

研究報告

CLSVOF 法を用いた気液二相流の数値解析手法

足立 高弘**

Numerical Analysis of Two-phase Flow with CLSVOF Method

Takahiro Adachi**

Abstract

An instruction of a coupled level set and volume of fluid (CLSVOF) method for computing incompressible two-phase flow is presented in this report. In the CLSVOF method, a level set method is combined with the volume of fluid method in order to calculate an interfacial unit normal vector and an interfacial curvature accurately as well as to achieve mass conservation. Procedures for interface reconstruction, advection algorithm and re-distance of a level set function are explained in detail. In addition, the CLSVOF method is applied to the film flow falling down along the vertical plate, as an example. The simulation results have shown to be in good agreement with the analytical solution derived from Nusselt's film theory.

1. はじめに

液体と気体が界面を有して流れる気液二相流は、液体の微粒化過程や熱交換器内に生じる液膜流の熱物質移動促進などの工学分野でよく見られる流れである。このような気相と液相が共存する気液二相流れでは、気液界面が計算の進行につれて変化する移動境界値問題となっている。この界面での位置決定や境界条件の設定等で複雑な計算が要求される。このような移動境界を有する流れの解析法として、界面形状の表現方法に応じて、MAC (Marker and Cell) 法、高さ関数法、VOF (Volume Of Fluid) 法^{(1),(2)} やレベルセット法^{(3),(4)} などが知られている。その中でも、VOF 法とレベルセット法の2つは現在広く用いられている計算手法である。

レベルセット法では、界面からの符号付きの距離関数であるレベルセット関数 ϕ によって界面が定義される。すなわち、 ϕ は液相側で正であり気相側で負の値をとり界面ではゼロと定義される。界面形状

は、流れ場の速度に応じた ϕ に関する輸送方程式を解くことで時間発展していく。レベルセット法は、 ϕ の変化が滑らかであるために、界面での法線ベクトルや曲率を簡単に精度良く求めることが出来るという利点を有する。しかし一般には、時間が経過するにつれて ϕ は距離関数としての性質を維持しなくなり、質量保存を維持しなくなるという短所を持つ。この問題を克服するために、再初期化という技法が用いられる場合がある。

一方、VOF 法は、各点での流体の体積率を追跡することによって界面の変形を表わす方法である。界面そのものよりも、界面の一部を含むセルに着目する。流体の体積率 F は、各セルに含まれる液相の体積をセルの体積で割ることによって定義される。したがって、 $F = 0$ か 1 の場合にはセル内は単相であり、 $0 < F < 1$ の場合には多相の共存状態になっている。VOF 法は、各時間ステップにおいて F の値を考慮した界面の再構築と、 F に関する移流方程式を解くことによる体積率の移流という手順によって構成されている。界面の構築法に関して、Pilliod and Puckett⁽⁵⁾ が詳しい解説と比較を行なっている。また、VOF 法では移流方程式を解く際に、ドナー・アクセプター法という独特のアルゴリズムを用いてお

* 2009年7月28日受理

秋田大学工学資源学部機械工学科. Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering and Resource Science, Akita University.

り、質量保存が厳密に維持されることが特徴である。しかし、界面を構築する際に必要となる法線ベクトルが流体充填率を基に求められており、精度が低く界面の形状を正確に追跡することが困難であるという短所を持つ。

本報では、VOF法とレベルセット法の双方の利点を合わせ持ち欠点を補い合った方法であるCLSVOF(Coupled Level Set and Volume Of Fluid)法^{(6)–(9)}の報告を行なう。すなわち、CLSVOF法では質量保存を維持するためにVOFで用いられるドナー・アクセプター法の概念を取り入れた流体の移流計算を行う。それと同時に、レベルセット関数の移流計算も行い、滑らかなレベルセット関数を用いて気液界面の法線ベクトルや曲率の値を精度良く求めようとするものである。これにより、質量保存を維持しながら界面形状を精度良く追跡することが可能となる。このCLSVOF法の計算手法についての解説を行うこととCLSVOF法を用いた計算の一例を示すことが本報の目的である。

記号の説明

- Bo : ボンド数, $Bo = \delta_0^{*2} \rho_l^* g^* / \sigma_l^*$
 $e_x = (1, 0)$: x 方向の単位ベクトル
 F : 流体充填率
 Fr : フルード数, $Fr = \delta_0^* g^* / u_0^{*2}$
 g^* : 重力
 H : ヘビサイド関数
 h^* : 流路の溝深さ
 $n = (n_x, n_y)$: 法線ベクトル
 p : 圧力
 Q^* : 液膜流の流量
 Re : レイノルズ数, $Re = u_0^* \delta_0^* / \nu^*$
 t : 時間
 $u = (u, v)$: 速度ベクトルとその成分
 u_0^* : 液膜の表面速度
 w_b^* : 溝底部の溝幅
 w_i^* : 溝上部上流側の溝幅
 w_o^* : 溝上部下流側の溝幅
 $x = (x, y)$: 座標ベクトルとその成分
 δ_0^* : 流路入口での液膜厚さ
 ϵ : 遷移層の厚み
 κ^* : 曲率
 μ^* : 流体の粘性係数

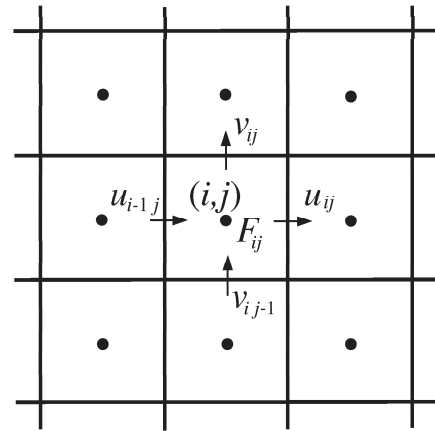


Fig. 1 Staggered grid system and definition of the location for the velocity.

