

研究報告 等時圧密曲線（アイソクロン）の簡易な計算式について

五十嵐 勝**・及川 洋***・荻野俊寛***

A Simple Equation for Calculating the Isochrone
Masaru Igarashi**, Hiroshi Oikawa*** and Toshihiro Ogino***

Abstract

A simple yet approximately accurate formula is developed for calculating the degree of consolidation U_z at depth \bar{z} . The formula was obtained by fitting of various functions to the actual $U_z - \bar{z}$ curves. Based upon this investigations, the Weibull distribution curve which provided a best-fit to the actual $U_z - \bar{z}$ curves was selected as a proposed equation. Using proposed equation, the degree of consolidation U_z can be easily calculated with less than 3% error.

1. はじめに

圧密中の土層内の任意の深さの点の圧密度 U_z は、例えば強度増加を考慮した軟弱地盤上盛土の安定解析においては、分割すべり円弧上の軟弱土の非排水せん断強さを算出する際の重要な力学量となる。また、例えば泥炭質地盤内の泥炭層と粘土層のように、それぞれの圧密係数と体積圧縮係数が大幅に異なるような場合、層全体としての的確な圧密速度の予測には各土層内の U_z の分布状況の把握が不可欠である⁽¹⁾。にもかかわらず、これらの安定計算や圧密速度の予測において U_z が計算されることはないといつてよく、代わりに層全体としての平均圧密度 U が用いられていることは周知の通りである。これは、 U_z の算出が無級数に対する収束計算であり、その計算を深さ方向に連続的に、かつ、種々の時間係数に対しても連続的に行うことは容易なことではないこと、特に安定解析においてはそのような計算を無数のすべり円弧に対して行う必要があるが、その計算量は今日の計算機の性能を考慮しても至難の業に近いことなど、実務上やむを得ない面もある。しかし、図1に一例を示すように、各深さにおける U_z の値は平均的な U の値とは一般に大きく異なる。さら

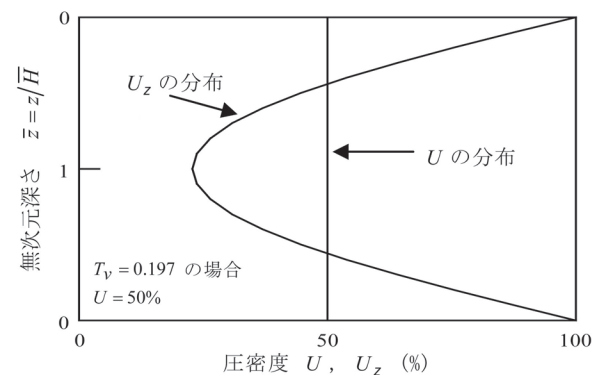


図1 圧密度 U と U_z の分布の一例

(z : 排水面からの距離. H : 最大排水距離)

に、図からも分かるように、 U_z は非排水面上で最も小さく、したがって、土層内の強度増加はこの面上で最も小さくなるから、すべり円弧の位置はもとより、安全率の値そのものもこの面の影響を強く受けるものと推断されるが、現行の解析法にはこのことは全く反映されていない。このようなことも一因してか、施工中に盛土が極めて不安定な挙動を示したり、場合によっては破壊に至ってしまった例も後を絶たない。軟弱地盤上盛土の安定解析におけるこのような現状を改善し、解析結果の精度や信頼性を向上させる上では、やはり U_z を用いた計算は避けて通れないものと判断される。その意味において、もし、簡単な方法で U_z が算出できれば、合理的かつ精度の高い安定解析が容易に行えるようになるとともに、

2009年7月21日受理

** 秋田大学大学院工学資源学研究科博士後期課程
(現: ㈱ダイヤコンサルタント, Dia Consultants
Co., Ltd 勤務)

*** 秋田大学工学資源学部土木環境工学科, Dept. of
Civil and Environmental Engineering, Faculty of
Engineering and Resource Science, Akita University

上記したような複合地盤にける U_z を用いた圧密速度の予測も容易になるなど、その工学的利用価値は大きい。

以上のような観点に基づき、本文は、圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式を模索し、提案したものである。式の誘導は解析学的手法によるものではなく、 $U_z - T_v$ 関係および $U_z - \bar{z}$ 関係 (T_v : 時間係数, \bar{z} : 無次元深さ) に様々な曲線をあてはめ、最も適合性の良かったワイブル曲線式から導いている。

