

# 発展的思考・態度を育成するモデルプレートの機能の検証 — 中学校第1学年「比例」の場合 —

(2018年2月28日 受理)

秋田大学	佐藤 学
奈良教育大学名誉教授	重松 敬一
大阪総合保育大学	赤井 利行
秋田大学	杜 威
国士舘大学	新木 伸次
秋田県総合教育センター	椎名 美穂子

キーワード：発展的思考・態度，モデルプレート

## 要約

中学校第1学年「比例」の授業実践から，中学校数学科の授業における発展的思考・態度を育成するためのモデルプレートの機能について検証した。授業実践を進めるにあたっては，発展的思考の関連図も開発した。

授業実践の実施と考察から，発展的思考・態度を意図した授業を検討するにあたって発展的思考の関連図を用いることが有効であることが分かった。また，幹とするモデルプレートを中心に，適当なタイミングで反応が現れており，機能していることが分かった。

しかし，モデルプレートの使用についての評価が低く，小学校児童にも分かりやすいモデルプレートへと改善すること，内面化の第1段階が関門であり，これを克服するプロセスを解明することの2点が課題となった。

## 1. 研究の経緯と目的

本研究は，全ての学習者が発展的に考える算数・数学の授業の構築を目的としている。

本研究では，発展的に考えることを，「発見的発展」と「構造的発展」から捉え，学習者自らが発展させようとする主体性が発揮できるよう，発展的思考・態度のモデルプレート（以下，モデルプレート）を開発した。そして，小学校算数科の授業実践において試行したところ，モデルプレートが発展的に考えることを支援する働きがあるものとして機能することが明らかになった（佐藤・他，2017）。しかしながら，中学校数学科の実践におけるモデルプレートがどのように働くか，その効果は未知数である。

そこで，本稿では，中学校数学科の授業実践におけるモデルプレートの試行から，その機能や効果を検証する。

## 2. モデルプレートと小学校算数科での試行

### (1) 開発した発展的思考・態度のモデルプレート

学習者が発展的に考えることの支援を目的として，学習者にとって発展的に考える姿の範となる行為（教師の口癖や態度癖等）を，学習者にモデルとして提示

し，学習者が発展的に考えることの営みを実行できるよう支援することを意図して，モデルプレートを開発している。モデルプレートは，「発見的発展」→「構造的発展」→「新たな発展」という発展の3つの状況と，それぞれの状況における具体的な数学的活動の局面や学習者の心理を検討し，開発したものである。さらに，「新たな発展」の状況が目的的活動となるよう，3つの幹となるモデルプレートと，18の枝葉のモデルプレートに分かれている（前掲，次頁，表1）。

### (2) モデルプレートの小学校算数科における試行とその検証

佐藤・他（前掲）は，発展的に考えることがどのように内面化するのかを明らかにするため，小学校算数科の授業実践においてモデルプレートを試行し，その機能を検討してきている。7段階からなる発展的に考えることの内面化の過程<sup>1</sup>を設定し，小学校第4学年の児童を対象に，1ヶ月半試行したところ，

- モデルプレートの反応が全体に微少であること。
- 「発見的発展」から「構造的発展」の状況にかけて，モデルプレートが機能すること。
- モデルプレートが発展的に考えることを支援する