- ν^* : 流体の動粘性係数
 ρ^* : 流体の密度
 σ^* : 表面張力係数
 ϕ : レベルセット関数

添え字

- g : 気相を表わす
 l : 液相を表わす
 $*$: 有次元量

2. CLSVOF法の計算方法

本研究では、非圧縮粘性流体の運動に関する基礎方程式である連続の式とナビエ・ストークス方程式を有限差分法により離散化し、IISMAC(IIghly Simplified Marker and Cell)法を用いて解く。その際、計算格子には、図1のような計算セルにそれぞれの面に垂直な方向の流速が定義され、圧力 p 、流体充填率 F およびレベルセット関数 ϕ は、計算セル中心で定義されるスタガード格子を採用する。HSMAC法により解かれた流速場を用いて流体充填率 F およびレベルセット関数 ϕ の移流を行い気液界面の挙動を表現する。

2.1 界面形状の決定

気液界面での界面形状を単位法線ベクトル $n = (n_x, n_y)$ を使って求める方法を示す。 $\phi = 0$ の曲面が界面を表わすので、単位法線ベクトルはレベルセット関数を用いて

$$n = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (1)$$

として求めることができる。レベルセット関数 ϕ の性質より、法線ベクトルの向きは、気相から液相に向かう向きとなるが、ここでは単位法線ベクトルとして $(|n_x|, |n_y|)$ を用いる。この $(|n_x|, |n_y|)$ を用いて界面の形状を表現すると、図2に示されるような、4通りの気液各相の配置を考慮することで界面の形状を表現することができる。界面の形状を決定するには、法線ベクトルと図2に示される格子内の原点から界面を構成する線分までの距離 s を知る必要がある。

図2の4通りの場合について、太線で囲まれた流体部分の面積を求めると次式のようになる。

$$2Fdx_0dy_0 = dx_0dy_0 - \frac{dy_0}{dx_0} \langle dx_0 - dx \rangle^2 - \frac{dx_0}{dy_0} \langle dy_0 - dy \rangle^2. \quad (2)$$

ここで、記号 $\langle a \rangle = \max(a, 0)$ を意味するものとする。また、 dx_0 と dy_0 は、三角形の斜辺と x 軸および y 軸との交点までの長さ(切片)である。各辺の法線ベクトルの射影を考えると、 $|n_x|dx_0 = |n_y|dy_0 = s$ となるので、式(2)は次式のように書き直すことができる。

$$2Fdx_1dy_1 = s^2 - \langle s - dx_1 \rangle^2 - \langle s - dy_1 \rangle^2. \quad (3)$$

ここで、 $dx_1 = |n_x|dx$, $dy_1 = |n_y|dy$ である。同様に、気相の面積を求めると

$$2(1-F)dx_1dy_1 = (s_m - s)^2 - \langle s_m - s - dx_1 \rangle^2 - \langle s_m - s - dy_1 \rangle^2 \quad (4)$$

となる。ここで、 $s_m = dx_1 + dy_1$ である。さらに、 $F_c = \min(F, 1-F)$, $s_c = \min(s, s_m - s)$, $dx_c = \max(dx_1, dy_1)$, $dy_c = \min(dx_1, dy_1)$ とすると、 $F_c \leq 0.5$ なので $s_c \leq 0.5s_m$ となる。これらの定義式を用いると、式(3)および(4)は次式のようにまとめて簡潔に表わすことができる。

$$2F_c dx_c dy_c = s_c^2 - \langle s_c - dy_c \rangle^2. \quad (5)$$

このように、 F_c , s_c , dx_c , dy_c を用いて2次元系における界面形状を表すと、図2で示した4通りの配置のうちで、Case 1 と Case 2 のみを考えればすべ

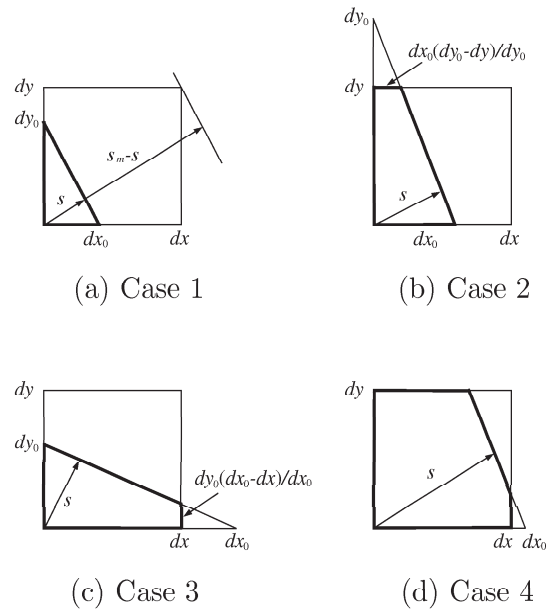


Fig. 2 Four possible configurations. The liquid volume is surrounded by the thick lines.