2. 層全体としての平均圧密度 U について

深さ \bar{z} の点の圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式を検討する前に、ここでは先ず、実務上なじみの深い層全体としての平均圧密度 U について、その理論上の値および実際に使用されている近似的な値などについて整理しておく。

2.1 平均圧密度 U の収束値

Terzaghi の一次元圧密方程式を、時間 $t=0$ の時の過剰間隙水圧分布は深さ方向に一定という初期条件、および排水面での過剰間隙水圧は $t=0$ の時以外は常にゼロという境界条件のもとに解けば、任意の時間における層全体としての平均圧密度 U は次式で計算される。

$$U = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v) \quad (1)$$

ここに、 $M = \pi(2m+1)/2$ で、 m は自然数である。

式(1)の第2項目は無級数の和であるが、各級数は M の増加に伴ってゼロに収束するから、それに応じて式(1)もある値に収束していく。この場合、時間係数 T_v が大きいほど早く収束し、収束値も比較的明確に現れる。しかし、 T_v が小さいとなかなか収束せず、収束値の決定も困難になってくる。例えば、一例として $T_v=0.0001$ (平均圧密度 U にして約 1.1% の時間係数) で式(1)を計算した場合、どれくらいの計算量で値が収束するかを調べてみたものが図 2(a)~(c)である。図 2(a)によれば、この T_v のもとでは約 50 回 ($m=50$) 程度の繰返し計算で式(1)は収束し、収束値も簡単に求まるように見える。しかし、 $m=50$ 回以降の収束状況を拡大して描くと図 2(b)に示す曲線となり、計算値は未だ収束していない。また、 $m=100$ 回以降を拡大してみても図 2(c)の曲線となり、やはり計算値は収束していない。

以上のように、 T_v が小さいと式(1)はなかなか収束せず、収束値を得るまでには多量の繰返し計算が必要となる。しかし、図 2(b)の曲線を見ると、この T_v に対しては約 62 回の繰返し計算で小数点以下 5 桁目

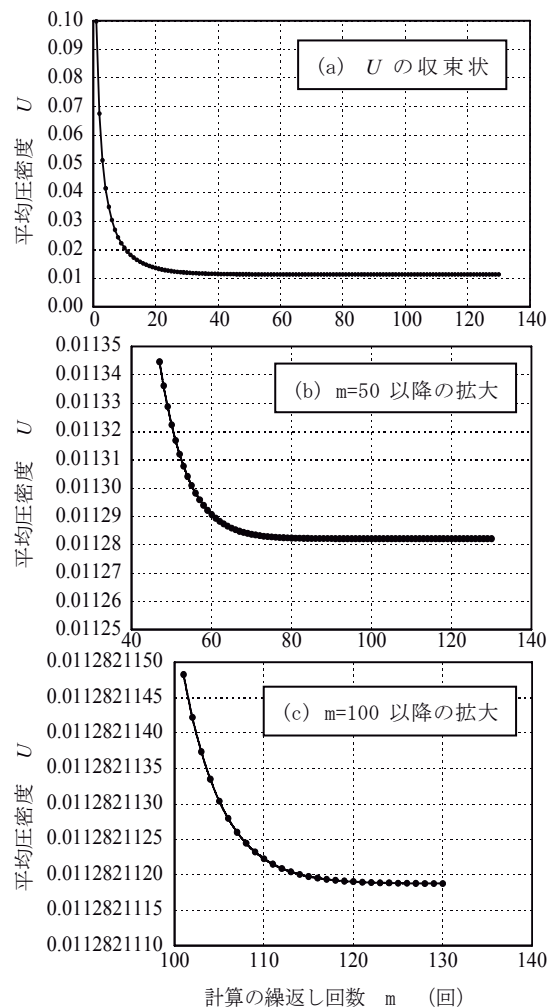


図 2 平均圧密度 U の収束状況 ($T_v=0.0001$)

表 1 平均圧密度 90%前後の時間係数と圧密度

時間係数 T_v	0.847	0.848	0.849
平均圧密度 U (%)	89.973	89.998	90.022

までは信頼できる数値が得られていることが分かる (図における具体的な数値は 0.01128)。もちろん、計算量をふやせば収束値の精度は高まり、図 2(c)の曲線を見ると約 115 回の繰返し計算で小数点以下 9 桁目までは信頼できる数値が得られる。しかし、このような精度は工学的にも必要なく、むやみに計算量を多くしても意味のないことが分かる。