表 1：発展的思考・態度のモデルプレート（佐藤・他，2017）

発展の状況	具体的な数学的活動の局面	学習者の心理	モデルプレート(学習者の範)	
			必ず言う	できたら言う 時間があつたら言う
発見的発展	a. 数量や図形及びそれらの関係に着目する (問題解決の対象化)	気付き	知	a1. 何に目をつける？(幹) a2. 何(何と何)を調べる？
	b. 着目した数量や図形及びそれらの関係について分析する	気付き	的	b1. 何か気付いた？(幹) b2. 調べてみたいことがある？ b3. 考えてみたいことがある？ b4. 今までとどこが違う？
	h. 数量や図形及びそれらの関係について無意図的に着目・分析する。	気付き	興	h1. 面白い考えだね。 h2. やってみようか。 c1. 何か分かった？ c2. 何から分かった？
構造的発展	c. 発見的発展の過程を振り返って数学的構造を明らかにする。	困難 確信	奮	c3. 前の学習と似ているところはある？ d1. 同じところはある？ d2. 他にあるか？ e1. 簡単に分かりやすく表すと？ e2. 算数(または数学)らしく表すと？ f1. いつでもいえる？
	d. 既知を振り返って統合する。			
	e. 簡潔・明瞭・的確に表す。			
	f. 一般化する。			
新たな発展	g. 明らかにした数学的構造と既知や身の回りの問題を振り返って、さらに発展的に考える。	気付き		g1. この後どんなことができるのか。(幹) g2. 数量を変えてみると？ g3. 条件を変えてみると？ g4. 場面を変えてみると？ g5. 視点を変えてみると？

働きがあること。

の3点を明らかにしている。

また、

○ 「構造的発展」から「新たな発展」の状況では反応が見られなかったこと（効果が確認できなかったこと）。

の課題を踏まえ、第2章第2節で述べたようにモデルプレートを改善している（前掲）。

本稿では、中学校数学科の授業実践におけるモデルプレートを試行し、モデルプレートに対する反応や効果が小学校算数の実践と同様に現れるのかを検証する。

### 3. 中1「比例」の授業実践とその検証

#### (1) 中1「比例」

比例については、小学校算数でも、表やグラフを使って変化や対応を考察している。その考察は、整数や「0.5, 1.5, 2.5, …」といった簡単な小数の程度であり、比例定数や変域が負の数の場合を考察していない。

中学校数学における「比例」は、具体的な事象から2つの数量の関係を見だし、それを式 $y = ax$ と再定義し、定数や変域が負の数の場合も含めた比例の関係

を考察している。

#### (2) 発展的思考の関連図による教材分析

これまでの研究から、発展的に考えることを意図した授業でも「新たな発展」の状況が少ないこと、「拡張」「統合」「発展」等の言葉になじみが薄いため発展的思考の捉えに自信が持てない教師が多いこと、の指摘がある（前掲）。そこで、発展的思考を視点にした指導内容の関連を分析することから発展的思考についての理解促進を図る「発展的思考の関連図(後記、参考資料)」を開発した。

発展的思考の関連図は、一般的な指導を想定しており、発展的思考を視点にして教科書の指導内容の関連を分析したものである。その手順は、ア→イ→ウと進めていく。

ア. 教科書<sup>註2</sup>の指導計画にしたがって、指導内容を配列する。そして、図2のように、第1時から第2時への展開が変域や比例定数が「正の数」→「負の数」と「g2. 数量を変える」という発展を意図していることを読み取る。

発展的思考の視点は、「g2. 数量を変える」の他に、「g3. 条件を変える（比例定数の求め方が「表

全体の考察」→「1組の値)」、 「g4. 場面を変える (比例関係の場面を「時間と水の体積の関係」→「時間と道のりの関係)」「g5. 視点を変える (式の捉え方を「方程式」→「比例式)」であり、これらはモデルプレート (前掲) にも位置付けられている。

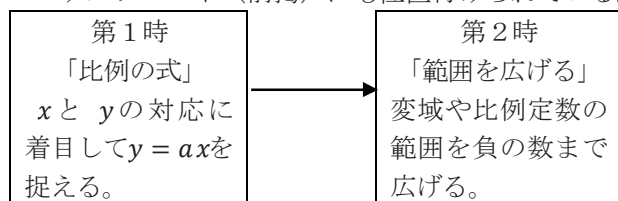


図2：第1時から第2時の発展的思考 (中1「比例」イ. 同じ、または他の領域や、同じ、または前後の学年から、指導する内容に関連しそうな内容を見渡し、発展的思考のいずれに当たるのか、分析する。  
ウ. アやイの作業を進める過程で、発展的思考の近接関係から指導内容の配列を変えていく。また、必要に応じて、その分析の範囲をさらに広げていく。

