3.0	8.3	3.0	9.8	2.2	10.6	5.9
	３年	3.1	3.1	3.1	3.1	3.8	4.7	3.1	3.9	3.5

の６を切り捨てて 10 と見る）の反応率を見ると，第１学年は 11.0 ～ 23.6 ％であったのに対して，第２学年，第３学年が６％未満と低くなっている。第１学年では，数を構成的に捉えて（例えば，16 の場合では，10 と６で 16 と捉える），10 を意識する傾向にあると考えられる。

さらに，第１学年の反応率に注目すると，１位数が５以上の場合（16，17，25，28）であれば，61.8 ～ 74.3％が切り上げ処理をしている。これは，見積りの学習が未習であることを踏まえると，高い反応率といえる。多くの児童が生活の中で見積る方法を身に付けていると考えられる。

イ．被加数と加数を見て見積数を判断する力

表２　被加数と加数を見て見積数を判断する力の反応

問題	被加数分解								加数分解								無解答
	類型	例１		例２		正誤	被加数分解における割合(%)	被加数分解した割合(%)	類型	例１		例２		正誤	被加数分解における割合(%)	被加数分解した割合(%)	全体における割合(%)
①19＋4	ア	13	6			○	33.0	25.4	ア	1	3			○	78.2	71.4	3.2
	イ	10	9				40.8		イ	3	1				1.7		
	ウ	15	4				5.8		ウ						0.0		
	エ	9	10				5.8		エ						0.0		
	オ						0.0		オ						0.0		
	他						14.6		他						3.5		
	半						0.0		半						16.6		
②16＋8	ア	14	2			○	49.1	26.2	ア	4	4			○	92.0	64.4	9.1
	イ	10	6				35.8		イ	4	2				1.1		
	ウ	4	12				2.8		ウ	3	5				2.3		
	エ						0.0		エ	2	4				1.5		
	オ						0.0		オ						0.0		
	他						6.6		他						3.1		
	半	8	8	3	3		5.7		半						0.0		
③15＋6	ア	11	4			○	39.1	21.5	ア	5	1			○	75.8	69.4	9.4
	イ	10	5				43.7		イ	4	2				4.6		
	ウ	1	14				2.3		ウ	2	4				3.6		
	エ	7	8				2.3		エ	1	5				1.8		
	オ	12	3				3.4		オ	5	4				1.8		
	他						8.0		他						1.4		
	半	5	5				1.1		半	3	3				11.0		
④24＋8	ア	22	2			○	49.5	22.5	ア	6	2			○	73.8	62.2	15.3
	イ	20	4				30.8		イ	3	5				2.0		
	ウ						0.0		ウ						0.0		
	エ						0.0		エ						0.0		
	オ						0.0		オ						0.0		
	他						13.2		他						6.7		
	半	12	12				6.6		半	4	4				17.5		
⑤23＋9	ア	22	1			○	39.2	24.0	ア	7	2			○	75.4	58.3	17.8
	イ	20	3				36.1		イ	4	5				8.9		
	ウ	2	21				2.1		ウ	5	4				5.5		
	エ	12	11				3.1		エ	8	1				3.0		
	オ	10	13				2.1		オ	1	8				1.3		
	他						17.5		他						5.9		
	半						0.0		半						0.0		
⑥32＋9	ア	31	1			○	50.6	21.0	ア	8	1			○	77.0	51.6	27.4
	イ	1	31				3.5		イ	1	8				2.4		
	ウ	30	2				32.9		ウ	5	4				7.7		
	エ						0.0		エ	4	5				7.2		
	オ						0.0		オ						0.0		
	他						12.9		他						5.7		
	半						0.0		半						0.0		

他：その他
半：８を４と４，６を３と３というように数を等分処理しているもの

① 大きい数で見積る

例えば，「19 ＋ 4」の場合，被加数の 19 を見てこれを 20 にしようと加数の 4 を 1 と 3 に分解する「加数分解」の方法と，加数の 4 を見てこれを 10 にしようと被加数の 19 を 3 と 6 に分解する「被加数分解」の方法の 2 つが考えられる。これについて「被加数と加数を見て見積数を判断する力」の調査を見ると，被加数を見て加数分解を正しく処理した反応率は 71.4 %，加数を見て被加数分解を正しく処理した反応率は 25.4 %である。「19 ＋ 4」の場合は被加数の 19 を見積数処理することが易しいと考えられるが，「16 ＋ 8」や「24 ＋ 8」「32 ＋ 9」のように，加数を見積数処理することが易しいと考えられる場合でも，被加数を見て加数分解を正しく処理した反応率が，加数を見て被加数分解を正しく処理した反応率を上回っている。つまり，児童は，2 つの数のうち大きな数に着目して見積数処理をする傾向にある。これにより，佐藤・他（2016a）の「全体的な見方」をする傾向があることを確認することができる。

