

数学教育における教材開発の研究Ⅳ

— 繰り下がりのある減法の指導における論点の再考察 —

佐藤 学

Development of teaching materials in the study of Mathematics IV

— Reconsideration of Subtraction by Borrowing —

SATO, Manabu

Reconsideration of Subtraction by Borrowing there are "Genka-ho (Minuend decomposition)" and "Gengen-po (Subtrahend decomposition)". Teaching that emphasizes Genka-ho does not match now. The reason is calculation by a machine. Thus, humans must be considered how to calculate diverse. It must be able to select the appropriate calculation by the formula. Thinking the way of "Gengen-po" is significant.

There was a new difficulties to "Gengen-po". It is the second operation of the subtrahend. It is necessary to consider the rest of the subtrahend in the second operation. It is necessary to plan that careful consideration the children of the actual conditions.

Key Word : Gengen-po

I はじめに

本研究では、小学校第1学年「繰り下がりのある減法」に焦点を当てる。繰り下がりのある減法の計算方法には減加法と減々法の2つがあり、これまで減加法と減々法の2つの計算方法について対立的に議論がなされてきた。本研究では減加法か減々法かという二者択一ではなく、実際の授業実践における考察をもとに、減加法と減々法を組み合わせた指導を検討することを目的とする。

II 繰り下がりのある減法の計算方法とその論点

1 減加法・減々法と指導展開

繰り下がりのある減法の計算方法は、古くから減加法、減々法の2つを中心に扱ってきた。

例えば、 $13 - 9$ の計算を例にすると、

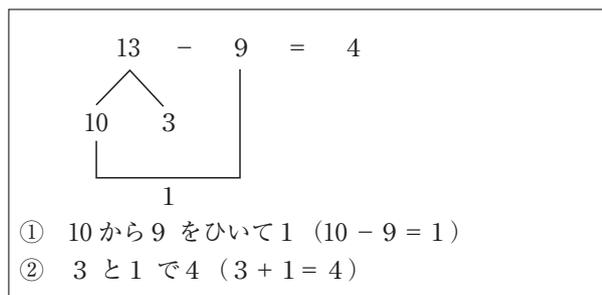


図1

を減加法といい、

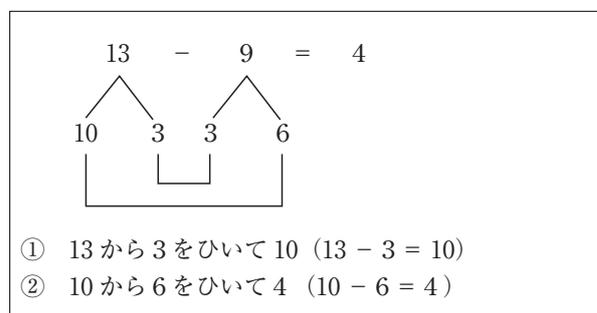


図2

を減々法という。

減加法と減々法の指導展開は様ではない。教科書(平成27年度、小学校全6社)における繰り下がりのある減法の計算の指導計画(表1参照)をみても明らかである。

A社、B社は減加法の指導から始まり、減加法の習熟を図った上で、減々法の指導に入っていると思われる。減々法の指導は少なく、繰り下がりのある減法の計算は、減加法を主とする指導観である。【減加法重視の指導】

C社、D社、E社、F社は減加法の指導で始めるが、減加法と減々法の指導時数は同程度である。それぞれの計算方法の習熟は、単元終盤にまとめて行うことにしている。繰り下がりのある減法の計算を、一つの方法に偏るのではなく、計算式によって計算しやすい方法を選択

できるようにすることをねらっている。特に、F社については、第1時において減加法で解決しやすい問題場面、減々法で解決しやすい問題場면을提示し、問題作りから始めている。計算方法の多様性をねらうことを鮮明にしている。【多様性重視の指導】

表1

		減加法	減々法	総数
減加法重視	A	① (全5)	⑥ (全2)	13
	B	① (全3)	④ (全1)	11
多様性重視	C	① (全2)	③ (全1)	11
	D	② (全2)	④ (全2)	10
	E	① (全2)	③ (全1)	8
	F	② (全1)	③ (全1)	10

* 数値は指導時間

2 論点

繰り下がりのある減法は、小学校第1学年において最も難しい計算である。同じ位で処理できないため、減加法、減々法のいずれも思考過程をいくつか踏む必要がある。

その思考過程に注目すると、減加法の場合は3つ、減々法の場合は4つとなり、減加法で解決する場合は処理が簡単であり、思考の負担も軽減される。この時期における児童の思考力、記憶力を考慮すると、減加法を先行して指導する、または減加法を中心に据えて指導するという方針になる。