### (3) 授業実践とその検証

#### ① 授業実践の方法

検証の対象とする授業実践は、2017年10月25日から同年11月5日における全6時間 (後記、参考資料) である。授業実践における対象生徒は、秋田県公立N中学校第1学年生徒32名であり、同校に勤務する教職約20年の数学教師Aが指導者である。

検証にあたっては、次の手順で進めた。

- ア. 教師Aに、発展的に考える授業と発展的思考の関連図について説明する。
- イ. 発展的思考の関連図を参考にして、全6時間の学習指導案を教師Aが作成する。
- ウ. 教師Aと筆者らで学習指導案を検討し、修正する。
- エ. 授業実践の前に、生徒を対象にした事前の意識調査 (次頁、表2) を実施する。
- オ. 授業の記録を教室後方よりビデオ撮影し、発展的思考・態度の状況を確認する。(機器故障のため、第2時はビデオ撮影ができていない。第2時は教師へのインタビューによる状況で確認した。)
- カ. 生徒を対象にした事後の意識調査 (次頁、表2) を実施する。
- キ. 教師Aに、事後インタビューを実施する。

#### ② 授業実践の実際とその考察

授業実践は、全体的に発展的思考を意図したものであったといえる。

例えば、第1時では、問題場面において働いた比例の見方を、小学校で学習した比例の調べ方によって比例と見なすように展開され、表の変化による定義から

$y = ax$  で定義することへ発展していた (g5. 視点変更)。また、第2時以降の変域や比例定数の範囲を負の数に広げること (g2. 数量変更) を想定し、水族館の水槽に地上0mから水を入れる問題場面に設定されていた (写真1)。

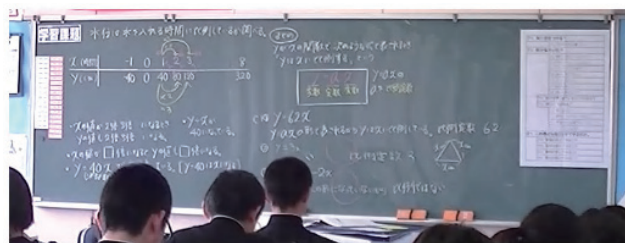


写真1：第1時の板書 (黒板右はモデルプレート)

また、第3時の  $y$  は  $x$  に比例し  $y$  の値の一部が不明な表について調べる問題場面でも、 $x = 1$  のときの  $y$  の値が比例定数になることの発見から  $y = ax$  の式を活用すること (g5. 視点変更) の発見や、 $y = ax$  に1組の値を代入して求めることは方程式を活用していること (g5. 視点変更) が見られた。ただし、後者については、教師Aによる説明であった (写真2、写真3)。



写真2：第3時の板書 (前半)

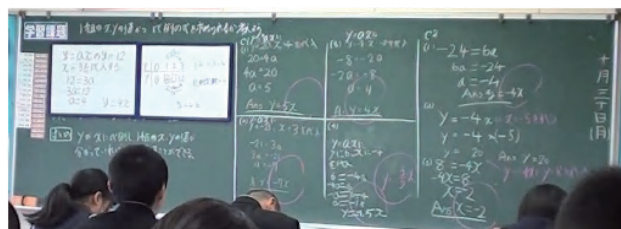


写真3：第3時の板書 (後半)

さらに、第4時でも、第3時における生徒の「グラフについても考えたい」という振り返りをもとに、式表現からグラフの表現へと発展していく導入 (g5. 視点変更) であった。また、生徒が負の変域が必要なことに意識が働く (g2. 数量変更) よう、第1象限だけのグラフを提示する工夫も見られた (次頁、写真4)。

しかし、発展的思考を意図した授業が展開された一方で、値の代入が方程式を活用していることの説明 (第3時) や、式から値の組を調べてグラフに表すという見通し (第4時) のように、教師主導による展開も見