ての場合をつくすることができる。式(5)から、 s_c は、次式のように求められる。

$$s_c = \sqrt{2F_c dx_c dy_c}, \quad \text{if } s_c < dy_c \text{ (or } F_c < dy_c/2dx_c), \quad (6)$$

$$= F_c dx_c + 0.5dy_c,$$

$$\text{if } s_c > dy_c \text{ (or } F_c \geq dy_c/2dx_c). \quad (7)$$

格子内の原点から界面を構成する線分への距離は、格子内の流体充填率の値によって場合分けされて次式のように求めることができる。

$$s = s_c, \quad \text{if } F \leq 0.5, \quad (8)$$

$$s = s_m - s_c, \quad \text{if } F > 0.5. \quad (9)$$

2.2 流体充填率の移流計算

流体充填率 F は、速度場 \mathbf{u} によって移流される。その場合には、以下の移流方程式に従う。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0. \quad (10)$$

非圧縮なソレノイダル速度場 ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$) を考えているので、式(10)は次式のように書きなおすことができる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}F) = F \nabla \cdot \mathbf{u}. \quad (11)$$

式(11)を用いることによって、単相域で流体充填率が保存される. この流体充填率 F に関する移流方程式を次式のように2段階に分離して解く.

$$\frac{F^* - F^n}{\Delta t} + \frac{\partial(uF^n)}{\partial x} = F^* \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (12)$$

$$\frac{F^{n+1} - F^*}{\Delta t} + \frac{\partial(vF^*)}{\partial y} = F^* \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (13)$$

ここで, F^* は中間時刻 ($\Delta t/2$) での流体充填率である. 式(12)では F^* は陰的に扱い, 式(13)では F^{n+1} は陽的に求める⁽¹⁰⁾.

式(12), (13)の離散化において, 重要となるのが体積流量の移流を表す, $\partial(uF^n)/\partial x$ と $\partial(vF^*)/\partial y$ の項である. VOF法では, 質量を厳密に保存するためにドナー・アクセプター法と呼ばれる特殊な移流計算を行っている. 以下に, 移動体積流量を各時間ステップにおいて再構築した界面形状を考慮し, 格子内における原点からの界面距離 s を用いて求める方法を示す. 格子内に副領域として, $\delta x \times \delta y$ ($0 \leq \delta x \leq dx$, $0 \leq \delta y \leq y$) を設ける. この時, この副領域には法線ベクトルの原点が含まれるようにする. s_c の値はすでに分かっているので, 式(6)-(9)を新に定義した副領域に適用し, F_c を求めると次式のようなになる.

$$F_c = \frac{0.5s_c^2}{\delta x_c \delta y_c}, \quad \text{if } s_c < \delta y_c, \quad (14)$$

$$= \frac{s_c - 0.5\delta y_c}{\delta x_c}, \quad \text{if } s_c \geq \delta y_c. \quad (15)$$

ここで, $\delta x_c = \max(|n_x|\delta x, |n_y|\delta y)$, $\delta y_c = \min(|n_x|\delta x, |n_y|\delta y)$, $s_m = \delta x_c + \delta y_c$, $s_c = \min(s, s_m - s)$ である. このとき, 副領域内の流体量は, $s \leq s_m$ ならば $\delta x \delta y F_c$ となり, $s > s_m$ ならば $\delta x \delta y (1 - F_c)$ となる.

さて, 具体的に微小時間 Δt の間に図3のAB面を通過する流体の移流量を求める. 図3(a)のように, $u_{i,j} > 0$ で $n_x > 0$ の場合には, 副領域として $\delta x = |u_{i,j}|\Delta t$, $\delta y = dy$ ととれば,

$$Q_{AB} = |u_{i,j}|\Delta t dy F_c, \quad \text{if } s \leq s_m, \quad (16)$$

$$= |u_{i,j}|\Delta t dy (1 - F_c), \quad \text{if } s > s_m \quad (17)$$

となる. F_c は, 式(14), (15)より求める.

一方, 図3(b)の, $u_{i,j} > 0$ で $n_x < 0$ の場合には直接AB面を通過する移流量を求めることは難し

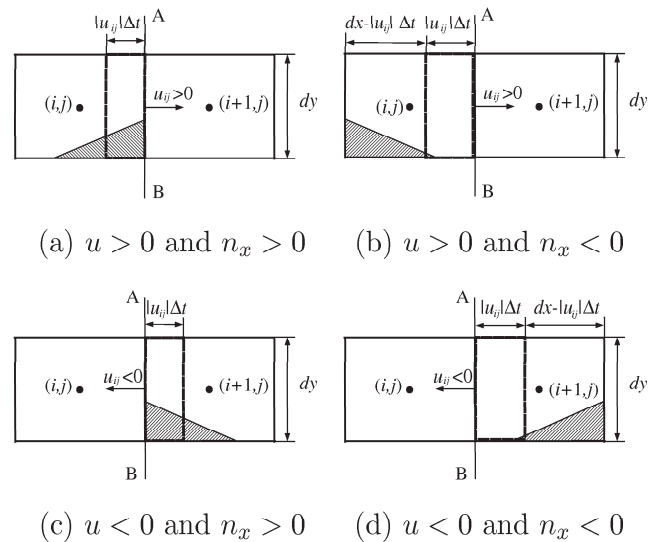


Fig. 3 Schematic figures for the advected liquid volume.