なお，1 位数同士の計算では，「9 ＋ 5」のように被加数＞加数の場合は，被加数を見て加数分解する反応率が加数を見て被加数分解する反応率を上回り，「5 ＋ 8」のように被加数＜加数の場合は，加数を見て被加数分解する反応率が被加数を見て加数分解する反応率を上回るという異なる傾向を見せる（表 3）。1 位数＋ 1 位数については，被加数，加数の区別でなく，見積数にしやすい数を処理することができるが，2 位数＋ 1 位数になると，一の位の数が 5 以上であっても，大きい数である 2 位数を見積数処理することが分かった。児童が数の大きさを意識しているものと考えられる。

表３　第１学年における加数分解と被加数分解の反応率（%）

	加数分解	被加数分解
9＋5	73.4	26.6
8＋7	60.6	34.9
7＋6	64.2	33.0
5＋8	36.7	56.9
4＋7	28.4	66.1
3＋9	28.4	64.2

②　分解的見方（筆算の習熟による「分解的見方」の定着）

19 を 10 と 9 というように位ごとに数を分けて見る「分解的見方」は，調査問題では，次の計算過程に進めず意味がない。しかしながら，第 1 学年では 6.3 ～ 10.8 %の反応率が見られる（表 4）。第 2 学年では 1.5 ～ 3.7 反応率は低下するが，第 3 学年で 11.3 ～ 17.6%と増加している。これは，筆算の習熟が進むことにより，位ごとに数を分けて見る「分解的見方」が定着していったことの弊害と見ることができる。

③　全体的見方の定着

「全体的見方」は学年が上がるにつれ理解の定着が図られる，または同程度の反応率が見られると考えていた。しかし，第 2 学年が 53.3 ～ 71.1 %であるのに対して，第 3 学年は 30.8 ～ 62.9 %と下回っていた（表 5）。

④　等分分解の増加

加数分解，被加数分解の方法などを詳細に分析すると，8，6，4 といった偶数について等分する分解したり，または等分に近い数に分解（7 であれば，4 と 3 に分解）する反応が見られた（表 6）。この分解は，学校現場でもしばしば話題になるものであることから，「等分分解」と名付け，注目したい。

「16 ＋ 8」の場合，等分分解は正答であることから，各学年とも高い反応率である。しかし，それ以外の計算では，等分分解をしても解決できない。第 1 学年では 0.9 ～ 7.2 %（「16 ＋ 8」の反応率を除く）と低くなっている。しかし，第 2 学年では 2.2 ～ 5.9 %（「16 ＋ 8」の反応率を除く），第 3 学年にいたっては 14.4 ～ 21.4 %（「16 ＋ 8」の反応率を除く）と，増加している。

数を分解することは，次の処理に向けて数を捉えやすい形に直す主体的な活動である。等分分割には，数を等分できることの美しさがあると思われるが，次の処理は限定的である。第 2 学年において分割分数を学習していることのよさと，その裏返しの弊害が現れたと考える。

⑤　考察

これまでの分析から，児童は，1 位数＋ 1 位数の場合では見積数にしやすい数を処理しているのに対して，2 位数＋ 1 位数の場合では大きい数の 2 位数を見積数処理することが第 2 学年で判断できるようになるが，その後は学年が上がるにつれ「全体的見方」の定着が進むとは限らないことの 2 点を明らかにした。また，「分解的見方」の定着や等分分解の増加についても，明らかにした。

Ⅳ　指導上の示唆

前回の研究では，児童の変容過程について最終的な到達を全体的な見方とすることを理想としていた。しかし，今回の調査から「分解的な見方」に留まる可能性が推察することができた（図 3）。このことを踏まえ，「本計算に関する児童観」「指導観」「カリキュラム観」を視点にして指導上の示唆を述べる。

1　本計算に関する児童観

第 3 学年で「分解的見方」をする児童が多くなることは，横式計算を指導する際に多くの時間を筆算による計

表4　各学年における分解的見方の反応率（%）

学年	19＋４	16＋８	15＋６	24＋８	23＋９	32＋９
１年	9.9	10.8	9.9	6.3	8.1	6.3
２年	2.2	3.0	3.7	2.2	2.2	1.5
３年	17.6	13.8	13.8	11.3	14.5	11.9