られた。

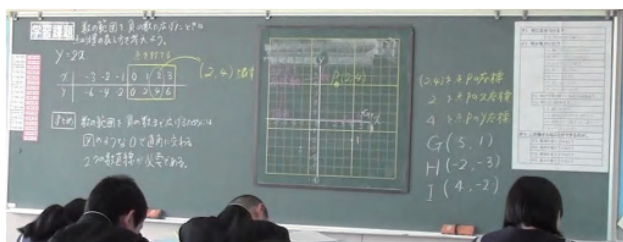


写真 4：第 4 時の板書

教師の主導性は、生徒を対象にした意識調査の結果（表 2）からもいえる。質問 1 から質問 5 については、事前の反応と事後の反応は同程度であり、授業実践は発展的思考を意図するものであったといえる。しかし、質問 6 の発展的思考・態度に関わるものでは、「内容の関連がつかめた（肯定的反応：34.4%→27.6%，否定的反応：15.6%→6.9%）」や「もっと違った問題を考えなくなった（肯定的反応：68.8%→17.2%，否定的

反応：3.1%→0.0%）」と肯定的反応も否定的反応も減少している。つまり、モデルプレートが発展的思考・態度を促すことはなかったということである。

しかし、モデルプレートの反応（次頁、表 3）を見ると、「幹とするモデルプレートへの反応がよく（「a1. 何に目をつける？」：6 回（上位 3 点？であった場面の数、以下同じ）、「b1. 何か気付いた？」：4 回、「g1. この後どんなことができるのか。」：6 回）」、反応のタイミングも問題提示時と適当である。また、新たな発展の状況におけるモデルプレートへの反応もよい（「g1. この後どんなことができるのか。」：前記、「g2. 数量を変えてみると？」：6 回、「g3. 条件を変えてみると？」：3 回、「g4. 場面を変えてみると？」：3 回）。これらは、小学校算数の授業実践における「反応が減少であること」や「新たな発展の状況では反応が見られなかったこと」という特徴と異なる。

モデルプレートの反応が適当であったにも関わら

表 2：生徒を対象にした意識調査の結果（%）

質問内容	事前		事後	
	肯定的反応	否定的反応	肯定的反応	否定的反応
1. 比例の学習が好きですか。	62.5	37.5	62.1	37.9
2. 比例の学習は大切ですか。	87.5	12.5	72.4	27.6
3. 比例の授業で「こんな問題をやってみよう」と思うことはありましたか。	56.3	43.8	58.6	41.4
4. 比例の授業で「他の場合を考える」「似た場合を考える」「一部を変えて考える」と思うことはありましたか。	56.3	43.8	51.7	48.3
5. 比例の授業で「似ている」「変わっている」「ここが同じだ」と思うことはありましたか。	68.8	31.3	65.5	34.5
6. 比例の授業でモデルプレートを見て学習を進めたことはどのような影響がありましたか。				
○数学への興味・関心が高まった。	34.4	3.1	34.5	10.3
○理解が深まった。	59.4	15.6	27.6	3.4
○内容の関連がつかめた。	34.4	15.6	27.6	6.9
○もっと違った問題を考えなくなった。	68.8	3.1	17.2	0.0
○問題を解決する力がついた。	56.3	0.0	6.9	13.8
○頭の中でモデルプレートの言葉がつぶやいたり、ささやくようになった。	—	—	24.1	0.0
○モデルプレートの言葉は比例以外の学習でも使えるようになった。	—	—	10.3	0.0

ず、モデルプレート使用への評価が低いのは、「内容の関連性を捉えること」や「もっと違った問題を考える」ことが教師の主導によるものであり、生徒らが事前に捉えていた意味合いとは異なっていたこと、発展的思考・態度を知ること、受け入れる気持ちをつくる段階であったと考えられる。つまり、授業実践が行われた学級全体としては、発展的に考えることの内面化の過程の「③学習者が、教師が示す口癖または行動癖から発展的に考えることの営みに気づき、一時的に記憶する」や「④問題解決や学習のプロセスにおいて一時的に記憶された発展的に考えることの営みを意識する」、「⑤問題解決や学習のプロセスにおいて意識している発展的に考えることの営みを実行する」の段階と見受けられるものの、「①学習者が、モデルプレートを受け止める気持ちになっている」の段階であったと考えられる。