しかるに、圧密度 U としては何桁まで正確であればよいか重要な問題となる。これは議論の分かれる問題ではあるが、例えば、我々は実務において圧密度 90%の時間係数を 0.848 としている^{(1),(2)}。そこで、この時間係数の前後の値に対して式(1)を計算し、結果をパーセント表示で表すと表 1 を得る。この表において、パーセント表示にした U の値を小数点以下

1桁目あるいは2桁目で四捨五入すると表中の圧密度は全て90%になってしまう。小数点以下3桁目を四捨五入して始めて90%圧密度の時間係数が0.848に特定される。すなわち、我々は平均圧密度 U を千分の1%（無次元表示では小数点以下5桁目）まで正確に計算した結果を用いていることになる。そこで本文でも、式(1)の計算および後節に述べる深さ \bar{z} の点の圧密度 U_z の計算においては、無次元表示の値で小数点以下5桁目の数値が変動しなくなるまで計算を繰返し、6桁目以下の数値を切り捨てた値をもって圧密度 U および U_z の厳密値と呼ぶことにする。

2.2 平均圧密度 U を算出するための簡易式

上記したように、圧密度 U を式(1)から直接算出しようとする、一般には多量の繰返し計算が必要となる。これに対し、簡易な算出方法として Terzaghi は次式(2)を示しており⁽³⁾、この簡易式を利用した U の算出が実務において広く利用されている。

$$T_v = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \left(\frac{U}{100} \right)^2 & (0 \leq U \leq 52.6) \\ 1.781 - 0.933 \log_{10}(100 - U) & (52.6 \leq U \leq \infty) \end{cases} \quad (2)$$

一方、あまり知られてはいないようであるが、Hansen はより簡単な形の次式を提案している⁽⁴⁾。

$$U = \sqrt[6]{\frac{T_v^3}{T_v^3 + 0.5}} \quad (3)$$

図3は、式(2)および式(3)から算出される U の値を厳密値と比較し、その差を図示したものである。ここでいう差 δ （以下、誤差 δ とよぶ場合もある）とは次式(4)の定義による絶対誤差で、厳密値が近似値より大きい場合にはプラスの誤差、逆の場合にはマイナスの誤差として表している。

$$\text{差 (誤差) (\%)} = \text{厳密値 (\%)} - \text{近似値 (\%)} \quad (4)$$

図によれば、式(2)を用いた場合の誤差は0.1%以下、式(3)を用いた場合でも $\pm 0.6\%$ 以下という極めて小さい誤差のもとに圧密度 U が算出できていることが分かる。

3. 圧密度 U_z の簡単な計算式の模索

上記したように、平均圧密度 U を簡単に算出するための十分な精度をもった計算式は既に提案されており、実務においても広く利用されている。しかし、任意の深さ \bar{z} の点における圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式については、未だ十分な精度をもつ