い. そこで副領域として, 格子内の法線ベクトルの原点が含まれるように図3(b)の左側に, $\delta x = dx - |u_{i,j}|\Delta t$, $\delta y = dy$ ととれば, その領域に含まれる移流量は, $s \leq s_m$ ならば $\delta x \delta y F_c$ となり, $s > s_m$ ならば $\delta x \delta y (1 - F_c)$ となる. したがって, AB断面を通過する移流量は, 格子内の液相全量 $F dx dy$ から上述の分を引き去ることで得られて次式となる.

$$Q_{AB} = F dx dy - (dx - |u_{i,j}|\Delta t) dy F_c, \quad \text{if } s \leq s_m, \quad (18)$$

$$= F dx dy - (dx - |u_{i,j}|\Delta t) dy (1 - F_c), \quad \text{if } s > s_m. \quad (19)$$

同様に考えて, 図3(c)の $u_{i,j} < 0$ で $n_x > 0$ の場合には,

$$Q_{AB} = |u_{i,j}|\Delta t dy F_c, \quad \text{if } s \leq s_m, \quad (20)$$

$$= |u_{i,j}|\Delta t dy (1 - F_c), \quad \text{if } s > s_m \quad (21)$$

であり, 図3(d)の $u_{i,j} < 0$ で $n_x < 0$ の場合には,

$$Q_{AB} = F dx dy - (dx - |u_{i,j}|\Delta t) dy F_c, \quad \text{if } s \leq s_m, \quad (22)$$

$$= F dx dy - (dx - |u_{i,j}|\Delta t) dy (1 - F_c),$$

$$\text{if } s > s_m \quad (23)$$

となる. y 方向に移流される流体量も同様に求めることができる.

2.3 レベルセット関数の移流計算

レベルセット関数 ϕ も, 速度場 \mathbf{u} によって移流され, 以下の移流方程式に従う.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0. \quad (24)$$

レベルセット関数とその微分は, 空間的に滑らかなので, 式(24)の離散化は容易であり, 通常の2次精度中心差分を用いる.

前節では式(12), (13)を用いて流体充填率の移流が2段階で行われ, その都度界面の再構築が行われた. その際に, 界面の単位法線ベクトルをレベルセット関数から求めるため, レベルセット関数も流体充填率と同様に以下のように2段階で移流計算を行う. ここでは, 移流項を保存型で次式のように取り扱う.

$$\frac{\phi^* - \phi^n}{\Delta t} + \frac{\partial(u\phi^n)}{\partial x} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^*}{\Delta t} + \frac{\partial(v\phi^*)}{\partial y} = 0. \quad (26)$$

流体充填率およびレベルセット関数の移流計算を行った後には, 数値誤差などによって $0 \leq F \leq 1$ を満たさないセルが発生する可能性がある. そのような場合には, 以下のように修正を行う.

$$\begin{aligned} F &= 0, & \text{if } F < 0 \text{ or } \phi < -h, \\ &= 1, & \text{if } F > 1 \text{ or } \phi > h. \end{aligned} \quad (27)$$

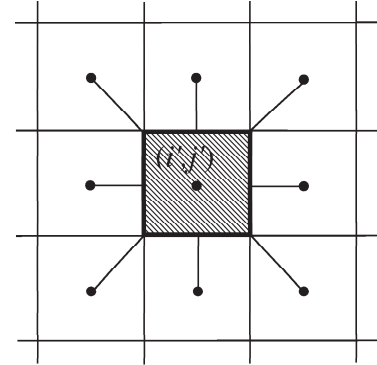
2.4 レベルセット関数の再設定

式(25), (26)の移流計算により得られたレベルセット関数 ϕ は, 一般に距離関数の性質を維持しない. そこでCLSVOF法では, 各時間ステップで, レベルセット関数 ϕ を距離関数としての性質と質量保存を満たすように, 界面の変形に従って再設定する. レベルセット関数は, 符号付きの距離関数であり, 液相側で正の符号を持ち気相側で負の符号を持つ.

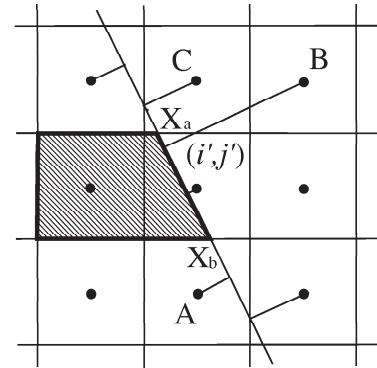
そこでまず, ϕ の符号 S^ϕ を界面をゼロとして液相領域では正で気相領域では負となるように以下のように設定する.

$$S^\phi = \text{sign}(F - 0.5). \quad (28)$$

レベルセット関数の大きさについては次のように設定する.



(a) $F = 1$ or 0 .



(b) $0 < F < 1$.

Fig. 4 Schematic figures of re-distance procedure of LS function.

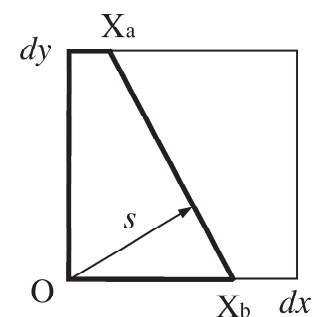


Fig. 5 Enlargement of the interfacial cell.