表5　各学年における全体的見方の反応率（%）

学年	19＋４	16＋８	15＋６	24＋８	23＋９	32＋９
１年	55.0	50.5	50.5	44.1	39.6	36.0
２年	71.1	62.2	67.4	56.3	57.8	53.3
３年	43.4	62.9	41.5	38.4	35.2	30.8

表6　各学年における等分分解の反応率（%）

学年	19＋４	16＋８	15＋６	24＋８	23＋９			32＋９		
	２と２	４と４	３と３	４と４	４と５	５と４	計	４と５	５と４	計
１年	7.2	50.5	2.7	1.8	0.0	0.9	0.9	0.0	0.9	0.9
２年	5.2	62.2	2.2	5.9	3.7	0.7	4.4	2.2	3.0	5.2
３年	20.8	62.9	15.7	21.4	10.1	6.9	17.0	7.5	6.9	14.4

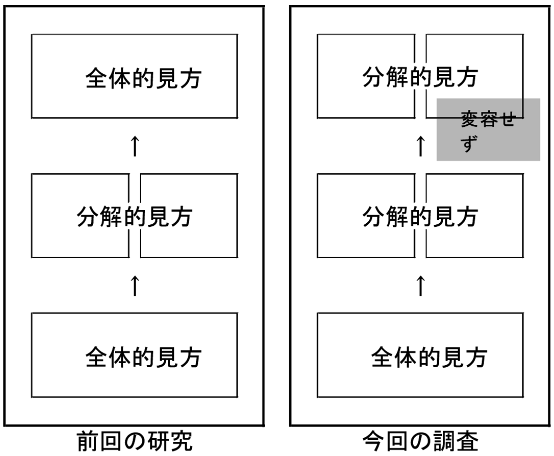


図3

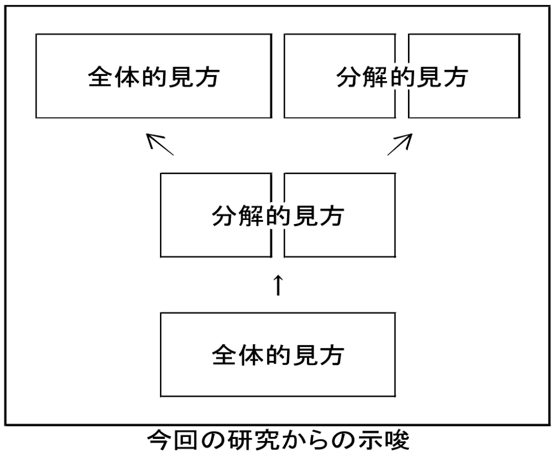


図4

算に当てていることに起因している。もちろん「全体的見方」と「分解的見方」を理解し，それぞれのよさを知った上で，児童が自分なりの根拠をもっていずれかの見方をするのであればよい。しかし，「大きな数をこわさず，数を全体的に見て計算した方がよい」という場面の経験や意識の形成が不十分なまま，「分解的見方」を優先するのは，両者の見方を自在とする多様な見方に基づく数感覚は育ちにくい。やはり，見積数を「全体的見方」と「分解的見方」の両方のよさを味わわせた上で，「この計算は△△だから，〇〇の方法を使う」と判断する児童を育てることが肝要である（図４）。

２　指導観

２位数＋１位数の計算について，筆算に限定した指導が行われると，23 という数を分解して位ごとに数を見る「分解的見方」に偏り，児童がもともともっているであろう数の「全体的見方」を壊している可能性がある。児童がもっている「全体的見方」を学習に生かすために，第１学年及び第２学年のいずれかにおいて，２位数＋１位数を横式計算で行う方法を考える学習を，意図的，計画的に実施する必要がある。

3　カリキュラム観

横式計算の指導は，第３学年以降の「暗算」や「見積りを活かした計算の工夫」などの学習において，「数と数の関係」を捉え，考えながら計算することが期待できる。「全体的な見方」で数をイメージすることは，機械的に計算するのではなく，どんな数か，どんな計算方法がよいか判断して行われるものであることから，主体的な活動である。また，自らが行っている計算方法について，「対話的な学び」の中で精緻化し，数学的に価値付けることは，立派な文化的営みである。さらに，自らが考えたことを数学的に価値付けられ，認められるという経験は，算数・数学を通して人間を育てるということでもあり，教育的にも意義あることと考える。

Ⅴ　今後の課題

本研究の目的は，調査問題等を通して，被加数と加数を見て見積数を判断する力を育成するための指導上の課題を見いだし，第１学年から第３学年のカリキュラムに，段階的に位置付けていくことである。

