

## 研究報告

## 鋼板挿入集成材梁のせん断補正係数の推定方法についての検討

大黒屋 信英\*・川原 将\*・後藤 文彦\*\*・長谷部 薫\*\*

## Consideration about estimation methods of shear coefficient for steel-plate-inserted glulam beams

Masahide Daikokuya\*, Masashi Kawahara\*, Humihiko Gotou\*\*, Kaoru Hasebe\*\*

## Abstract

Shear stiffness of glulam beams is very small compared with its bending stiffness. While hybridization of glulam beams by inserted steel plates improve the bending stiffness, it does not so improve the shear stiffness. As a result ratio of shear deformation to bending deformation is greater in the steel-plate-inserted glulam beams than even in glulam-only beams. Therefore it is very important to estimate shear coefficient for the steel-plate-inserted glulam beams. In this study we analytically, numerically and experimentally estimate the shear coefficient of the aluminum-plate-inserted acrylic beams instead of steel-plate-inserted glulam beams, since we can easily know the shear modulus for the isotropic materials aluminum and acrylic. We discuss the validity and accuracy of each estimation method.

## 1. まえがき

集成材はせん断剛性が小さい材料で, 例えば面内曲げによるせん断変形に対するせん断弾性係数は面外曲げヤング率の  $1/12 \sim 1/16$  程度<sup>(1)</sup> である. 近年, 集成材に鋼板を挿入して補強したハイブリッド型の車道橋も作られるようになってきたが, このような鋼板挿入集成材梁では曲げ剛性は大きく改善されるものの, せん断剛性はそれほど改善されない. その結果, 曲げ変形に対するせん断変形の比率は, 集成材のみの梁よりもむしろ大きくなってしまい, 条件によってはせん断破壊の危険性が高くなる場合もあり得る. よって, 鋼板挿入集成材梁では, せん断変形の程度をティモシェンコ梁理論などで見積もることが重要となるが, そのためには, 鋼板挿入された合成断面に対してせん断補正係数が適切に算定される必要がある. せん断補正係数は, 等方性材料に対しては3次元弾性論から解析的に導くことができるが, 集成材などの異方性材料や鋼板と集成材の合成断面に対して解析的に導くのは簡単ではない. これまでに著者らは, 文献<sup>(2)</sup> では, 鋼板のヤング率を木材に換算した寸法や断面定数を用いて断面1次関数を積分することで合成断面のせん断補正係数を算定したり, 文献<sup>(3),(4),(5)</sup> では, 立体要素でモデル化した有

限要素解の荷重とたわみの関係から異方性材料のせん断補正係数を逆算するといったことを試みてきた. せん断補正係数はせん断剛性を補正する値であるが, 集成材ではせん断弾性係数の測定がせん断補正係数の値に左右されるため<sup>(6),(1)</sup>, 各種の方法で算定されたせん断補正係数自体の妥当性をせん断弾性係数の妥当性から独立に判断することが難しい.

そこで本研究では, せん断弾性係数がせん断補正係数に左右されずに引張試験から測定できる等方性材料(アルミとアクリル)を組み合わせた合成梁のモデルに対して, 各種の方法でせん断補正係数を求めて比較し, それぞれの方法の妥当性について考察する.

## 2. 解析モデル

板厚 5mm および 1mm のアクリル板と板厚 1mm のアルミ板を組み合わせて, 図1のような幅 11mm×桁高 30mm×梁長 600mm のアルミ板挿入アクリル梁3種と, アクリルのみの梁1種を作成する. 上下に鉛直に挿入されたアルミ板の深さは, 桁高の 20%(6mm) ずつのもの, 40%(12mm) ずつのもの, 上から下まで突き抜けている 50% のものの3種である. アクリルどうしの接着にはアクリルサンデー接着剤(成分: 二酸化メチレン)を用い, アクリルとアルミの接着には, セメダイン ハイスーパー 30(成分: A 剤: エポキシ樹脂, B 剤: ポリチオール)を用いる. なお, 解析上は接着剤層は考慮しない.

