

## 逆思考文章題の解決における思考過程の様相

後 藤 学

相模女子大学学芸学部

(2017年3月24日 受理)

### 要 約

小学2年生で学習する加法と減法の相互関係では、式を用いて説明することをねらいとしている。文章題において、解を求めるために文脈が表す言葉や表現と逆の演算を行う必要がある問題を逆思考問題と呼ぶが、低学年児童には難しいことが知られている。また、説明の手段としてテープ図が用いられるが、文脈に沿って未知数を用いて立式をしたり、テープ図を描いたりすることがうまく結びついておらず、問題点の指摘も多い。本研究では、逆思考文章題の問題解決過程を調査し、全体集合と部分集合を学習した後の思考過程の様相を分析する。

キーワード：全体・部分集合 逆思考文章題 テープ図

### 1. はじめに

#### 1.1. 研究の背景

2学年の数量関係にある「加法と減法の相互関係」では3つの数量A, B, Cについて加法や減法の場面を図や式に表す学習を行う。文部科学省(2008)によれば、「加法と減法の相互関係について理解し、式を用いて説明できるようにする。」「必要な場合には( )や□などを用いることができる。」ことをねらいとしている。

例えば、 $A$  (男の子の人数)  $+B$  (女の子の人数)  $=C$  (全体の人数) としたとき、加法と減法は3つの数量のどれを求めるかによって相互に関連付けされているという。文部科学省(2008)ではこれらの場面について、以下の4点によって理解を深めさせるとしている。

- ① 劇のように演じさせる。
- ② 具体物を並べる。
- ③ 図や式に表す。
- ④ 具体物による表現と図や式による表現とを関連付けたり、説明したりする。

また相互関係として次の3つを例示している。

- ① 数量の関係表現は減法の形であるが、解を求める計算は加法を用いることになる場合。  
例)「はじめにリンゴが幾つかあって、その中から5個食べたら7個残った。はじめに幾つあったか」。
- ② 数量の関係表現は加法の形であるが、解を求める計算は減法を用いることになる場合。  
例)「はじめにリンゴが幾つかあって、5個もらったら12個になった。はじめに幾つあったか」

- ③ 減法の減数が未知のとき、その減数を求めるのに減法を用いる場合。

例)「はじめにリンゴが12個あって、幾つか食べたので残りは7個になった。幾つ食べたか」

①と②のような問題をいわゆる「逆思考文章題」と呼び、加法と減法の間係を用いて問題の把握、演算の決定、確かめを行うようにするものである。

そして図を用いることの留意点として、文部科学省(2008)では「問題場面にある数量について具体物で表したものを図へと抽象化し、図についての実感的理解を育みながら、「思考の道具」そして「説明の道具」となるように活動の中で用いさせていくことが重要である」、「図を、ほかの表現である式や言葉の式などとも関連付けて用い、考えたり、読み取ったり、説明したりすることができるようにする」としている。現在使用されている教科書では、前述の解説に従って以下のような指導展開が多い、

- ① おはじきなどの具体物から幅の広い線分図(テープ図)への移行
- ② 全体を求める順思考
- ③ 順思考を使った□の使い方
- ④ 残りが分からない場面  $A + \square = B$
- ⑤ 違いが分からない場面  $A - B = \square$
- ⑥ 全体が分からない場面  $\square = A + B$
- ⑦ はじめが分からない場面  $\square + B = C$
- ⑧ 問題づくり

逆思考文章題は低学年の児童には困難な問題であることが知られている。石丸(2005)は、文部科学省(2008)や教科書の問題点として、等号の左側が式、右側が答えというとならえであったものがこの単元から数量関係の表現としてとらえることになり、抽象的だとらえにくいこと、逆思考と言われているが教科書では数量関係を叙述に沿って式に表現させることはせず、全体と部分の関係をテープ図に描かせ、そこからすぐに演算決定へ進むようになっており、元となる式がないままでは何についての逆思考なのか理解できないと述べている。教科書では終始テープ図1つで理解させようとしており、連続量でもない人数や個数をいきなり線やテープで表して全体と部分、数量関係(加法・減法)をつかませようとしている、文部科学省(2008)のような大人の考えを押しつけるやり方では、子どもたちの力をつけることはできず子どもたちの思考に基づいて考え直す必要があると述べている。