1. $|\phi_{i,j}| = 99$ (大きな値) とする.
2. 図 4(a) に示される (i', j') 番目のセルに関して, そのセルが単相 (流体充填率が $F = 1$ or 0) であり, その近傍のセル (i'', j'') について $S_{i'',j''}^\phi \neq S_{i',j'}^\phi$ を満すセルを見つける. ここで, $|i'' - i'| \leq 1$, $|j'' - j'| \leq 1$ の範囲とする. すなわち, 着目している中心セルの周り 8 個のセルの内で気液状態が逆転しているセルがあるかどうかを調べる. これは, 単相のセルでも気液の界面に位置する場合があるためである.

上記の条件を満すセル (i', j') の近傍のセル (i, j) について, $S_{i,j}^\phi \neq S_{i',j'}^\phi$ を満すセルを見つける. この場合には, 探索範囲を広げて $|i - i'| \leq 4$, $|j - j'| \leq 4$ の範囲とする. このとき, $|\phi_{i,j}|$ は, (i, j) 番目セルの中心位置 $\mathbf{x}_{i,j}$ から (i', j') 番目セルの側面位置 $\mathbf{x}_{i'+m/2, j'+n/2}$ までの最短距離と設定する. すなわち,

$$|\phi_{i,j}| = \min(|\phi_{i,j}|, |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_{i'+m/2, j'+n/2}|) \quad (29)$$

とする. ただし, $m = \max\{-1, \min(1, i - i')\}$, $n = \max\{-1, \min(1, j - j')\}$ である.

3. 図 4(b) に示されるように (i', j') 番目のセルの流体充填率が $0 < F < 1$ の場合については, 以下のようにレベルセット関数を再設定する.

まず, 界面の端点である $\mathbf{X}_a = (x_{a1}, y_{a1})$ および $\mathbf{X}_b = (x_{a2}, y_{a2})$ の位置を求める. 図 5 のようにセル内に局所的な原点を設ければ,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_a &= \left(\frac{s}{|n_x|}, 0 \right), & \text{if } s < |n_y|dy, \\ &= \left(\frac{s - |n_x|dx}{|n_x|}, dy \right), & \text{if } s \geq |n_y|dy. \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_b &= \left(0, \frac{s}{|n_y|} \right), & \text{if } s < |n_x|dx, \\ &= \left(dx, \frac{s - |n_y|dx}{|n_y|} \right), & \text{if } s \geq |n_x|dx \end{aligned} \quad (31)$$

となる. 実際の座標位置は, それぞれのセルにおける法線ベクトルの正負により回転を施して原点の位置を調整して求める必要がある. 端点を定義すれば, 任意の点から界面を構成するセルの線分までの距離が, $d(\mathbf{x}) = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)$ として求めることができる.

さて, 界面近傍のセル (i, j) におけるレベルセット関数の値 $|\phi_{i,j}|$ は, セル中心と界面における線分あるいはセルの各辺における点 $\mathbf{x}_{i'+m/2, j'+n/2}$ までの最短距離として定義される. このとき, 図 4(b) に示される点 A, B, C のように 3 通りの場合が存在する.

まず 1 つ目は $S_{i,j}^\phi \neq \text{sign}\{d(\mathbf{x}_{i'+m/2, j'+n/2})\}$ が成り立つ (図 4(b) の点 A 参照) ような場合であり,

$$|\phi_{i,j}| = \min(|\phi_{i,j}|, |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_{i'+m/2, j'+n/2}|) \quad (32)$$

と設定する. 2 つ目は, セル中心点から界面における線分への射影点 $\mathbf{x}_{i,j} - nd(\mathbf{x}_{i,j})$ が, 線分上にある場合 (図の点 B の場合) であり,

$$|\phi_{i,j}| = \min(|\phi_{i,j}|, |d(\mathbf{x}_{i,j})|) \quad (33)$$

と設定する. 3 つ目は, それら以外の点 C のような場合であり, 以下のように設定する.

$$|\phi_{i,j}| = \min(|\phi_{i,j}|, |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_a|, |\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{x}_b|). \quad (34)$$

最後に, CLSVOF 法の計算手順を図 6 のフローチャートに示す. 点線で囲まれた手順を計算が収束するまで繰り返す. すなわち, 移流計算により n 回目の時間ステップにおける F^n と ϕ^n が求まると, 流体充填率の値が $0 \leq F \leq 1$ の範囲に収まるように修正を行う. そして, 気液界面の再構築を行う. この手順は, 移流計算が 2 段階で行われるので, 2 回行うことになる. その後, レベルセット関数の再設定を行う. そして, 再度移流計算の手順に戻り, 同じ手順を繰り返す.