引張試験を行ったところ, アクリル板のヤング率は 3.14GPa, ポアソン比は 0.470 であり, アルミ板のヤング率は 73.2GPa, ポアソン比は 0.327 である.

2011年7月22日受理

\* 株式会社 長大, CHODAI CO., LTD.

\*\* 秋田大学 大学院工学資源学研究所, Graduate School of Engineering and Resource Science, Akita University

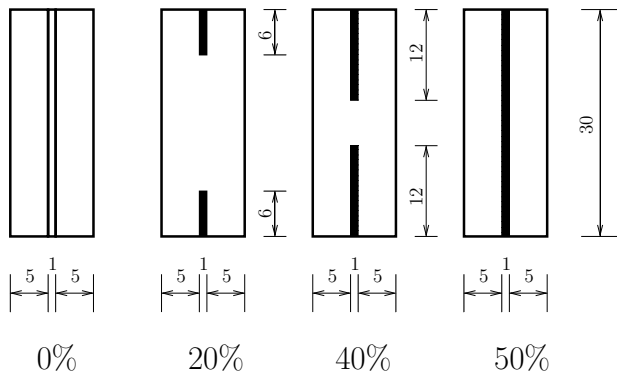


図1 解析モデル.

### 3. せん断補正係数

中央に集中荷重  $P$  を受ける単純支持梁の中央のたわみ  $v$  は、ティモシェンコ梁理論では、次式のように表される(7),(6).

$$v = \frac{P\ell^3}{48EI} + \frac{P\ell}{4kGA} \quad (1)$$

ここに、 $\ell$  は梁の軸長、 $E$  はヤング率、 $I$  は断面 2 次モーメント、 $k$  はせん断補正係数、 $G$  はせん断弾性係数、 $A$  は断面積である。さて、集成材梁に鋼板を挿入して補剛された合成断面の場合、補剛される側の相対的にやわらかい材料の諸元に添字  $w$  を、補剛する側の相対的に固い材料の諸元に添字  $s$  をつけて表すことにすると、合成断面としての曲げ剛性  $EI$  は、 $E_w I_w + E_s I_s$  のようにそれぞれの材料部分の曲げ剛性の和として表せるが、せん断剛性  $GA$  は、それぞれの材料部分の和としては表せない。立体要素を用いた有限要素解析(4)と比較した考察から、鋼板挿入集成材梁のせん断剛性は、挿入鋼板が極端に深くない限りは、集成材部分と鋼板部分のせん断剛性の和 ( $G_w A_w + G_s A_s$ ) よりも、集成材のみの梁としたせん断剛性 ( $G_w A$ ) に近いことが分かっている。つまり、これは、鋼板挿入によって  $EI$  の方は大きくなるのに対して、 $GA$  の方はあまり大きくなりえないということを意味しており、たわみ  $v$  に占めるせん断項の割合が補剛のせいでもむしろ大きくなることを示している。

せん断補正係数  $k$  の値は、せん断剛性  $GA$  をどのように定義するかに依存するので、ここではティモシェンコ梁理論による合成梁のたわみの式において、せん断剛性を  $G_w A$  とした場合のせん断補正係数  $k_w$  と、 $G_w A_w + G_s A_s$  とした場合のせん断補正係数  $k_n$  とを次式のように定義し

ておく。

$$k_w = \frac{P\ell}{4(G_w A) \left\{ v - \frac{P\ell^3}{48(E_w I_w + E_s I_s)} \right\}} \quad (2)$$

$$k_n = \frac{P\ell}{4(G_w A_w + G_s A_s) \left\{ v - \frac{P\ell^3}{48(E_w I_w + E_s I_s)} \right\}} \quad (3)$$

### 4. 換算断面諸元からの算定

等方性材料からなる開断面部材のせん断補正係数は、次式で与えられる(7)。

$$k = \frac{t^2 I^2}{A \int_A Q(y)^2 dy} \quad (4)$$

ここに、 $t$  は部材板厚 (ここでは桁幅)、 $Q(y)$  は  $Q(y) = \int_{y_e}^y y t dy$  で定義される断面 1 次関数で、 $y_e$  は図心を通る水平軸から桁縁部までの距離である。

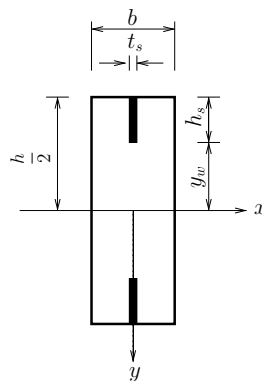


図2 鋼板挿入断面.