石田ら(2007)は、テープ図のかき方の指導と、テープ図から問題を作ることを考慮した4段階のテープ図の指導の有効性を検討している。4段階とは「テープ図を見て解く」「テープ図のかき方を学ぶ」「テープ図をかいて解く」「テープ図を見て問題をつくる」である。実験クラスでは、逆思考問題の数量関係を読み取り、子どもなりに明確な根拠をもって立式する姿が見られたこと、「テープ図を見て問題をつくる」段階を取り入れることによって、テープ図をかく力だけでなく、テープ図を読む力を培うことができ逆思考問題についての理解が一層深まったこと、テープ図と式を見比べることで「部分を求めるときはひき算」「全体を求めるときはたし算」になっていることが分かるようになることの3点を指摘している。

結論として、実験クラスでは1時間に扱う問題数が多かったこと、指導計画上に問題作

りがあったことがよい結果につながったと述べている。また、問題文の表現の要因（未知数を示唆する言葉の有無）とテープ図の表現の要因（数値の意味を表す言葉の有無）が成績に影響しており、変化値を示唆する表現のある問題から簡略された表現の問題に慣れさせる指導の工夫が必要であること、1つのテープ図の未知数の位置を変えることでいろいろな問題を作る学習が必要になることを述べている。最後に、授業方法など他の要因を統制した研究や、問題文の表現の要因やテープ図の表現の要因を考慮して研究を行うことを課題として挙げている。

教育出版(2007)では、加法・減法のテープ図は、具体物やブロックなどの半具体物で表してきた数量を抽象化しテープの長さに置き換えた図であり、テープ図に表すことで被加数（被減数）、加数（減数）、和（差）の関係が視覚的にとらえやすくなるとしている。また1学年の数の学習で行ったブロックを○などの図に置き換えた学習の延長として、○にテープを重ねた図を用いて、○を使った図からテープ図へと徐々に近づけていく、テープ図を指導するときは、○にテープを重ねた図と対比して示し、○の個数をテープの長さに置きかえていることをとらえさせると理解がしやすくなると述べている。さらに、はじめは簡単な数値で加法や減法の順思考の場面で、テープ図の見方やかき方を指導するとよいことも述べている。

金田(2009)は、1学年で学習する求残・求補・求差の場面理解の難しさを検討している。そこでは、全体集合と部分集合の包含関係を理解することが難しいこと、求補・求残の場面理解には固有の難しさがあることを指摘しており、場面理解の認知過程を詳しく調べる必要があることを述べている。

平井(2012)は、テープ図の抽象性のためテープ図で表現することは容易ではなく、問題文とテープ図の対応ができないこと、テープ図の内容を読み取って立式することの難しさを指摘している。特に演算決定理由のレベルが低い子どもは、テープ図の読み書きが容易ではないこと、一般にはテープ図を使わないので立式を誤るという見方をしやすいが、テープ図の読み書きができるか否かには問題文の場面把握が関係していると考えられる、テープ図の未知数の箇所を見て形式的に演算決定をするのは容易ではないことなどを指摘している。

守屋(2013)は、カザフスタンの小学1年生の教科書を分析している。その教科書では日本では6学年で扱う内容である文字式が1学年から文字が導入され、簡単な方程式が教えられていること、他の内容でも日本より1年くらい早く教えられていることから、文字式や方程式が小学校低学年から指導できるのではないかと指摘している。

## 1.2. 問題の所在

文部科学省(2008)が示す「加法と減法の相互関係」では、加法やその逆である減法の相互関係を学習するが、単に $3+\square=8$ や $\square-6=2$ などの式を数え足しや数え引きによって解答できればよいのではなく、その式で表されるような場面状況をイメージし理解するところまでが学習内容となる。

場面状況を劇化し児童が演じるという方法は、眼前で物事の関係が動いており理解しやすいことは想像に難くない。具体物を並べることについては、数ブロックやホワイトボードなどの教具を児童が自ら操作することで可能であろう。しかし、問題状況を図に表すということは、眼前に具体物がない状態で全て児童自身がイメージしたものを、何らかの絵

に描くことで表出することであり、大人が考えている以上に児童にとっては困難である。絵に描くということはその文脈に含まれる状況を全て理解している必要があり、それが困難であることは金田(2009)の研究からも明らかである。