#### 4. 成果と課題

本稿では、中学校数学科の授業実践におけるモデルプレートの試行から、その機能と効果を検証した。

その検証にあたっては、発展的思考の捉えが困難であるとの問題を踏まえ、発展的思考の関連図を開発し、それによる教材分析を実施した。教師Aの感想「小学

校での学習内容が把握でき、授業のねらいを明確にすることができたのは、関連図があったおかげだと思います」や、実施された授業の展開から、発展的思考の関連図による教材分析は、発展的思考・態度を意図した授業を検討する際に用いる方策の1つとして考えることができる。

モデルプレートの役割は、発展的に考える姿の範となる行為をモデルとして提示し、それによって学習者が発展的に考えることを支援することである。中学校の授業実践では、幹とするモデルプレートを中心に、適当なタイミングで現れており、機能していることが分かった。しかし、モデルプレートの使用についての評価が低かったことから、次の2点が課題となる。

○ モデルプレートの意図することを理解し、取るべき行為を思い浮かべることの能力に差があり、小学校児童にもわかりやすいモデルプレートへと改善することが求められる。

○ モデルプレートの使用の評価を踏まえると、中学校生徒は「①学習者が、モデルプレートを受け止める気持ちになっている」の段階に留まっていたとみられ、内面化に向けた関門の1つであると考えられる。今後はその克服のプロセスを解明する必要がある。

表3：モデルプレートの反応 (%)

モデルプレート(学習者の範)	1時		2時		3時		4時		5時		6時		全
	i	ii	i	ii	i	ii	i	ii	i	ii	i	ii	
<b>a1. 何に目をつける?(幹)</b>	<b>50.0</b>	3.1	<b>32.3</b>	6.5	<b>37.5</b>	9.4	<b>46.9</b>	0	<b>50.0</b>	9.4	<b>46.9</b>	3.1	<b>24.5</b>
a2. 何(何と何)を調べる?	<b>31.3</b>	3.1	<b>38.7</b>	6.5	<b>31.3</b>	0	15.6	0	15.6	6.3	<b>40.6</b>	6.3	16.1
<b>b1. 何か気付いた?(幹)</b>	12.5	3.1	9.7	9.7	9.4	9.4	15.6	0	<b>28.1</b>	3.1	18.8	0	9.9
b2. 調べてみたいことがある?	18.8	18.8	19.4	12.9	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	<b>40.6</b>	3.1	14.1
b3. 考えてみたいことがある?	15.6	6.3	3.2	3.2	6.3	3.1	18.8	3.1	3.1	9.4	6.3	3.1	6.8
b4. 今までとどこが違う?	21.9	9.4	25.8	3.2	21.9	3.1	<b>28.1</b>	3.1	15.6	3.1	25.0	3.1	13.5
h1. 面白い考えだね。	3.1	3.1	3.2	9.7	0	0	0	0	3.1	6.3	0	3.1	2.6
h2. やってみようか。	21.9	3.1	<b>32.3</b>	3.2	18.8	3.1	18.8	0	<b>21.9</b>	3.1	25.0	3.1	12.8
c1. 何か分かった?	12.5	15.6	9.7	6.5	<b>28.1</b>	0	<b>31.3</b>	3.1	18.8	12.5	18.8	6.3	13.5
c2. 何から分かった?	6.3	0	3.2	3.2	9.4	0	3.1	0	3.1	3.1	15.6	0	3.9
<b>c3. 前の学習と似ているところはある?</b>	<b>34.4</b>	0	<b>38.7</b>	9.7	15.6	0	12.5	3.1	15.6	0	18.8	6.3	12.8
<b>d1. 同じところはある?</b>	0	0	19.4	0	6.3	0	9.4	0	6.3	0	6.3	3.1	4.2
d2. 他にあるか?	3.1	18.8	3.2	16.1	3.1	18.8	3.1	18.8	9.4	18.8	6.3	6.3	10.4
e1. 簡単に分かりやすく表すと?	6.3	6.3	6.5	3.2	6.3	15.6	12.5	15.6	9.4	6.3	3.1	3.1	7.8
e2. 算数(または数学)らしく表すと?	6.3	3.1	3.2	3.2	0	0	6.3	9.4	0	6.3	0	3.1	3.4
f1. いつでもいえる?	3.1	9.4	3.2	6.5	3.1	<b>31.3</b>	0	12.5	6.3	12.5	3.1	0	7.6
<b>g1. この後どんなことができるのか。(幹)</b>	12.5	<b>31.3</b>	6.5	<b>35.5</b>	3.1	<b>34.4</b>	3.1	<b>40.6</b>	12.5	<b>50.0</b>	0	<b>43.8</b>	<b>22.7</b>
<b>g2. 数量を変えてみると?</b>	9.4	<b>21.9</b>	3.2	<b>29.0</b>	0	<b>31.3</b>	3.1	<b>37.5</b>	3.1	<b>62.5</b>	0	<b>28.1</b>	<b>19.0</b>
<b>g3. 条件を変えてみると?</b>	0.0	18.8	3.2	22.6	0	15.6	0	<b>40.6</b>	0	<b>21.9</b>	0	<b>28.1</b>	12.5
<b>g4. 場面を変えてみると?</b>	3.1	<b>21.9</b>	0	<b>29.0</b>	0	12.5	0	18.8	0	18.8	0	<b>31.3</b>	11.2
<b>g5. 視点を変えてみると?</b>	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