この式を用いて、図2のような鋼板挿入集成材梁のせん断補正係数を求めてみる。集成材に対する鋼板のヤング率の比率を  $n = \frac{E_s}{E_w}$  とおき、集成材換算断面 2 次モーメントを次式で定義する。

$$I_n = \frac{E_w I_w + E_s I_s}{E_w} = I_w + n I_s \quad (5)$$

また、集成材換算断面積を次式で定義する。

$$A_n = \frac{E_w A_w + E_s A_s}{E_w} = A_w + n A_s \quad (6)$$

上式を次式のように書き換えることで、鋼板が挿入されている部分の集成材換算幅  $b_n$  を定義する。

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{E_w(b - t_s)h_s + E_s t_s h_s}{E_w} \\ &= \{(b - t_s) + n t_s\} h_s \\ &= b_n h_s \end{aligned} \quad (7)$$

桁上部の鋼板挿入部分 ( $-\frac{h}{2} < y < -y_w$ ) の断面 1 次関数  $Q_s(y)$  は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} Q_s(y) &= \int_{-\frac{h}{2}}^y y b_n dy \quad (8) \\ &= b_n \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{-\frac{h}{2}}^y = \frac{b_n}{2} (y^2 - \frac{h^2}{4}) \end{aligned}$$

図心 ( $y = 0$ ) よりも桁上部 ( $-y_w < y < 0$ ) の鋼板のない部分の断面 1 次関数  $Q_w(y)$  は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} Q_w(y) &= Q_s(-y_w) + \int_{-y_w}^y y b dy \quad (9) \\ &= \frac{b_n}{2} (y_w^2 - \frac{h^2}{4}) + \frac{b}{2} (y^2 - y_w^2) \end{aligned}$$

合成断面のせん断補正係数を次式で与える.

$$\begin{aligned} k &= \frac{b^2 I_n^2}{\bar{A} \int_A Q(y)^2 dA} \quad (10) \\ &= \frac{b^2 I_n^2}{2\bar{A} (\int_{-\frac{h}{2}}^{-y_w} Q_s^2(y) \bar{b} dy + \int_{-y_w}^0 Q_w(y)^2 b dy)} \end{aligned}$$

$\bar{A}$  と  $\bar{b}$  をどのように設定するかは、合成断面の考え方で変わってくるが、ここでは、 $\bar{A}$  に  $A_n, A_w, A$  のいずれかを、 $\bar{b}$  に  $b_n$  または  $b - t_s$  を代入して値を比較してみる. この  $b_n = b - t_s$  というのは、式 (10) の積分項において、挿入鋼板を無視した場合に相当する. 式 (10) の断面 1 次関数の積分の具体的な結果を以下に記しておく.

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{h}{2}}^{-y_w} Q_s^2(y) \bar{b} dy &= \frac{b_n^2 \bar{b}}{4} \left( -\frac{y_w^5}{5} + \frac{h^2}{6} y_w^3 - \frac{h^4}{16} y_w + \frac{h^5}{60} \right) \\ \int_{-y_w}^0 Q_w(y)^2 b dy &= \frac{b_n^2 b}{4} (y_w^5 - \frac{h^2}{2} y_w^3 + \frac{h^4}{16} y_w) \\ &\quad - \frac{b_n b^2}{3} (y_w^2 - \frac{h^2}{4}) y_w^3 + \frac{2}{15} b^3 y_w^5 \quad (11) \end{aligned}$$

図のアルミ板挿入アクリル梁の諸元に対して、式 (10) から求めたせん断補正係数を表 1 に示す.

表 1 せん断補正係数 (括弧内は逆数).