2点目は、図による表現方法としてテープ図が妥当なのかということである。前述のようにブロックなどの半具体物を徐々に抽象化していった物がテープ図であり、量の大小を視覚的にとらえやすいというのが教科書のねらいである。抽象化が進んでいるならば、図はうまく描かれ問題を解くための手段となるはずである。しかし、平井(2012)の研究からは、立式の成否はテープ図の表現や活用以前に文脈の理解度によることが指摘されている。

本来は場面状況＝[加法・減法の相互関係の理解]を深めるためのテープ図の表現が、場面状況をよく理解できていなければ図の表現ができないという矛盾した結果になっている。また、テープ図から立式する場面においても困難さを伴い、その出来具合は“場面状況の理解→演算決定のレベル”と関連していると述べられている。

つまり、児童の加法・減法の相互関係を深く理解させるためには図的表現は必要であるが、テープ図を読み書きしたりできるようになるには、石田(2007)が考察で統制クラスとの違いが生じた理由として、「第1時からテープ図を見たり書いたりして問題を解く指導を行ったこと」、「類題を考えさせる機会を与えたこと」と述べているように、テープ図の抽象性に慣れさせテープ図の構造を理解させることが必要になる。

これらの先行研究から、教科書による授業内容だけではテープ図は逆思考文章題を解くための有効な方法とはなり得ず、テープ図のかき方や理解の仕方などを取り出して指導する必要があることが示唆される。特に検討すべきは、平井(2012)の「テープ図の読み書きができるか否かには、問題文の場面把握が関係している」という指摘であり、目的と方法が逆転していることである。

### 1.3. 研究の目的

石田(2007)や教育出版(2007)では、テープ図を指導すればよいことが明らかにされているが、金田(2009)や平井(2012)らは場面把握(理解)の認知過程を詳しく調べる必要があることを指摘している。本研究では、先行研究の示唆をもとに逆思考文章題の問題解決過程を調査すること、全体集合と部分集合を学習した後の思考過程の様相を分析することを目的とする。

## 2. 方法

### 2.1. 調査の概要

実験クラスにおいては、はじめに集合の包含関係の学習を行い、その後逆思考文章題の単元を学習し問題解決の様相を分析することにした。詳細は以下の授業計画である。また、通常の教科書のみで学習した統制クラスでもテストを行い結果を比較した。

### 2.2. 授業計画

事前テスト実施後、集合の包含関係の学習を実施した。時期は2016年3月上旬、1年生1クラス(20名)を実験クラスとして行った。その後、進級した同じクラスの児童が2017年6月に教科書によるテープ図の学習を行いその後確認テストを行った。以下はその具体的な内容である。

## 逆思考文章題の解決における思考過程の様相

## ① 事前テスト

質問紙によって以下の6題を調査した。

- 1)  $12+4=\square$  累加      2)  $27-5=\square$  求残      3)  $8+7=\square$  合併  
4)  $27+\square=38$       5)  $\square-6=11$       6)  $19-\square=8$

1. どんぐりを、わたしは 12こ ひろいました。せんせいは、わたしより 4こ おおいと っています。せんせいはなんこひろったでしょうか。(12+4=□)
2. わたしは、あきかんを 27こひろいました。そうたさんは、わたしより 5こ すくないと っています。そうたさんは、なんこ ひろったでしょうか。(27-5=□)
3. みんなでしゃしんをとりました。8このいすに ひとりずつ すわり、のこりの 7にんは たってとりました。みんなで、なんにん で しゃしんを とったので しょうか。(8+7=□)
4. バスに おきゃくが 27にん のって いました。あとから なんにんか のってきたので、おきゃくは ぜんぶで 38にん に なりました。あとから のってきたのは なんにん でしょうか。(27+□=38)
5. ともこさんは、おはじきを なんこか もっていました。いもうとに、6こ あげました。のこりを かぞえたら 11こ に なって いました。はじめに なんこ もって いたのでしょうか。(□-6=11)
6. つばささんは、シールを 19まい もっていました。ともだちに なんまいか あげたので、のこりは 8まい に なりました。ともだちに あげたのは なんまい でしょうか。(19-□=8)