繰り下がりのある減法は、第2学年「筆算」の計算を考える上では基本的な計算であることから、十分に習熟しておく必要がある。その意味で、学校現場では、繰り下がりのある減法は減加法だけでよいという意見も聞かれる。

A社とB社の展開は、繰り下がりのある減法の難しさや重要性を踏まえたものである。その理由は、ブロック操作による減加法の計算の仕方を考える指導に続いて、ブロック操作による計算方法の説明、被減数を2つの数に分解する図（通称「さくらんぼ図」。図1, 2を参照。）を使った計算処理、念頭による計算処理を行っていること、また、習熟を図るための問題も多く、減加法による計算が確実にできるよう丁寧に展開していることが挙げられる。習熟を図る問題には「13 - 5 (A社)」「14 - 6 (B社)」と減々法でも計算可能な数式を減加法で計算するように配していることも挙げられる。こうした姿勢には、繰り下がりのある減法はおおよそ減加法で計算できるという考えがあろう。さらに過去に遡ると、A社では平成4年版（1992～1995年使用）まで、B社では

平成14年版（2002～2004年使用）までは減加法のみで展開（註1参照）しており、繰り下がりのある減法は減加法によって定着を図ることが読み取れる。思考過程からみた思考の負担と確実な習熟が減加法重視の主張といえよう。

思考過程の回数は1段階多い減々法ではあるが、「13 - 4」の計算は、減々法による方がよいという声がある。

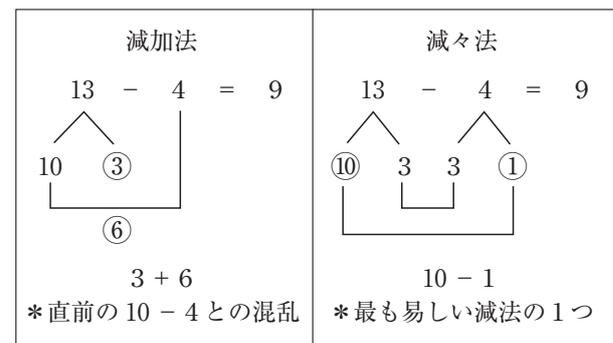


図3

図3は、13 - 4における減加法と減々法の計算を示したものである。減加法の場合、4をひいた後に行う次の計算は「3 + 6」（図3参照。減加法の③と⑥の部分）である。一方、減々法の場合は、減数の1つ3をひいた後に行う次の計算は「10 - 1」（図3参照。減々法の⑩と①の部分）である。通常であれば減法より加法が簡単であるが、「3 + 6」と「10 - 1」の計算では、「10 - 1」が易しい。なぜなら、「3 + 6」は直前に10 - 4の減法を行っており、それとの混乱が生じやすいからである。その点、「10 - 1」の場合、直前の計算も「3 - 3」と減法であり、混乱は少ないと考えられる。また、「10 - 1」の場合、減数1は最も易しい減法であり、数え引きでも求まることから、「3 + 6」よりも易しい。このように考えると、減数が5以下の繰り下がりのある減法は、減加法でなければならない理由は弱くなる。多様性重視の主張はこの点にもある。

知識基盤社会の時代における数計算という見地に立つと、科学技術の急速な進展による計算の退化と機械の台頭という状況を踏まえた議論も必要である。（佐藤, 2014）買い物の場面を取り上げても、バーコードの読み取りで事が済んでしまう。しかし、いかに機械が優れようとも、その機械の操作は人間が行い、その計算結果の判断も人間がする。ある銀行が、異なる口座に誤って送金したという驚きの事例があるが、機械が台頭する時代だからこそ、誤計算を防ぐ能力を身に付けておく必要があるというよい事例であろう。繰り下がりのある減法の場合では、減加法の指導に固執するのではなく、計算式によっては、減々法の計算を選択できる判断能力である。

C社, D社, E社, F社の指導展開には, こうした意図が読み取れる。また, 大阪市小学校教育研究会算数部(2013), ベネッセ教育総合研究所(2007, 2013)の調査においても, 繰り下がりのある減法の計算は90%以上の正答率にあり, 減々法の指導を積極的に進める根拠となり得る。さらに, 図絵やブロック操作で考える段階では, 減加法も減々法も操作は難しくない。(図4参照) また, 計算の仕方を発想することも容易である。