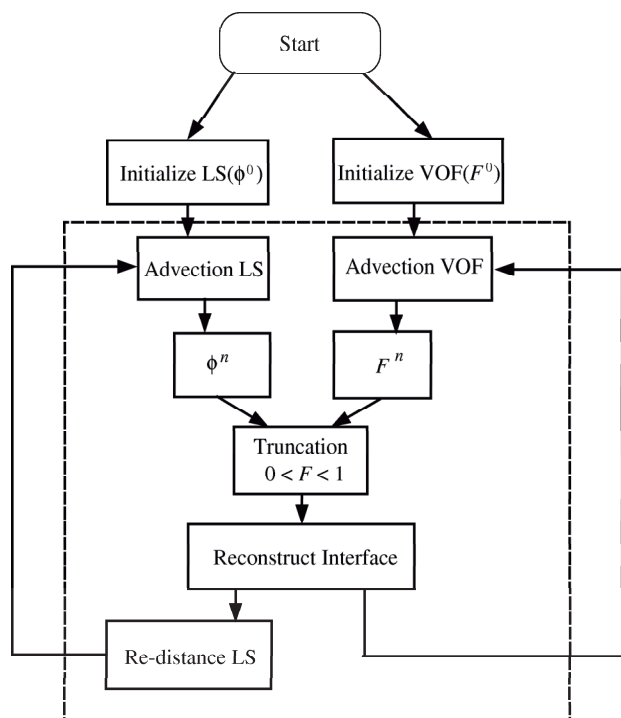


Fig. 6 Flow chart of the CLSVOF method.

3. CLSVOF 法を用いた計算例

3.1 問題の定式化

CLSVOF 法を用いた計算の一例として、微細横溝加工を施した鉛直平板上を流れる薄い液膜流の数値計算を行う。液膜流れは、蒸発器、吸収器および凝縮器など熱交換器内部で見られる流れである。熱交換器内部では、伝熱面から液膜流を介して気相領域への熱伝達が行われており、その伝熱性能を促進させるには、液膜流内部の温度境界層を薄くすることが重要である。そのためには、伝熱面を流下する液膜の厚みを可能な限り薄くすること、あるいは液膜内の流れに乱れを生じさせ混合を促進することで速度境界層を薄くし、同時に温度境界層を薄くすることが重要となる。このような伝熱促進効果を得るために、伝熱面に矩形や正弦波状の凹凸を設け乱れを誘発する方法が用いられる^{(11),(12)}。しかしながら、液膜の厚みは 0.01mm から 0.1mm 程度と非常に薄いため実験による計測が極めて困難であり、数値解析によるところが大きく、精度の良い計算手法の開発が望まれている。

図 7 に、鉛直平板に矩形横溝加工を施した伝熱面の物理モデルと座標系とを示す。座標軸は、平滑面上入口部を原点とし、鉛直下向きに x^* 軸をとり、そ

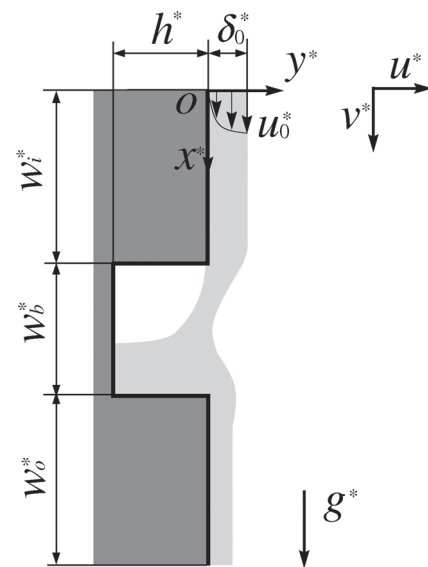


Fig. 7 Physical model and co-ordinates of the problem.

れに垂直な方向に y^* 軸をとる。矩形横溝加工を施した伝熱面形状を決定する無次元パラメータは、溝部の溝深さ h^* 、溝幅 w_b^* 、溝上部流入側幅 w_i^* 、溝下部流出側の幅 w_o^* である。代表長さとして平滑平板を流れる液膜に関するヌセルトの液膜理論から得られる液膜厚さ δ_0^* を用いると伝熱面形状を決定する無次元パラメータは次式のようなになる。

$$h = \frac{h^*}{\delta_0^*}, \quad w_b = \frac{w_b^*}{\delta_0^*}, \quad w_i = \frac{w_i^*}{\delta_0^*}, \quad w_o = \frac{w_o^*}{\delta_0^*}. \quad (35)$$

ここで、変数上部の $*$ は次元を有することを意味する。また、流路全体の長さは $L = w_i + w_b + w_o$ である。なお、ヌセルトの液膜理論から得られる液膜厚さ δ_0^* は次式により求めることができる⁽¹³⁾。

$$\delta_0^* = \left(\frac{3\nu_l^* Q^*}{g^*} \right)^{1/3}. \quad (36)$$

ここで、 ν_l^* は流体の動粘性係数、 g^* は重力加速度、 Q^* は流量である。

本研究では液膜が薄く、プレートの奥行きが十分に長い場合を考えているので、鉛直平板上の流下液膜を 2次元非圧縮粘性流とする。平滑面を流れる液膜流に関するヌセルトの解析解から得られる液膜厚さ δ_0^* を代表長さ、その界面での速度 $u_0^* = \rho_l^* g^* \delta_0^{*2} / (2\mu_l^*)$ を代表速度⁽¹³⁾、および液相側の物性値を用いて、全

ての変数を次式のように無次元化する.