図2-1 事前・事後テスト問題文

## ② プリントによる全体・部分集合の学習

学習は守屋他(2005)の第VII章「集合と論理」を使用した。この章は小学1年生に集合の概念を指導するために編集されており、集合A、集合Bの存在、AまたはB(離接)、AかつB(合接)、～でない(否定)の言葉と包含関係が学習することができるようになっている。主な学習内容は図2-2の通りである。

ア)赤、白の帽子をかぶった子どもの集合、りんご・みかん・バナナで構成された果物の集合など、具体的な事物の集合を事例として、全体・部分集合の意味を把握させる。

イ)集合の演算として、まず否定(～でない)の意味を扱う。次いで合接(しかも)、離接(または)の意味を扱う。

ウ)集合の言葉を数と図形の場面に適用させた問題。

【2】「～でない」のしゅうごう

みずのよきには、みかん、バナナ、りんご、りんごがあります。これらの1個このくだものも、あたしにくくだものしゅうごうとします。

くだものぜんぶの しゅうごうのなかで、あかんでないくだもの(みかん)のしゅうごうとあります。これらのはつを、「あかんでないしゅうごう」とよびます。

みずのよきにくくだものしゅうごうで、あかんでないしゅうごうを、せんせいかぞえみましょう。

【3】「～かつ～」

みずのよきにくくだものしゅうごうのなかで、バナナとみかんをあつめるをバナナとみかんしゅうごうとよびます。バナナとみかんしゅうごうには、なんこのくだものがありますか。

【4】「～と～」

みずのよきにくくだものしゅうごうのなかで、りんごでなくくだものをあつめるをりんごでないしゅうごうとよびます。りんごでないしゅうごうには、なんこのくだものがありますか。

★やってみよう！

まをみて、「～でないしゅうごう」やってみて、「～かつ～」とよんでみましょう。

① \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_

③ \_\_\_\_\_

図2-2 全体・部分集合の学習で使用したプリント(一部)

## ③ 事後テスト

問題は事前テストと同じものを使用した。

## ④ 教科書によるテープ図の学習

2年の6月に教科書によるテープ図の学習を行った。教科書に沿った以下のような順序で指導を行った。

【1時】減った数を考える逆思考の問題をテープ図をかいて解決することができる。

⇒減った数を考える逆思考の問題 ( $a - \square = b$ )

【2時】増えた数を考える逆思考の問題をテープ図にかいて解決することができる。

⇒増えた数を考える逆思考の問題 ( $a + \square = b$ )

【3時】はじめの数を考える逆思考の問題をテープ図にかいて解決することができる。

⇒はじめの数を考える逆思考の問題 ( $\square + a = b$ )

【4時】はじめの数を考える逆思考の問題をテープ図にかいて解決することができる。

⇒はじめの数を考える逆思考の問題 ( $\square - a = b$ )

## ⑤ 確認テスト

5題をテスト形式で行った。問題は足し算か引き算のどちらで答を出すか、立式、答、説明方法の4項目である。

1. りんごが7こあります。おみせから5こかってきました。ぜんぶで何こになりますか。
2. 木にとりが14わとまっています。8わとんでいきました。ぜんぶで何わになりましたか。
3. 子どもがあそんでいました。そのうち6人が帰ったので、8にんになりました。はじめは何人いましたか。
4. シールを8まいもらったので、23まいになりました。はじめは何まいありましたか。
5. チョコが30こありました。子どもたちにくばったら10このこりました。何こくばりましたか。

図2-3 確認テスト問題文

## 3. 結果

## 3.1. 事前・事後テスト

事前、事後テストでは式の正誤のみを対象とし答えは集計対象としていない。平均得点はそれぞれ4.48と4.52であった。t検定の結果、有意差は見られなかった。各設問ごとの正答率(%)は表3-1の通りである。

表3-1 事前・事後テスト

|       | 問1     | 問2    | 問3    | 問4    | 問5    | 問6    |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 事前    | 95.24  | 95.24 | 95.24 | 28.57 | 61.90 | 71.43 |
| 事後    | 100.00 | 95.24 | 85.71 | 66.67 | 72.22 | 94.44 |
| 平均の差異 | 4.76   | 0.00  | -9.52 | 38.10 | 10.32 | 23.02 |