第１学年，第２学年が「全体的見方」をしていることに対して，第３学年では，「分解的見方」をしていく姿が見い出された。これは筆算の指導が進んで行くに従って，数を見積もって捉えていく能力と，加数を分解する手続き的な知識が優位に立ち，何らかの要因で見積もる力と手続き的な知識との均衡が崩れたためではないかと考えられる。さらに分析し両者の均衡を保つカリキュラムを検討していく必要がある。

◆

本稿は，７名による共同研究である。総括を佐藤が行い，第１章を佐藤，第２章を平塚，第３章を椎名･藤原･安井，第４章を小松田・眞壁が担当した。

付記

本研究は，2016 年８月３日に行われた第98 回全国算数・数学教育研究（岐阜）大会の発表である佐藤・他（2016b）の内容を大幅に加筆・修正したものである。

謝辞

本研究の調査にあたりご協力いただきました秋田県，東京都，大阪府の公立小学校の教員・児童の皆様に感謝申し上げます。

ありがとうございました。

註

1　見積数（みつもりすう）
本研究が対象とする２位数＋１位数の計算では，被加数を後の計算処理が易しくなるよう，被加数を超える最も近い何十の数に見積る。この見積りした数を，被加数の見積数（a ＞ 10，b ＞ 0，E ＞ 0，n ＞ 0 のとき，a + b = E，E = 10 n）としている。（佐藤・他，2016a）

2　全体的見方
本研究が対象とする２位数＋１位数の計算において，被加数を分解することなく，数をありのまま捉える見方をいう。（佐藤・他，2016a）

3　分解的見方
本研究が対象とする２位数＋１位数の計算において，被加数を，位毎の数で分解して見ることをいう。これまでの研究では，分割的見方（佐藤･他，2016）と表現してきたが，「分割」の場合，英訳した際に除法を意味する division が宛てられることを見直し，「分解（decomposition）」に修正することにした。

文献

佐藤学, 眞壁豪, 安井敦子, 平塚定, 椎名美穂子, 藤原克敏（2015）：数学教育における教材開発の研究Ⅲ－小学校算数科『補数』の考えを広げる教材の開発－，秋田大学教育文化学部研究紀要，70 巻，105 ～ 111 頁

佐藤学・藤原克敏・平塚定・安井敦子・眞壁豪・椎名美穂子（2016a）：計算過程における児童の数の理解に関する調査研究－補数の考えを２位数＋１位数に広げて行う計算－，日本数学教育学会誌，98 巻２号，２～ 10 頁

佐藤学・藤原克敏・平塚定・安井敦子・眞壁豪・椎名美穂子（2016b）：児童の見積数に処理可能な数の範囲と判断に関する研究，第 98 回全国算数・数学教育研究（岐阜）大会発表資料

調査問題A

上向台小	年　組　番	名前

せんせいの　おはなしを　きいてします。

もんだい１

1 **十円玉が　はいった　さいふを　もって，かいものに　いきました。**
つぎの　もんだいに　こたえましょう。

① **17円の　あめを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

② **28円の　チョコレートを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

③ **33円の　ガムを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

④ **44円の　せんべいを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

おわったら，えんぴつを　おきましょう。

年　組　番

もんだい２

2 **つぎの　けいさんを，さくらんぼけいさん（わけるほうほう）を　つかって　ときましょう。わけたあとと，かずは　かきましょう。**

【れい】 8＋6＝14　10　2　4

【れい】 8＋6＝14　4　4　10

① 9＋5＝□　② 8＋7＝□

③ 7＋6＝□　④ 5＋8＝□

⑤ 4＋7＝□　⑥ 3＋9＝□

おわったら，えんぴつを　おきましょう。

調査問題A

参考資料1

調査問題B

新東三国小	年　組　番	名前

せんせいの　おはなしを　きいてします。

1 **十円玉が　はいった　さいふを　もって，かいものに　いきました。**
つぎの　もんだいに　こたえましょう。

① **16円の　せんべいを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

② **25円の　あめを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

③ **31円の　ガムを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

④ **42円の　チョコレートを　かいます。**
十円玉を　いくらだすと，よいですか。 □ 円

おわったら，えんぴつを　おきましょう。

年　組　番

2 **つぎの　けいさんを，さくらんぼけいさん（わけるほうほう）を　つかって　ときましょう。わけたあとと，かずは　かきましょう。**

【れい】 18＋6＝24　2　4

【れい】 18＋6＝24　14　4

① 19＋4＝□　② 16＋8＝□

③ 15＋6＝□　④ 24＋8＝□

⑤ 23＋9＝□　⑥ 32＋9＝□

おわったら，えんぴつを　おきましょう。

調査問題B

参考資料2