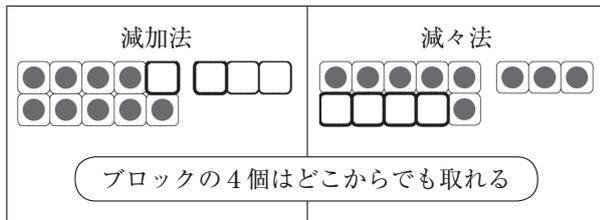


図4

計算の仕方を発想することが容易というのは, 減加法で指導を進めたいと考えても, 児童が減々法の計算の仕方を発想してしまうことも十分考えられる。主体的な学習を標榜するならば, 減々法を指導しないという方針は成り立たない。故に, 減加法か減々法かという二者択一ではなく, 減加法と減々法をどのように組み合わせて指導するのかを考えたほうがよいだろう。

そこで, 児童が減加法と減々法の2つの計算の仕方を理解し, 計算式によって適当な計算方法を選択できることの指導を可能にするため, 次の3点の難易について検討する必要がある。

- ア. 2つの計算の仕方を考えることの難易
 イ. 2つの計算の仕方を理解することの難易
 ウ. 2つの計算の仕方を比較検討することの難易

これまで述べてきた計算過程の解釈や, 2つの調査結果には, 児童が減加法と減々法のそれぞれを考えることや, 理解すること, 比較検討してそれぞれのよさを見付けることの実際が不明である。また, 考えること, 理解すること, よさを見付けることの活動の実際も不明である。椎名(2014)は, 小学校第6学年「円の面積」の指導において, 求積変形前の円と求積変形後の平行四辺形とで対応する構成要素を紐を使って調べる活動の重要性を述べている。円→平行四辺形→円の操作活動を繰り返すことにより, 約40%の児童が対応関係を理解していたが, もう一度紐を使って, 対応する長さを具体的に調べることにより, 理解できた児童が約25%も増えたと報告している。この知見に習えば, 考えること, 理解すること, よさを見付けることに適した活動を, 指導計画と結び付けて考える必要があることがいえる。

Ⅲ 授業実践とその考察

1 実践授業の概要

児童生徒の主体性をテーマにした授業実践をもとに, 3つの視点を考察する。なお, 授業実践の概要は次の通りである。

(1) 実施日

2015年10月28日。

(2) 対象児童

秋田県A市公立B小学校第1学年児童18名。

(3) 指導体制

学級担任1名による指導。

(4) 児童の実態

レディネステストによると,

- ・数の合成・分解 : 十分な状況 (15名)
不十分な状況 (3名)
- ・和差による数構成 : 十分な状況 (15名)
不十分な状況 (3名)

(5) 指導計画

- 第1次: 13-9の計算(減加法) …… 5時間*
 - 第2次: 12-3の計算(減々法) …… 2時間
 - 第3次: カード練習 …… 5時間
 - 第4次: まとめ …… 1時間
- *本稿が取り上げる実践は第1次の第1時である。

(6) 第1次第1時の目標

繰り下がりのある減法の計算方法について, 減加法の計算の仕方を知り, 10のまとまりに着目して考えることができる。

2 授業の実践と議論

(1) 導入から課題設定まで

授業は, 教師の問題提示から始まった。

どんぐりが13こあります。
9こつかいました。
どんぐりは, なんこのこっていますか。

問題提示の後, 全ての児童が「13-9」と立式した。そして, 黒板横に掲示された既習の数式と比較から「13-9は, どうやって求めるのかな」という本時の課題が設定された。具体的には, 被減数「13」, または, 被減数の一の位の数「3」と減数「9」の比較から, 「(被減数から)そのまま引けない【繰り下がりのない減法との

違い】や「バラ（被減数の一の位の数）から取れない【数構成に基づく減法との違い】」に注目することができていた。この時点において、児童は、本時の課題が繰り下がりのある減法の計算の仕方を考えることだと明確に意識できていたと考える。

(2) 見通し

繰り上がりのある減法の計算は、減加法、減々法の他に「数え引き」や「補加法」がある。（註2参照）先述したとおり、ブロック操作の段階であれば、減加法も減々法も容易に考えられる。また、数認識が不十分な児童は「数え引き」もする。（しかし、「数え引き」は厳密には計算をしているとは言えない。）