## 逆思考文章題の解決における思考過程の様相

事後テストでは、問1から6までの問題間でも有意な差は見られなかった。

### 3.2 確認テスト

教科書のテープ図の授業だけを受けた統制クラス(B組)と1年次に集合のプリントで学習した実験クラス(A組)の確認テストの正答率の結果は表3-2の通りである。

表3-2 確認テスト

|    | 問1     | 問2    | 問3    | 問4    | 問5     | 平均    |
|----|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| A組 | 100.00 | 75.00 | 80.00 | 80.00 | 100.00 | 87.00 |
| B組 | 100.00 | 90.48 | 80.95 | 61.90 | 90.48  | 84.76 |

集合の包含関係の学習をした実験クラス(A組)としなかった統制クラス(B組)ではt検定の結果有意差はなかった。また、平均正答率は実験クラスが87.0%、統制クラスは84.76%であった。また、立式とテープ図による説明方法の正答率は表3-3の通りである。

表3-3 確認テスト正答率

|    | 問1     |       | 問2    |       | 問3    |       | 問4    |       | 問5     |       |
|----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
|    | 式      | 説明方法  | 式     | 説明方法  | 式     | 説明方法  | 式     | 説明方法  | 式      | 説明方法  |
| A組 | 100.00 | 60.00 | 75.00 | 80.00 | 80.00 | 65.00 | 80.00 | 65.00 | 100.00 | 85.00 |
| B組 | 100.00 | 76.19 | 90.48 | 61.90 | 80.95 | 71.43 | 61.90 | 66.67 | 90.48  | 85.71 |

## 4. 考察

### 4.1. 事前・事後テストから

結果からは全体・部分集合の学習を取り入れても逆思考文章題の問題解決の成績に有意な差は見られなかった。また、事後テストにおいては6問中3問が正答率が下がっているか変化なしという結果であった。量的な分析では詳細な様子が分からないため、一人一人の誤答を分類しどのような傾向があるかを検証した。事前・事後テストの結果に誤答した児童が記述した式を記入してみると表4-1のようになる。

表4-1 事前・事後テスト結果

|    | 問1   |    | 問2   |    | 問3  |     | 問4   |      | 問5   |      | 問6    |       |
|----|------|----|------|----|-----|-----|------|------|------|------|-------|-------|
|    | 事前   | 事後 | 事前   | 事後 | 事前  | 事後  | 事前   | 事後   | 事前   | 事後   | 事前    | 事後    |
| 1  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 無    | ○    | ○    | ○    | 無     | ○     |
| 2  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+18 | 7-18 | ○    | ○    | ○     | ○     |
| 3  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+11 | 7+11 | ○    | ○    | ○     | ○     |
| 4  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | ○    | ○    | ○    | ○     | ○     |
| 5  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | ○    | 11-6 | 11-6 | ○     | ○     |
| 6  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+6  | 7+12 | ○    | 17-6 | 12-19 | 19-11 |
| 7  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | 7+11 | ○    | ○    | ○     | 19-11 |
| 8  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+11 | 7+11 | ○    | 6+5  | ○     | 19-11 |
| 1  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | ○    | ○    | ○    | ○     | ○     |
| 2  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 無    | ○    | 無    | ○    | 無     | ○     |
| 3  | 12-4 | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+18 | ○    | ○    | ○    | 19-9  | ○     |
| 4  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+8  | ○    | 無    | ○    | ○     | ○     |
| 5  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+11 | 7+11 | ○    | 10+1 | 無     | 19-11 |
| 6  | ○    | ○  | ○    | ○  | 8-7 | ○   | 7+18 | ○    | 16-6 | 17-6 | ○     | 19-11 |
| 7  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | 8-7 | 7+18 | 7+18 | 11-6 | ○    | ○     | ○     |
| 8  | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | ○    | ○    | ○    | ○     | ○     |
| 9  | ○    | ○  | 27+5 | ○  | ○   | 8-7 | 7+8  | 7+18 | 6-11 | 11-6 | ○     | ○     |
| 10 | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | ○    | ○    | ○    | 11-6 | ○     | ○     |
| 11 | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7+11 | 7+11 | 17-6 | ○    | 19-11 | 19-11 |
| 12 | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 7-1  | 7+1  | 17-6 | ○    | ○     | 1     |
| 13 | ○    | ○  | ○    | ○  | ○   | ○   | 無    | 7+11 | ○    | 17-6 | ○     | 19-11 |