		$\frac{h_s}{h}$ (%)			
$\bar{b}$	$\bar{A}$	0	20	40	50
$b_n$	$A_n$	0.833 (1.20)	0.360 (2.78)	0.138 (7.24)	0.0909 (11.0)
	$A_w$	0.833 (1.20)	0.677 (1.48)	0.391 (2.56)	0.303 (3.30)
	$A$	0.833 (1.20)	0.653 (1.53)	0.362 (2.76)	0.275 (3.63)
	$E_w = E_s$ ( $A_n = A$ )	0.833 (1.20)	0.833 (1.20)	0.833 (1.20)	0.833 (1.20)
$b - t_s$	$A_n$	0.833 (1.20)	0.484 (2.05)	0.338 (2.96)	0.303 (3.30)
	$A_w$	0.833 (1.20)	0.919 (1.09)	0.957 (1.05)	1.01 (0.992)
	$A$	0.833 (1.20)	0.885 (1.13)	0.887 (1.13)	0.917 (1.09)
	$E_w = E_s$ ( $A_n = A$ )	0.833 (1.20)	0.842 (1.19)	0.884 (1.13)	0.917 (1.09)

アルミ板深さ  $\frac{h_s}{h}$  が 0 つまり単一材料の場合、 $\bar{b}$  と  $\bar{A}$  に何を用いてもせん断補正係数は  $\frac{5}{6} = 0.833$  となる.  $\bar{b} = b_n$  の場合、アルミ板とアクリルのヤング率を等しくすれば、アルミ板の深さにかかわらず、せん断補正係数は  $\frac{5}{6} = 0.833$  となる. ちなみに文献<sup>(2)</sup>では、挿入鋼板部のせん断応力とひずみは小さく無視できるという理由で  $\bar{b} = b - t_s$  を用い、 $\bar{A}$  には  $A_n$  を用いている.  $\bar{b} = b_n$  を用いた場合は、 $\bar{A}$  に  $A_n, A_w, A$  のいずれを用いてもアルミ板の挿入深さが深くなるほどせん断補正係数は小さくなるのに対して、 $\bar{b} = b - t_s$  を用いた場合は、 $\bar{A}$  を  $A_w$  または  $A$  とするとアルミ板の挿入深さが深くなるほどせん断補正係数が大きくなっている.

## 5. 実験からの算定

2章の解析モデルを作成し、図3のように中央集中荷重を受ける単純梁として3点曲げ試験を行う. スパンは45cm, 50cm, 55cmの3ケースとし、挿入アルミ板の深さが0%, 20%, 40%, 50%のそれぞれのモデルに対して、最大荷重102Nまで重りを載荷して中央部のたわみを測定する. 実験から得られた荷重  $P$  とたわみ  $v$  を式(2)と式(3)に代入して求まるせん断補正係数  $k_w$  と  $k_n$  を表2に示す.

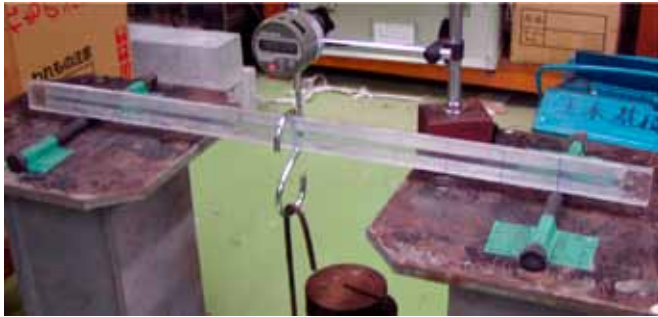


図3 3点曲げ試験.

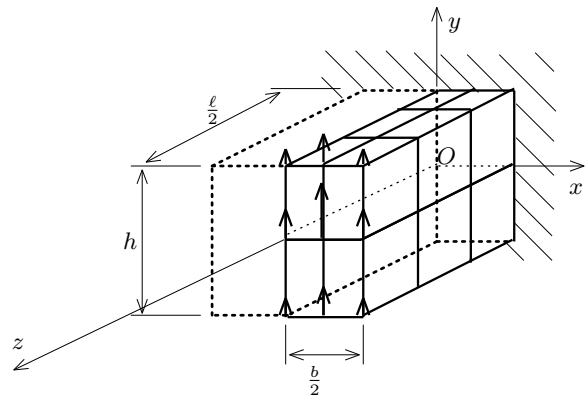


図4 有限要素モデル.