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \frac{\mathbf{x}}{\delta_0^*}, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}}{u_0^*}, \quad t = \frac{t^* u_0^*}{\delta_0^*}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_l^* u_0^{*2}}, \\ \rho &= \frac{\rho^*}{\rho_l^*}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_l^*}. \end{aligned} \quad (37)$$

このとき、流体運動の基礎方程式は、連続の式およびナビエ・ストークス方程式であり無次元形で次式のようになる.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right\} &= Fr e_x - \nabla p - \frac{Fr}{Bo} \kappa \nabla H \\ + \frac{1}{Re} \nabla \left[\mu \{ \nabla \cdot \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T \} \right], \end{aligned} \quad (39)$$

$$\rho = \frac{\rho_g^*}{\rho_l^*} (1 - H(\phi)) + H(\phi), \quad (40)$$

$$\mu = \frac{\mu_g^*}{\mu_l^*} (1 - H(\phi)) + H(\phi), \quad (41)$$

$$\begin{aligned} H &= 1, & \text{if } \phi \geq \epsilon, \\ &= 0, & \text{if } \phi \leq -\epsilon, \\ &= 0.5 + \frac{\phi}{2\epsilon} + \frac{\sin[\frac{\pi\phi}{\epsilon}]}{2\pi}, & \text{if } |\phi| \leq \epsilon. \end{aligned} \quad (42)$$

基礎方程式 (39) では、Brackbill et al.⁽¹⁴⁾ によるCSF(Continuum Surface Force) モデルを用いて表面張力の影響を考慮している. このCSFモデルでは、気液界面を一定の厚みを持った遷移層として扱い、その遷移層において密度や粘度などが連続的かつ滑らかに変化するものとして扱われる. また、 $H(\phi)$ はヘビサイト関数であり、遷移層の厚みを規定しており、気液界面での圧力不連続(圧力ジャンプ)を緩和するために導入される. ϵ は遷移層の厚みで、 $\epsilon = \min(\Delta x, \Delta y)$ である. 最近では気液界面の圧力差を不連続のまま扱うモデルも存在する⁽¹⁵⁾.

支配方程式中の無次元パラメータはそれぞれフルード数、レイノルズ数およびボンド数であり、次式のように定義される.

$$Fr = \frac{\delta_0^* g^*}{u_0^{*2}}, \quad Re = \frac{u_0^* \delta_0^*}{\nu_l^*}, \quad Bo = \frac{\delta_0^{*2} \rho_l^* g^*}{\sigma_l^*}. \quad (43)$$

なお、 Fr と Re には $ReFr = 2$ の関係がある⁽¹⁶⁾.

3.2 計算結果

以下では、流路形状パラメータ $L = 10$ 、無次元パラメータ $Re = 50, Bo = 10$ の場合について、溝のない平滑平板上 ($h = 0$) を流下する液膜流の結果を一例として示す. 計算領域の x および y 方向の格子幅は、 $\Delta x = \Delta y = 0.1$ であり、1ステップの時間刻みは、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ である.

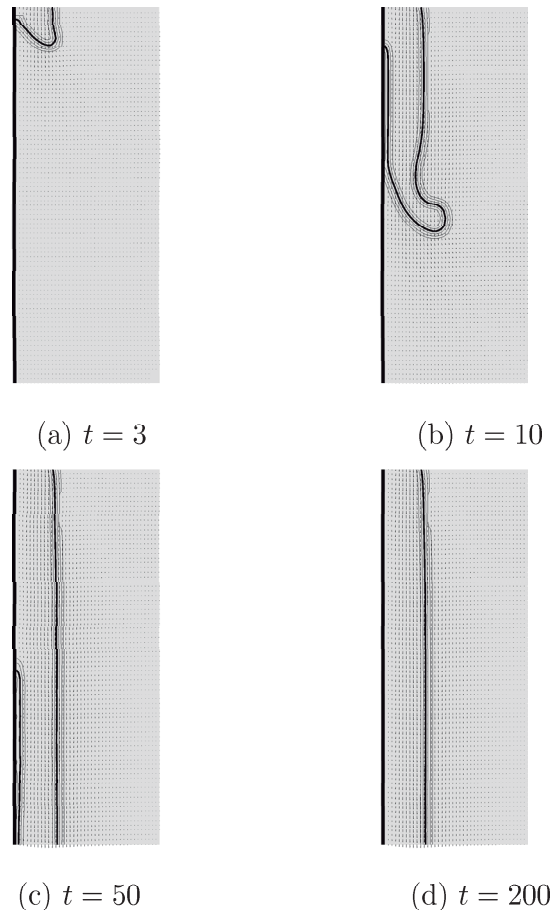


Fig. 8 Film flow falling down along the vertical plate.

図8に鉛直平滑平板を流下する液膜流の計算結果を示す. レベルセット関数がゼロとなる気液界面を太線で示し、界面近傍のレベルセット関数の等高線を細線で描いている. 図8(a), (b), (c)より、液膜が鉛直平板に沿って流下するようすがわかる. 図8(d)に見られるように十分に時間が経過すると、液膜流は流路出口に到達して十分発達した状態になる. 気相の速度分布を無視した液相のみの計算の場合には、このときの速度分布は、ヌセルトの液膜理論から導出される解析解 $u = y(2 - y)$ に収束する. このヌセ

ルトの解析解と本研究で得られた数値シミュレーション結果との比較を行なうために、平滑平板出口での液膜流の速度 u の y 方向分布を図9に示す。足立ら(17),(18)が行なったVOF法による液相のみの計算では液相の厚み方向全域にわたって速度分布が一致し界面で速度分布が不連続に変化していた。本研究では、気液界面で遷移層を設け連続的な取り扱いをしているため気相部分にも速度分布が存在する。気液界面では、速度分布が滑らかに変化するモデルを用いているので、気液界面近傍でシミュレーション結果とヌセルトの解析解とが一致することはない。一方で、壁面近傍では遷移層の影響がないため、両者の速度分布はよく一致している。このことは、熱交換器の性能を評価するのに必要な壁面近傍での剪断応力や熱伝達を求める場合に、本計算手法が有効であることを示している。