問4では、問題場面を表す式は $7+\square=18$ になるため、答を求める式は $\square=18-7$ となるが、

誤答と判断された式では場面状況に沿った式である7+11が事前テストで4人，事後テストで6人いる。同様に見ていくと問5では $\square=11+6$ とすべきを17-6，問6では $\square=19-8$ とすべきところを19-11としている。まとめると表4-2のようになる。

表4-2 事前・事後テストの分類

| 問4 |    | 問5 |    | 問6 |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 事前 | 事後 | 事前 | 事後 | 事前 | 事後 |
| 4  | 6  | 2  | 3  | 1  | 7  |

これらは，求めるべき未知数がすでに分かっている，改めて文章が表す問題場面に沿って考えた式を記述したと考えられる。読み違えをしたのは問題文中の未知数を答えることである。そう考えれば，誤りと数えられた中にはすでに3つの数量の相互関係は理解できていた児童がいると考えられる。これらの児童を正答に分類し直してみると問4～6までの正答率はそれぞれ表4-3のようになる。

表4-3 分類後の事前・事後テスト正答率

| 問4    |       | 問5    |       | 問6    |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 事前    | 事後    | 事前    | 事後    | 事前    | 事後    |
| 47.62 | 76.19 | 71.43 | 76.19 | 76.19 | 95.24 |

これまで同様の調査をしてきた中では，このように未知数を求める式かあるいは答えを問うているのに対して，問題文と同じ構造の式を記述する児童がいることは報告されている。これらは，設問の意図を理解するのが不十分であったにせよ，「聞かれているのは分からない数を求める式で，もともとの式を書くのではない」ことを教示すれば，未知数を求める式を書くことができると推測される。

#### 4.2. 2年次のテープ図学習後の確認テスト結果

確認テストの成績表に誤答した児童が記述した式を記入してみると表4-4のようになる。

表4-4 確認テスト結果

|    | 問1 |      | 問2   |      | 問3  |      | 問4   |      | 問5 |      |
|----|----|------|------|------|-----|------|------|------|----|------|
|    | 式  | 説明方法 | 式    | 説明方法 | 式   | 説明方法 | 式    | 説明方法 | 式  | 説明方法 |
| 1  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 2  | ○  | x    | 14+8 | x    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 3  | ○  | x    | ○    | ○    | ○   | x    | ○    | x    | ○  | ○    |
| 4  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 5  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 6  | ○  | x    | 14+8 | ○    | 8-6 | x    | ○    | x    | ○  | x    |
| 7  | ○  | x    | 14+8 | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 8  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | 33-8 | ○    | ○  | ○    |
| 1  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 2  | ○  | ○    | 8+14 | x    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 3  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | x    | ○    | x    | ○  | ○    |
| 4  | ○  | x    | 14-7 | x    | 8-6 | x    | 23+8 | x    | ○  | x    |
| 5  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 7  | ○  | x    | ○    | ○    | 8-6 | x    | 23+8 | x    | ○  | ○    |
| 8  | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 9  | ○  | x    | ○    | x    | 8-6 | x    | 8+23 | x    | ○  | x    |
| 10 | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 11 | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |
| 12 | ○  | x    | ○    | ○    | ○   | x    | ○    | x    | ○  | ○    |
| 13 | ○  | ○    | ○    | ○    | ○   | ○    | ○    | ○    | ○  | ○    |

A組

B組

問3では，問題場面を表す式は $\square-6=8$ になるため，答を求める式は $\square=8+6$ となるべきだが，誤答と判断された式では場面状況に沿った式である14-6がA組で0人，B組で1人いる。

## 逆思考文章題の解決における思考過程の様相

同様に見ていくと、問4では $\square=23-8$ とすべきを15+8がA組で0人、B組で1人、問5では $\square=30-10$ とすべきところを30-20がA、B組とも0人であった。表にまとめると表4-5のようになる。

表4-5 分類後の確認テスト正答率

|    | 問1     | 問2    | 問3    | 問4    | 問5     | 平均    |
|----|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| A組 | 100.00 | 75.00 | 80.00 | 80.00 | 100.00 | 87.00 |
| B組 | 100.00 | 90.48 | 85.71 | 66.67 | 90.48  | 86.67 |