表2 セン断補正係数.

		$\frac{h_a}{h}$ (%)			
スパン (cm)		0	20	40	50
$k_w$	45	0.128	0.438	0.346	0.436
	50	0.165	0.299	0.291	0.562
	55	0.0716	0.508	0.146	0.450
$k_n$	45	0.128	0.234	0.127	0.137
	50	0.165	0.160	0.106	0.176
	55	0.0716	0.271	0.0535	0.141

いずれの値も  $\frac{5}{6}$  よりもかなり小さめに算定されている。スパンの大小やアルミ板深さに対して、単調な増減の関係が特に認められないので、誤差によるばらつきが大きいものと思われる。断面定数などは製作誤差を含めた実寸寸法から求めたが、すべての値が一律に低めだということは、材料定数の測定誤差が反映されているせいかもしれない。

## 6. 有限要素法からの算定

ここでは、解析モデルの梁を8節点アイソパラメトリック直方体要素を用いてモデル化して、有限要素解析により曲げ解析を行い、得られた荷重とたわみを式(2)、式(3)に代入することで<sup>(3),(4)</sup> セン断補正係数  $k_w, k_n$  を求める。解析には、GPL ライセンスのフリーの有限要素解析ツール CalculiX<sup>(8)</sup> を用いて文献<sup>(9),(5)</sup> と同様に、対称条件から単純梁の  $\frac{1}{4}$  を取り出した図4のような片持ち梁を解いている。境界条件は、固定端断面 ( $xy$  面) 上にある節点の  $z$  方向変位を拘束、固定端  $x$  軸上にある節点の  $y$  方向変位を拘束、対称面 ( $yz$  面) 上にある節点の  $x$  方向変位を拘束する。荷重は、中央集中荷重  $P$  を受ける単純梁の支点反力の半分  $\frac{P}{4}$  を  $\frac{1}{4}$  梁の自由端に分散させて載荷するものとする<sup>(9)</sup>。

まず、それぞれの梁がどの程度のせん断変形を生じるかを確認するため、式(1)のせん断項を無視した初等梁の

たわみに対する有限要素解のたわみの相対誤差を図5に示す。

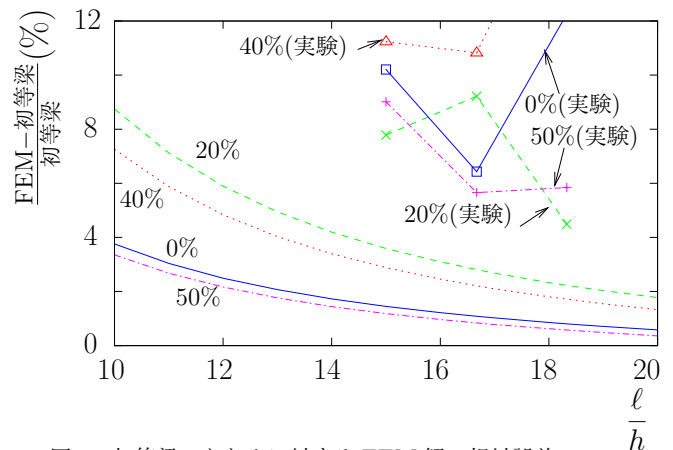


図5 初等梁のたわみに対する FEM 解の相対誤差.