授業実践では、見通しの段階において「数え引き」が取り上げられた。「数え引き」という方法の理解、計算結果の確認と行った後、その操作の回数に注目した。児童は9回の処理数から簡潔さを感じ得ず「もっといい9の取り方はないか」という意識を持つに至った。5分にも満たない短いやりとりであったが、

i 考え易い方法が取り上げられたことにより、これを考えた児童の意欲を喚起することが期待できる。

ii また、計算結果が明らかになり、安心して新たな計算方法を考える意思を期待できる。

という効果があると考えた。さらに、

iii 数理的処理から見た数え引きの問題を踏まえ、より簡潔、よりの確な数理的処理が可能な計算方法を考える必要性を児童が抱く。

という効果もあったと考える。特に、iiiの効果は数学的目的意識を持った姿として高く評価できる。

①

被減数のバラ3を10のままと
まりの上に重ねる。

$$13 - 9 =$$

↓

② しばらく考える。

↓

③

①で重ねたバラ3以外のところ（矢印の部分）
で、1, 2, 3と数える。

図4

(3) 自力解決—減々法を考えたC児の様相—

その上で、児童は、新たな計算方法として減加法と減々法を考えた。

減々法を考えた児童C児は、図4の手順で思考していた。まず、①の操作では、被減数のバラ3を10のままとまりの上に重ねている。③の操作を踏まえると、重ねた被減数のバラ3は、減数9を分解してできる数の3である。つまり、C児はバラの3を取り除くことを考えたのである。ただし、重ねた3の下敷きとなった3の意味は不明である。

②において、C児はしばらく操作しなかった。何かしら考えがあって、直ぐに操作することができないでいた。1分弱経過して、C児は閃いたように①で重ねたバラ3以外のところを、1, 2, 3と数えた。それが③である。③の操作を終えて、C児は自らが考えた方法で解決したようで、安堵した表情を浮かべていた。③において解決したということは、C児は、①で重ねたバラ3と、その下敷きの3、数えた3を合わせて減数の9をつくっていたとみえる。（図5参照。）

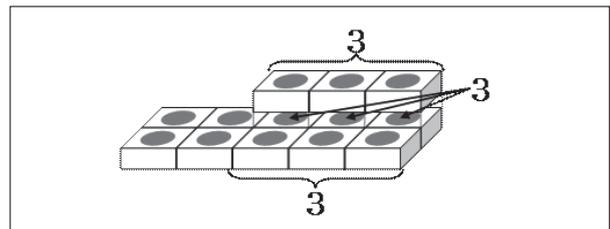


図5

このように考えると、②のしばらく操作しなかった理由も読み取ることができる。それは、残りの数をどのように取ろうか思案していたのである。しかし、ここで疑問が生じる。残りの数は3である。1, 2, 3と数えることは難しくない。それまでの操作をみても、3を数えること、捉えることが難しいとは考えられない。なぜ、C児は1, 2, 3と数えることを、直ぐに始められなかったのであろうか。

その答えは、次のように考えられる。①で重ねたバラ3と、その下敷きの3で、減数は6まで作ることができた。C児の全体的な様子から3と3で6を作ることができたと分かっていたに違いない。しかし、最終的に必要な減数は9である。その9を作るため、あとどれだけ取ればよいのかを思案していたのである。つまり、「9-6」の計算を考えるのに、時間を費やしていたのである。

図4に示す①の段階は、ブロックを動かすだけなので考えなくともできる。難しくない操作である。さらに、動かすことで重ねたバラ3と、その下敷きの3を合わせることも容易である。しかし、次の「9-6」の段階では、動かすことで重ねたバラ3と、その下敷きの3を合

わせてつくった「6」を念頭に置きながら、減法の計算をすることになり、これまでの操作や思考とは異なる難しさがある。特に、C児の場合はバラ3を重ねたため、混乱も生じたといえる。

加法→減法という流れも、思考の切り替えを要求されるため、難しい理由となる。減々法の計算の難しさは念頭で行うことにあり、操作は易しいとする考えが通念としてあるが、C児の考え倦んでいた姿から、ブロックの操作にも困難があることが分かった。結果的に、C児はこの困難な場面を自ら克服し解決に至ったわけだが、誰しも解決に至るとはいいい難い。残りの減数を求める計算を考えられなかったり、その計算を間違えたりすることは十分に予想できる。