### 5. まとめ

本研究では、先行研究の示唆をもとに逆思考文章題の問題解決過程を調査すること、全体集合と部分集合を学習した後の思考過程の様相を分析することが目的であった。

#### 5.1. 逆思考文章題の問題解決過程

確認テストの結果においては、立式をした後に記述した式になる理由を説明させているが、大部分の児童はテープ図をかいている。しかし、テープ図をかいた解答にはテープ図としての関係性をうまく描けず誤答になっているものも多く見られた。さらに、実験、統制クラスともに立式を正解していてテープ図による説明方法を誤答している児童はおらず、立式が誤答で説明方法が正答、あるいはどちらも誤答であった。これは文部科学省(2008)で述べられている「図を、ほかの表現である式や言葉の式などとも関連付けて用い、考えたり、読み取ったり、説明したりすることができるようにする。」ことは児童にとって難しく、金田(2009)が指摘している困難さを裏付けるものとなった。テープ図をかくことができても正しい立式ができないということは、場面状況を理解しても未知数も含めた立式ができるわけではないことが推測できる。従ってテープ図をかくことは立式のための有効な手段にはなっていないため、改めてテープ図をえがくことの意義を考え直す必要がある。

#### 5.2. 全体集合と部分集合の包含関係の理解

1年次のプリントによる全体・部分集合の学習は、2年次の学習におけるテープ図の問題解決に影響を与えるものではなかった。包含関係が分かるということは順思考、逆思考の文脈を越えて文章が示している数量関係の全体像を理解したと考えられるが、それらの理解が立式や図的表現に影響を与えていないとは考えにくい。また立式の段階では場面状況を理解した上で式を立てているのではなく、文中に登場する数字の大小関係から根拠のない加減算を行い、答がちょうどよさそうな数になればそれを採用するという方略も考えられる。改めて逆思考文章題の解決における立式と図的表現、包含関係の理解の3点の関連を検討していく必要がある。

## 引用・参考文献

- 石田淳一・村上希久子(2010) 3学年の逆思考文章題解決における線分図指導に関する研究, 日本数学教育学会誌92巻第2号, pp. 2-9
- 石田淳一・土田圭子・岡本彩希(2007) 2学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究, 日本数学教育学会誌89巻第6号, pp. 2-11.
- 石丸登志恵(2005) 加法の逆・減法の逆—たすのかな?ひくのかな?— 横地清監修 算数科の到達目標と学力保障第2巻第2学年編, pp. 87-104 明治図書.
- 金田茂裕(2009) 作問課題による小学1年生の減法場面理解の検討 教育心理学研究 57(2), pp. 212-222
- 教育出版(2014) 線分図・数直線の指導の系統, pp. 1-14 [http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/textbook/shou/sansu/files/1934/25/H27\\_suchokusen.pdf](http://www.kyoiku-shuppan.co.jp/textbook/shou/sansu/files/1934/25/H27_suchokusen.pdf)  
(入手日2016/12/10)
- 平井安久(2012) 加法・減法の逆思考問題についての一考察～テープ図からの演算決定の難しさ～ 岡山大学教師教育開発センター紀要2, pp. 102-111
- 平井安久(2006) たし算・ひき算の逆思考問題での児童の理解 数学教育論文発表会論文集39, pp. 301-306
- 文部科学省(2008) 小学校学習指導要領解説算数編
- 守屋誠司(2013) 小学校低学年からの代数の指導について : カザフスタンの教科書を参考にして 数学教育学会誌54(1・2), pp. 35-48
- 守屋誠司・渡邊伸樹・丹野芳弘(2005) 第Ⅶ章 集合と論理 検定外学力をつける算数教科書第1巻第1学年編, pp. 143-174 明治図書

## **The aspect about process of thinking when solving inverse thinking problem**

Sagami Women's University

GOTO Manabu

Key words: whole set, subset, inverse thinking problem, tape's figure

The aim is to explain by using a formula in regards to addition and subtraction interrelationship which is learned at 2nd grades. The problem is necessary to inverse operation to the context shows words and expression, is called inverse thinking problem. It was well known for low grade students. The tape's figure is well used as a method to explain, but to contextualize, formularize by using unknown number, draw tape's figure doesn't link each other, so there are many indications of trouble. In this research, I will show inverse thinking problem solving process in detail, and whether it involve or not that to understand the inclusion relationship of whole set and subset.