5章の実験値も併記したが、やはり実験値は誤差とばらつきが大きいことが分かる。有限要素解析の結果からはアルミ板を深さ20%や40%で補剛した梁では、アクリルのみの梁(0%)よりもたわみに占めるせん断たわみの比率が大きくなっていることが分かる。これは3章でも述べたように、挿入アルミ板は、曲げ剛性を改善するものの、せん断剛性の方はそれほど改善しないためである。但し、アルミ板を完全に突き通した梁(50%)では、せん断剛性もある程度改善されるため、アクリルのみの梁(0%)よりもたわみの相対誤差がやや小さくなっている。

式(2)に有限要素解の荷重とたわみを代入して求めたせん断補正係数  $k_w$  を図6に示す。アクリルのみの梁(0%)やアルミ板深さ20%の梁は、スパン/桁高比  $\frac{l}{h} = 10$  の辺りでは  $k_w$  は  $\frac{5}{6}$  に近い値を取っていて、 $\frac{l}{h}$  が大きくなるにつれて、 $k_w$  も増加しているが、アルミ板深さ40%の梁では、やや高め、アルミ板を突き通した梁(50%)では更に高めに  $k_w$  が算定されている。これは、アルミ板が

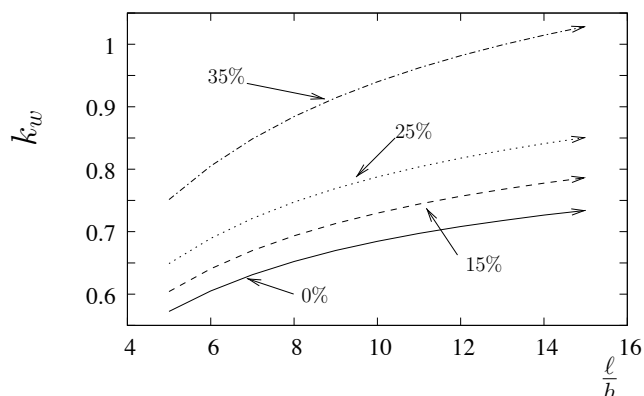


図6 FEMから算定したせん断補正係数 $k_w$ .

50%に近くなると、せん断剛性に補剛の効果が現れてくるためと思われる。

そこで次に、式(3)に有限要素解の荷重とたわみを代入して求めたせん断補正係数 $k_n$ を図7に示す。

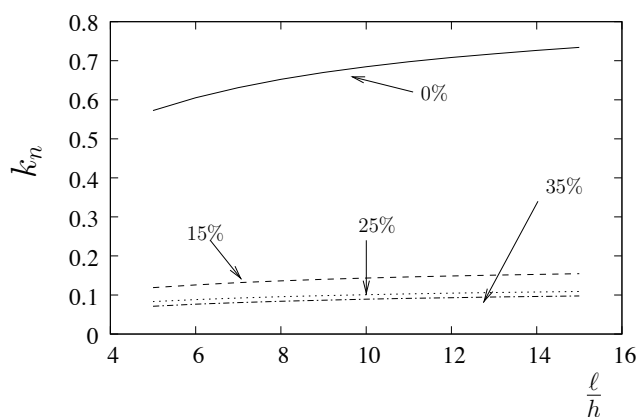


図7 FEMから算定したせん断補正係数 $k_n$ .

今回は、アクリルのみの梁(0%)とアルミ板を突き通した梁(50%)が、 $\frac{l}{h} = 10$ で $\frac{5}{6}$ に近い $k_n$ を取り、アルミ板深さ20%と40%の梁は $\frac{5}{6}$ よりも低めの $k_n$ となっている。つまり、アルミ板を突き通した梁ではせん断剛性を $G_w A_w + G_s A_s$ で評価した方が、せん断補正係数は $\frac{5}{6}$ に近い値が得られるものの、アルミ板が浅い梁では、せん断剛性は $G_w A$ に近いので、小さめの $k_n$ が算定されてしまうということだろう。 $k_w$ も $k_n$ も $\frac{l}{h}$ の増加に伴って大きくなっていくが、これは有限要素解析の桁落ちが影響している可能性が疑われる。式(2)や式(3)の分母に有限要素解のたわみと初等梁のたわみの差を取る項があるが、図5に示されるように $\frac{l}{h}$ が大きくなって梁が細長くなるほどせん断変形の影響は小さくなっていくので、有限要素解のたわみと初等梁のたわみの値が接近し桁落ちの影響を受けやすくなっていく。今回は、アクリルを母材とした等方性材料を解析対象としたため、図5で確認される初等梁に