i:問題提示時, ii:学習のまとめ時 ※それぞれの場面において, 反応のよいもの(上位3点)を太字で表示している。

本稿は、6名による共同研究である。佐藤が全章を執筆し、授業実践の考察については重松、赤井、杜、新木、椎名が担当した。

### 謝辞

本研究は、JSPS 科研費 15K04390 の助成を受けたものです。また、本研究の授業実践にご理解とご協力をいただきました秋田市立秋田西中学校教諭の川口淳先生に感謝申し上げます。

### 註

- 1) 発展的に考えることの内面化の過程の7段階は、次のように設定している。
- 教師から学習者にモデルプレートを提示する。
  - ① 学習者が、モデルプレートを受け止める気持ちになっている。
  - ② 教師がモデルプレートに示した営みを口癖または行動癖として示す。
  - ③ 学習者が、教師が示す口癖または行動癖から発展的に考えることの営みに気付き、一時的に記憶する。
  - ④ 問題解決や学習のプロセスにおいて一時的に記憶された発展的に考えることの営みを意識する。

- ⑤ 問題解決や学習のプロセスにおいて意識している発展的に考えることの営みを実行する。
  - ⑥ ⑤によって発展的に考えることができ、認知的にもうまくいったことを確認する。
- 2) 本稿では、藤井・他(2015)の中学校教科書を参照した。

### 引用・参考文献

- 1) 佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017).「学習者が発展的に考えることを支援するモデルプレートの開発とその検証」,『数学教育学論究』,99巻,臨時増刊号,pp.9-16
- 2) 藤井齊亮・俣野博・天野秀樹・市川伸一・大竹公一郎・大谷実・岡田春彦・銀杏祐三・工藤正弘・小寺隆幸・酒折文武・佐々祐之・清水美憲・清野辰彦・添田佳伸・高橋均・高橋広明・竹内光悦・立花正男・田中義久・田端輝彦・辻宏子・中島秀忠・中野俊幸・中村光一・中村享史・西村圭一・二宮裕之・日野圭子・細矢和博・本田千春・蒔苗直道・益子典文・真島秀行・森本明・両角達男・山本信也・渡邊公夫(2015).「新編新しい数学1」,東京書籍, pp.110~123.

## Development and Validation of “Model Plate” for Making Students Consider in Developing Way : Focusing on Junior high school “Proportion”

SATO, Manabu  
SHIGEMATSU, Keiichi  
AKAI, Toshiyuki  
DU, Wei  
ARAKI, Shinji  
SHIINA, Mihoko