授業実践のように、減加法に加えて、減々法をも考察の対象として授業を進めることは至難なことである。児童や授業者の力量に左右される可能性がある。検討の視点「ア. 2つの計算の仕方を考えることの難易さ」については、「容易ではない」と結論付けたい。

(4) 集団解決から授業終末まで

授業実践では、減加法、減々法の計算の仕方が示された。そして、それぞれの引く操作について検討し、減加法は「9を取る」の1回、減々法は「3を取る」「6を取る」の2回であることから、減加法のほうが減々法に比べ、「早くできる」という結論に至った。授業実践の学級では、日常的に、数理的な処理のよさの検討を進めてきたようであり、この検討には多くの時間を必要としなかった。

その後、「10のまとまりから9を引いて求めることもできる(傍点は筆者による。)」とまとめがなされた。「求めることもできる」には、減々法の計算を考えた児童の奮闘を認めたい授業者の思いが現れており、本時の目標からすると、「10のまとまりから9を引いて求めることができる」というまとめに達していたと考える。

最後は、表1の左列に示す「振り返り名人」の視点にしたがって、本時の学習の振り返りを行っていた。

表2

・「大事な言葉」 ・「分かった！」 ・「できるようになった」	【学習の成果】
・「なるほど！」 ・「すごい！」 ・「分かりやすい」 ・「よかった」	【実感・納得】
・「今度も」 ・「?の解決」	【発展・活用・課題】
・「○○さんのおかげ」 ・「活躍した人」	【他者の存在】

多くの児童が学習の成果として減加法の数理的な処理のよさに触れる振り返りをしていった。C児の振り返りは、「Dさんのおかげで、2回取るよりも、1回で取るのが簡単だと分かりました」と、減加法の計算の仕方を発表したD児の存在や、数理的な処理のよさを明確に言語化したものであった。

集団解決から授業終末までの児童の様相から、次のことがいえる。

検討の視点「イ. 2つの計算の仕方を理解することの難易」については、その理解の程度を念頭操作のレベルに達するには、さらに習熟の時間を必要とするが、授業実践のように減加法と減々法の計算方法を視覚的に捉えさせ、それぞれの引く操作に着目して、数理的な処理のよさを検討するというレベルに至ることは十分に可能である。C児の振り返りを踏まえると、減加法と減々法の計算方法の両者を体験することが数理的な処理のよさを、より実感的にすると考える。減加法と減々法の計算方法を発表した後、全員で同じ操作をする場面があるとよいだろう。

また、検討の視点「イ. 2つの計算の仕方を比較検討することの難易」についても、児童の様相から十分可能であるといえる。

ただし、検討の視点「イ. 2つの計算の仕方を理解することの難易」と「ウ. 2つの計算の仕方を比較検討することの難易」については、C児のように、児童が減々法の計算方法を考えられるという条件付きであるとした。

それでも、減加法と減々法を第1時より、対立的に扱っていくとしたら、授業実践のように減数の処理を直観的に比較検討させるとよいだろう。

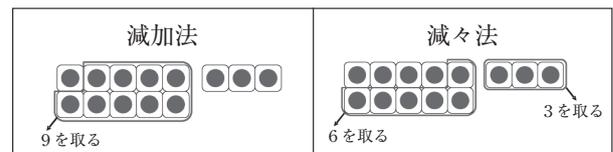


図6

図6のように「取る」という言葉で統一することにより、児童は加法を意識しないで済む。「3を取る」「6を取る」で「9を取る」ことは加法をしているのだが、視覚的に示すことにより、減数を直観的に捉えることができる。これは小学校第1学年導入時で指導する数の合成・分解の働きによるものである。

ただし、あらゆる学級において、減加法と減々法を第1時より対立的に扱っていくことを可能にするものではない。減々法を考えるC児の困難な様相を踏まえると、第1時は減々法の計算方法は児童から示された場合に限っての対応でよい。児童から減々法の計算方法が出な

くてもよいという構えで、教師は授業に臨むことが大切である。減加法と減々法を組み合わせた指導については、並列に扱うのではなく、減加法の計算を理解し、十分に習熟した上で、減加法の指導を行う方が、児童の混乱もなく新しい計算の仕方を考える意欲も喚起できてよいという結論に至った。

IV 結びと謝辞

減加法による確実な計算の習熟という指導観は、機械が台頭する時代には合致しない。機械が台頭する時代だからこそ、計算を多様に考え、計算式によって適当な計算を選択できる能力の開発が必要である。その意味から、減々法の計算方法を考えることも有意義であると考えられる。