対するせん断変形の影響が数%のオーダーしかなく、せん断弾性係数が面外曲げヤング率の $\frac{1}{12} \sim \frac{1}{16}$ 程度しかない集成材を母材としたモデル(3),(5),(4)と比べてせん断変形の影響が弱く、桁落ちなどの誤差の影響を受けやすいのかも知れない。

最後に、アルミ板の深さとせん断剛性の関係を確認するため、1) 初等梁のたわみ、2) せん断剛性に $G_w A$ を用いたティモシェンコ梁のたわみ、3) せん断剛性に $G_w A_w + G_s A_s$ を用いたティモシェンコ梁のたわみ、のそれぞれに対する有限要素解のたわみの相対誤差をアルミ板深さを横軸に取って図8に示す。

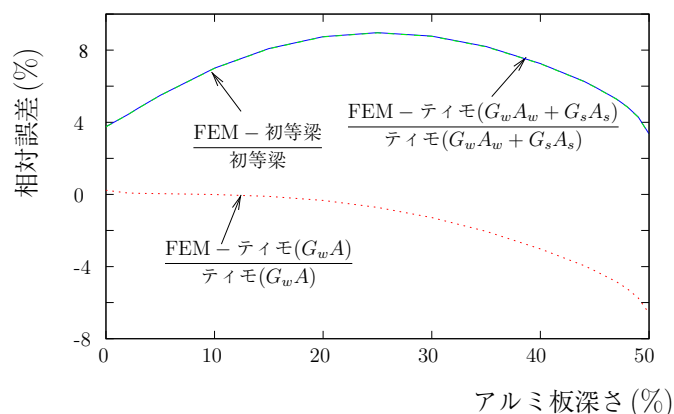


図8 アルミ板深さとせん断剛性の関係。

初等梁のたわみに対する有限要素解の相対誤差とせん断剛性に $G_w A_w + G_s A_s$ を用いたティモシェンコ梁のたわみに対する有限要素解の相対誤差とは、ほぼ重なり、アルミ板深さ25%付近で誤差が最大になる。つまり、アルミ板の補剛のせいでたわみに占めるせん断変形の比率が大きくなる影響は、アルミ板深さが25%付近で最大になるということである。

せん断剛性に $G_w A$ を用いたティモシェンコ梁のたわみに対する有限要素解の相対誤差は、アルミ板深さが25%程度よりも浅い領域では、有限要素解との相対誤差が1%以下程度に収まっており、この領域では、 $G_w A$ がせん断剛性の良い近似になっていると考えられる。但し、アルミ板深さが50%に近づくにつれて、誤差は大きくなっていく。同様の挙動は鋼板挿入集成材梁の解析についても認められる<sup>(10)</sup>。

## 7. まとめ

鋼板挿入集成材梁のせん断補正係数の推定方法の妥当性を比較するため、等方性材料であることによりせん断弾性係数の測定が容易なアルミ板とアクリル材を組み合わせた合成梁のモデルに対して、各種の方法によりせん断補

正係数を算定した。それぞれの算定方法について考察されることを以下に列記する。

### 7.1 換算断面諸元からの算定

断面1次関数を積分する際に、挿入鋼板の幅を無視しない換算幅を用いる手法では、2種の材料のヤング率を等しくした際にせん断補正係数の値が1種の材料の場合の値( $\frac{5}{6}$ )に一致するので、この換算幅を用いる手法の方が妥当であると思われる。この手法においては、挿入鋼板が深くなるほどせん断補正係数の値が小さくなる。

### 7.2 実験からの算定

今回は、せん断弾性係数が引張試験で測定できるという理由で等方性材料からなるアルミとアクリルを組み合わせた合成梁を用いたが、等方性材料はせん断弾性係数がヤング率と近いオーダーであり、合成梁にしたとしても、集成材梁に比べるとせん断変形の影響が極端に大きい訳ではない。そのため、比較的小さいせん断変形量を測定することとなり、結果的に誤差の影響を強く受けたと考えられる。挿入鋼板の深さによる変化の傾向を調べるには、せん断弾性係数が明確にはわからないとしても、やはり集成材梁による実験を行いたい。