Key Words : Developmental ideas and attitude, Model Plate

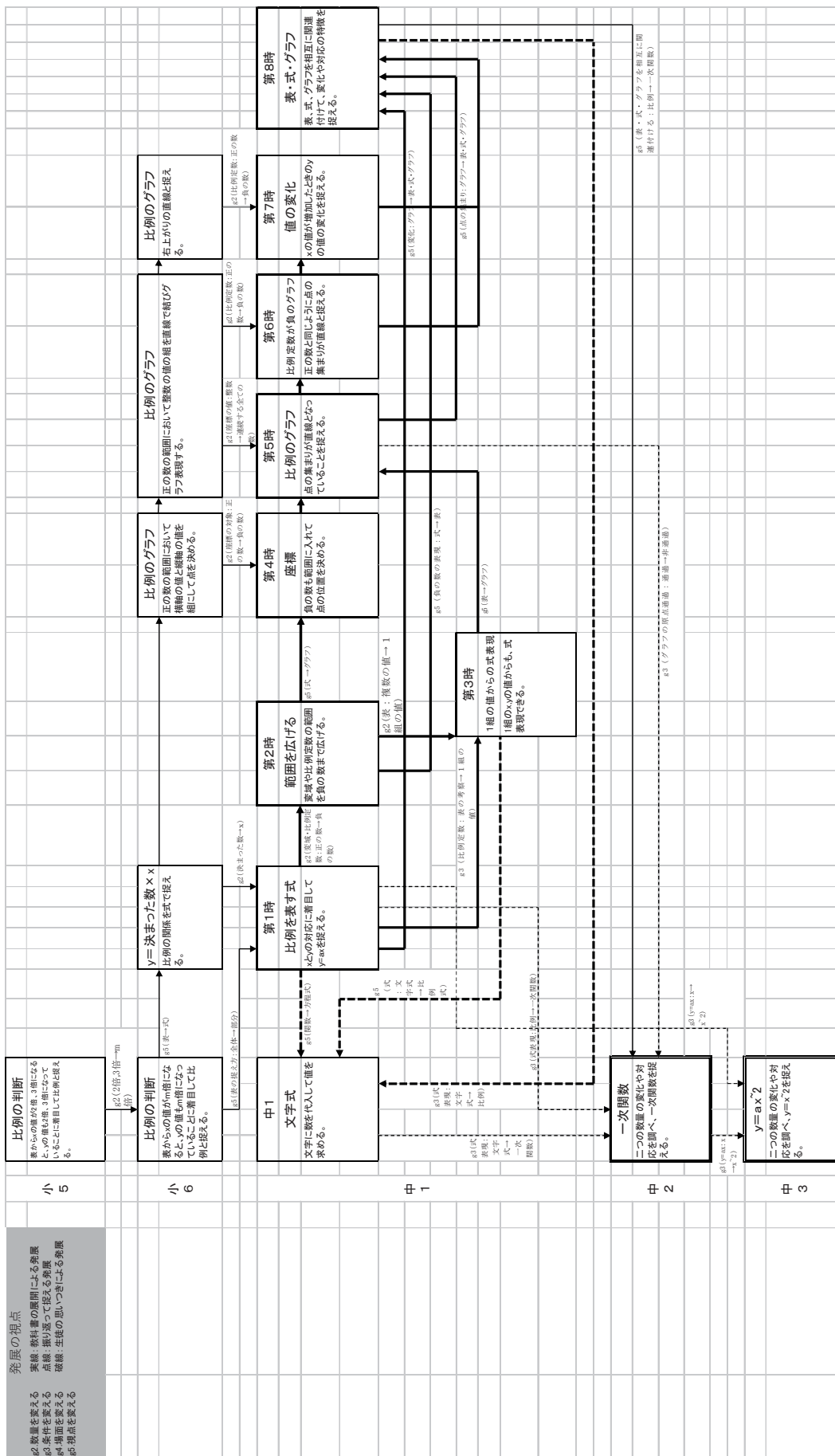
### Abstract

We considered and verified the function of Model Plate in Junior high school "Proportion". In this research, we also developed and used a related diagram of teacher's developmental ideas.

As a result, it is effective to use related diagram of developmental ideas to examine the mathematics lesson. It turned out that the stem Model Plate was working mainly in time.

Our problems are : 1) to elucidate the process of overcoming the 1st stage of internalization in our model, and 2) to improve on Model Plate for primary school students.

発展的思考・態度を育成するモデルプレートの機能の検証



参考資料