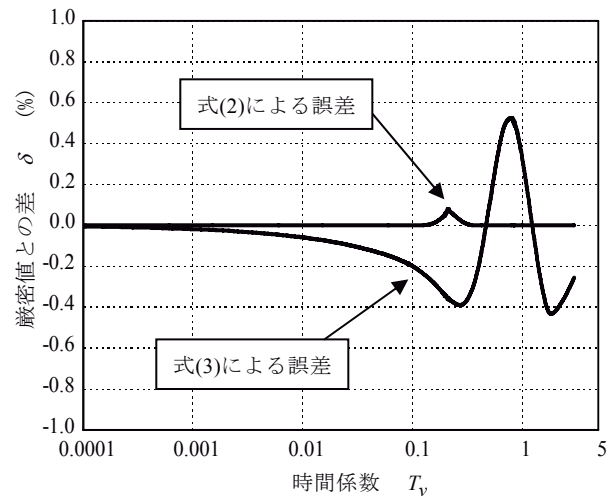


図3 式(2)および式(3)による計算値と厳密

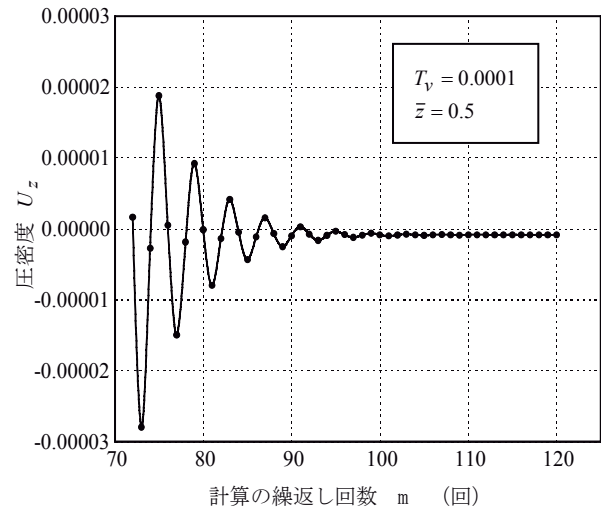


図4 深さ $\bar{z}=0.5$ の点における圧密度 U_z の収束状況

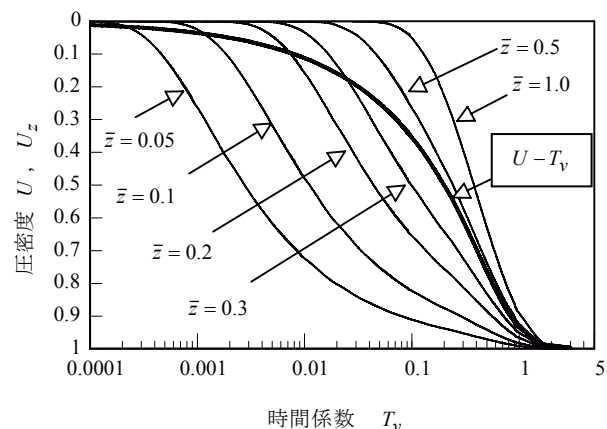


図5 各時間における圧密度 U と U_z の差

た式は報告されていない。そこで、以下では圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式を模索する。

3.1 圧密度 U_z の厳密値

圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式を検討するに当たっては、先ずもってその厳密値を知って

おく必要がある． U_z の厳密値は次式で計算される．

$$U_z = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} (\sin M \cdot \bar{z}) \exp(-M^2 T_v) \quad (5)$$

ここに， $\bar{z} = z/\bar{H}$ は無次元深さで， z は排水面からの距離， \bar{H} は最大排水長で， $0 \leq \bar{z} \leq 1$ である．

式(5)の収束の仕方は式(1)の場合と多少異なる．図4にその一例($\bar{z} = 0.5$, $T_v = 0.0001$ の場合)を示すが， U_z は減衰振動しながら収束していく．これは式(5)に \sin 項が含まれるためであるが，そのために厳密値の求め方に多少の注意が必要となる．すなわち，図4に示した例では，繰返し計算を79回以上行えば小数点以下5桁目の値は変わらなくなる．したがって79回目以降はいつ計算を止めても良いことになるが，図に見られるように，計算を79回で止めるか81回で止めるかによって得られる値の正負が異なってしまう．もちろん，圧密度がマイナスになることはないとしてよいから，このような場合には計算値の絶対値をとるといふ工夫が必要となる．

以上のようにして求めた U_z の厳密値を用いて，いくつかの深さの点における U_z の時間的変化($U_z - T_v$ 曲線)を図5に示した．図には平均圧密度 U の時間的変化($U - T_v$ 曲線)も合わせて示してある．図に見られるように，それぞれの深さの点の U_z の時間的変化は平均圧密度 U の時間的変化と大きく異なっている．すなわち，ある深さの点の圧密度 U_z をその時間における層全体の圧密度 U で代表させることにはかなりの無理があり，先にも述べたように，現在の安定解析で算出される各分割すべり円弧上のせん断強さは，その適切な値とはかなりかけ離れた値となっている様子が見て取れる．

3.2 $U_z - T_v$ 曲線および $U_z - \bar{z}$ 曲線の近似

圧密度 U_z の厳密値は前節のようにして求まるが，この値を簡単に算出するための計算式を解析学的手法によって導くことは難しい．そこで本研究では，図5に示したような $U_z - T_v$ 関係，および後に示すいわゆる等時圧密曲線(アイソクロン)と呼ばれる $U_z - \bar{z}$ 関係に様々な曲線をあてはめ，最も適合性が良い曲線の式を利用して計算式を求めることにした．以下に具体的な曲線のあてはめの例を示す．

まず，図5に示したような $U_z - T_v$ 関係に様々な曲線をあてはめてみたものの中から，比較的適合性が良かった曲線の例を図6(a)，(b)に示した．図6(a)は，Hansenが $U - T_v$ 関係を近似したものと同形の次式(6)をあてはめてみた場合の一例で，図6(b)は次式(7)に示す累積分布型のワイブル曲線をあてはめてみ