4. まとめと今後の展望

本報では、CLSVOF法の計算手法について解説を行った。CLSVOF法は、レベルセット法とVOF法の利点を組合せた方法であり、気液二相流の数値解析において、現在のところ非常に完成度の高い解析手法の一つと言える。また、この方法を用いて鉛直平滑平板を流下する液膜流れの数値シミュレーションを行い良好な結果が得られた。

今後は、本計算手法を円柱座標系に適用して圧力旋回噴霧器などの液体微粒化過程の流れをシミュレーションしたり、本報で取り扱った液膜流れで凝縮や蒸発などの相変化を伴う流れの解析を行なうべく準備をしているところである。

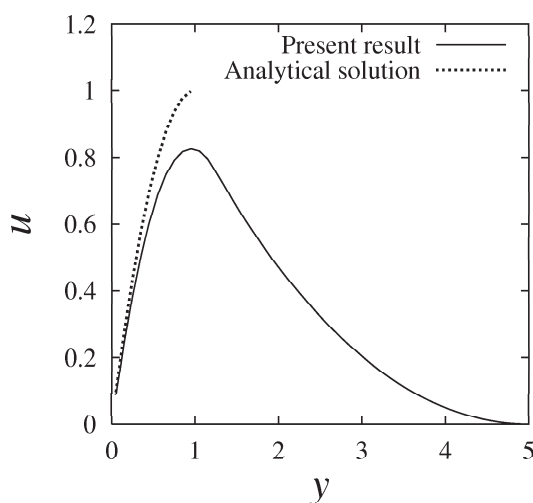


Fig. 9 Comparison between the numerical result and the analytical solution from Nusselt's theory.

参考文献

- (1) C. W. Hirt, et al.(1980): SOLA-VOF: A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, *Los Alamos Scientific Laboratory*, pp.1-32.
- (2) 山崎 (1992): 自由表面を含む非圧縮性流体解析モジュール (特集 汎用3次元流体解析システム α -FLOW), 富士総研技報, 3巻, 1号, pp.131-146.
- (3) M. Sussman, P. Smereka, and S. Osher(1994): A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, Vol. 114, pp. 146-159.
- (4) W. Yue, C. L. Lin, and V. C. Patel(2003): Numerical simulation of unsteady multidimensional free surface motions by level set method, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 42, pp. 853-884.
- (5) J. E. Pilliod Jr., and E. G. Puckett(2004): Second-order accurate volume-of-fluid algorithms for tracking material interfaces, *J. Comput. Phys.*, Vol. 199, pp. 465-502.
- (6) M. Sussman, E. G. Puckett(2000): A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows, *J. Comput. Phys.*, Vol. 162, pp. 301-337.
- (7) G. Son, and N, Hur(2002): A coupled level set and volume-of-fluid method for the buoyancy-driven motion of fluid particles, *Numer. Heat Transf., Part B*, Vol. 42, pp. 523-542.
- (8) G. Son(2003): Efficient implementation of a coupled level-set and volume-of-fluid method for three-dimensional incompressible two-phase flows, *Numer. Heat Transf., Part B*, Vol. 43, pp. 549-565.
- (9) Z. Wang, J. Yang, B. Koo., and F. Stern(2009): A coupled level set and volume-of-fluid method for sharp interface simulation of plunging breaking waves, *Int. J. Multiphase flow*, Vol. 35, pp. 227-246.
- (10) E. G. Puckett, A. S. Almgren, J. B. Bell, D. L. Marcus, and W. J. Rider(1997): A high-order projection method for tracking fluid interfaces in variable density incompressible flows, *J. Comput. Phys.*, Vol. 130, pp. 269-282.
- (11) G. Fang, J. L. Chun, G. Y. Xi, and C. Y. Guo(2004): CFD simulation of liquid film

- flow on inclined plates, *Chem. Eng. Technol.*, Vol. 27, pp. 1099-1104.
- (12) T. Adachi, S. Yoshida and T. Hamada(2009): Sweep-out Flow of Film Condensation on Vertical Plates with Horizontal Grooves, *Heat Transfer-Asian Research*, Vol. 3, pp. 135-140.
- (13) 今井, 流体力学, 裳華房, pp. 289-291.
- (14) U. J. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach(1992): A continuum method for modelling surface tension, *J. Comput. Phys.*, Vol. 100, pp. 335-354.
- (15) Z. Wang, and A. Y. Tong(2008): A numerical method for capillarity-dominant free surface flow, *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 47, pp. 221-228.
- (16) 吉永 (2002): 液膜流の不安定性とカオス (特集 熱流体におけるカオス・フラクタル) - (トピックス 液膜流と二相流), *機械の研究*, 54巻, 1号, pp. 120-125.
- (17) 足立・人見・宮崎 (2005): VOF 法による気液二相流れと熱伝達の数値シミュレーション, *東北大学情報シナジーセンター大規模科学計算システム広報 SENAC*, Vol. 38, pp. 37-48.
- (18) 足立・人見 (2007): VOF 法による気液二相流れと熱伝達の数値シミュレーション (第2報), *東北大学情報シナジーセンター大規模科学計算システム広報 SENAC*, Vol. 40, pp. 57-67.