### 7.3 有限要素法からの算定

アルミ板を20%や40%の深さで挿入した場合には、アクリルのみの梁よりもたわみに占めるせん断たわみの比率が大きくなることが分かった。また、アルミ板の挿入深さが桁高の25%に満たない場合、面内曲げに対するせん断剛性は、母材のみの梁のせん断剛性とほとんど変わらない。その結果、アルミ板深さ20%の梁では、せん断剛性をアクリルのみで計算したせん断補正係数が $\frac{5}{6}$ に近い値を示すのに対して、アルミ板を突き通した梁では、せん断剛性をアルミとアクリルの面積比で平均化したせん断剛性を用いた方が $\frac{5}{6}$ に近い値を示す。なお、せん断剛性をアクリルのみで計算したせん断補正係数は、アルミ板深さが深くなるほど大きくなっているが、これは、アルミ板深さが深くなるほどアクリルのみで計算したせん断剛性が過小評価となるせいだろう。また、算定されたせん断補正係数は、スパン/桁高-比が大きくなり細長い梁となるほど、 $\frac{5}{6}$ よりも大きい値になっていくが、これは、有限要素解析のたわみの値と初等梁のたわみの値とが近づいていくことによる桁落ちの影響が考えられる。

以上から、換算断面諸元からせん断補正係数を算定する方法は、挿入板の幅を無視しない換算幅を用いる手法に関しては、一定の妥当性があると思われるものの、それを実験や有限要素法から裏付けるには至っていない。

等方性材料を用いた実験は、せん断弾性係数を測定しやすいなどの利点はあるものの、せん断変形の絶対量が木材に比べて小さくなってしまい、必要な実験精度を確保するのが難しい。

有限要素解析は、桁落ちなどの数値誤差の影響を受けやすいものの、挿入板深さとせん断剛性の関係などを一定の精度で説明づけることができるので、せん断変形量が大きくなるように適切に条件設定すれば、一定の予測が行えそうである。スパン/桁高-比が10程度のせん断変形の影響の大きい梁に関する限り、有限要素解析から算定されるせん断補正係数は、合成梁でも $\frac{5}{6}$ に近い。

### 参考文献

- (1) 長谷部薫・薄木征三：集成木材はりの横座屈解析と実験，構造工学論文集，Vol. 38A，pp.963-970，1992.
- (2) 薄木征三，後藤文彦，キッシュ ラヨシュ：挿入リブ鋼板で補剛した集成材の曲げ耐荷力，構造工学論文集，Vol. 49A，889-894，2003.
- (3) 後藤文彦，麓 貴行，薄木征三，佐々木貴信：曲げ試験による木材梁せん断弾性係数推定の精度，構造工学論文集，Vol.49A，pp.875-880，2003.
- (4) GOTOU Humihiko, CHIDA Tomohiro, USUKI Seizo: Estimation of shear modulus by FEM bending simulation of wood beams, WCTE 2006, Conference Proceedings, 9th World Conference on Timber Engineering, 2006 (CD-ROM).
- (5) 大黒屋 信英，後藤 文彦，千田 知弘，薄木 征三：木材梁の曲げ載荷方法とせん断弾性係数の推定精度について，第6回木橋技術に関するシンポジウム論文報告集，pp. 81-86，2007.
- (6) American Society for Testing and Materials: Standard test methods of static tests of lumber in structural sizes, ASTM Standards, D198-94, 1994.
- (7) 西野文雄・長谷川彰夫：構造物の弾性解析，新体系土木工学7，技報堂，1983.
- (8) <http://www.dhondt.de/>
- (9) 千田 知弘，後藤 文彦，薄木 征三，佐々木 貴信：鋼板挿入集成材梁の有限要素弾塑性解析，構造工学論文集，Vol. 53A(CD-ROM)，2007.
- (10) 川原将，千田 知弘，後藤 文彦，薄木 征三：鋼板挿入集成材梁におけるせん断変形評価，平成18年度土木学会東北支部技術研究発表会講演概要集(CD-ROM)，I-18，2007.