これまで、減々法の計算を指導することに積極的な意見の中には、図絵やブロック操作の段階では計算方法を考えることやその操作が、難しくないといいものがあつた。しかし、本稿で取り上げた授業実践において明らかになったことは、減々法の計算で行う減数の2回の操作と、残りの減数を考えなくてはならない難しさがある。本稿の授業実践に見られる指導の工夫によって、減数を考える難しさを和らげることもできる。しかし、児童の理解の実態を慎重に捉え、指導計画を立案する必要があることを示唆するものとして心留めておきたい。

本研究が見出した知見は、減加法と減々法に関する新たな議論を深める視点となり、思慮ある授業実践が増えていくことのきっかけになるものと期待する。



末筆となりましたが、本稿の執筆のきっかけを提示してくださった、第54回秋田県算数・数学教育研究（能代・山本）大会（2015）公開授業（小学校第1学年「ひきざん」）において、授業提案者である三洲由紀子先生と、指導助言者である秋田県教育庁義務教育課指導主事の椎名美穂子先生に心より感謝申し上げます。

註

1：減々法の扱い

A社：平成4年版では「12 - 3」の計算に柿の絵図（10個の柿は箱に収められ、2個の柿は皿に載せられている図）が示されている。減加法も減々法も可能だが、減々法を明確に意図したものではない。しかし、平成8年版（1996～1999年使用）では同じ「12 - 3」の計算において、キャラクターが「3をどうやってとろうかな。」と考えている絵が加えられ、減々法の計算の仕方を考える展開が期待できる。

B社：平成14年版では「13 - 4」の計算にブロック

図が示されている。減加法も減々法も可能だが、減々法を明確に意図したものではない。しかし、平成17年版（2005～2010年使用）では、同じ「12 - 3」の計算において、減加法と減々法それぞれのブロック操作と計算の仕方を説明する2人の子どもキャラクターが登場しており、減々法の計算の仕方を扱うことが明確に示されている。

2：繰り上がりのある減法の計算の仕方

数え引き：「13 - 9」の場合であれば、被減数の13から1, 2, 3, …, 8, 9と数えながら減数の分を引いて、4を求める方法。

補加法：「13 - 9」の場合であれば、9に何を足したら13になるかを考えて、4を求める方法。

文献

- 石田淳一・片村順子（2008）：繰り上がりのあるたし算および繰り下がりのあるひき算の計算の仕方の指導に関する研究、日本数学教育学会誌 90(8), 22～29
- 東京書籍（2015）：新編「新しい算数」1年指導計画作成資料
- 新興出版社啓林館（2015）：平成27年度版教科書小学校カリキュラム作成資料算数
- 学校図書（2015）：平成27年度版教科書年間指導計画・評価規準
- 教育出版（2015）：平成27年度小学校教科書年間学習指導計画・評価計画
- 大日本図書（2015）：27年度版新版たのしい算数年間指導計画
- 日本文教出版（2015）：「小学算数」1年年間指導計画
- 前原昭二・他（1991）：「あたらしいさんすう1」, 東京書籍, pp.71～72
- 広中平祐・他（1995）：「新編あたらしいさんすう1」, 東京書籍, pp.71～72
- 細川藤次・他（2000）：「さんすう1ねん」, 新興出版社啓林館, pp.70～71
- 清水静海・他（2004）：「わくわくさんすう1」, 新興出版社啓林館, pp.80～81
- 佐藤学（2014）：「数学教育における教材開発の研究Ⅱ－小学校算数科における補数の定義の拡張的扱い－」, 秋田大学教育文化学部研究紀要, 69巻, pp.1～6
- 大阪市小学校教育研究会算数部（2013）：「『さんすうしんだん』60年のまとめ－60年間にわたる継続研究からの提言－」, p.15
- *昭和55年以前の調査では90%を下回る正答率もみられるが、平成に入ってから調査では90%を上回っている。
- ベネッセ教育総合研究所（2007）：「小学生の計算力に関する実態調査2013」, pp.8～9
- ベネッセ教育総合研究所（2013）：「小学生の計算力に関する実態調査2013」, pp.12～13
- 椎名美穂子（2014）：「円の面積公式をつくる方法の理解の困難点とそれらを解消する指導の工夫－円を扇形に等分割する方法に焦点をあてて－」, 日本数学教育学会誌, 96(2), pp.2～10
- 第54回秋田県算数・数学教育研究（能代・山本）大会（2015）：公開授業小・中学校学習指導案