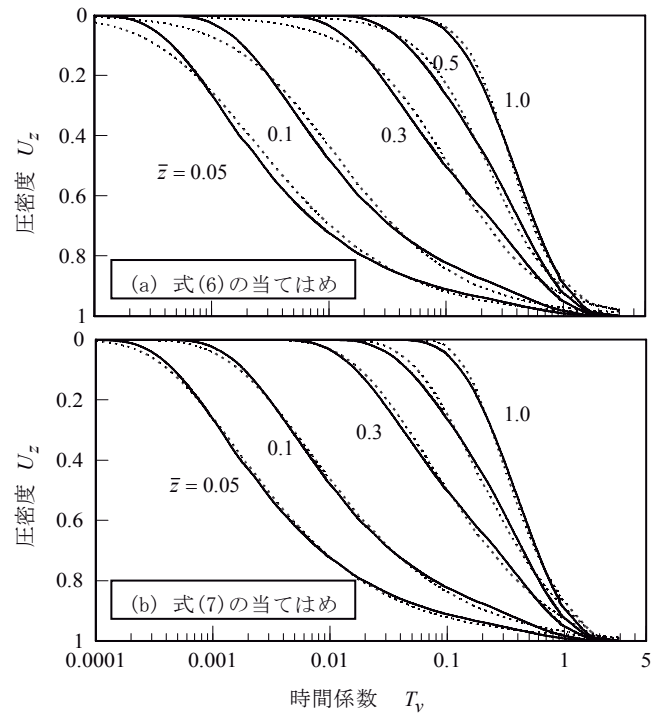


図6 $U_z - T_v$ 曲線への式(6)および式(7)のあてはめ

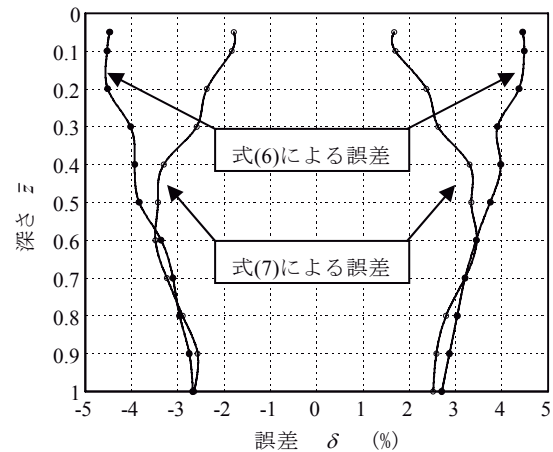


図7 式(6)および式(7)による U_z の誤

た場合の一例である．

$$U_z = m_1 \sqrt{\frac{T_v^{m_2}}{T_v^{m_2} + m_3}} \quad (6)$$

$$U_z = n_1 \exp\left\{-\left(\frac{n_2}{T_v}\right)^{n_3}\right\} \quad (7)$$

ここに， m_1 ， m_2 ， m_3 および n_1 ， n_2 ， n_3 は深さ \bar{z} に応じて変わる係数である．

図6において，実線が厳密値による $U_z - T_v$ 曲線，点線が式(6)あるいは式(7)による計算曲線である．図に見られるように，両曲線は殆ど重なり合っており， $U_z - T_v$ 関係へのこれらの曲線の適合性は十分に認め

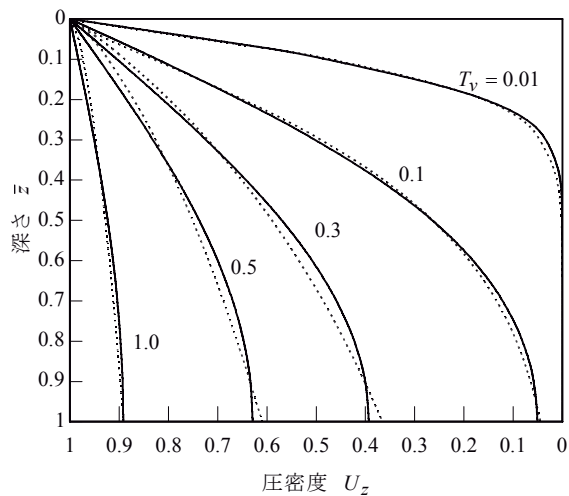


図8 $U_z - \bar{z}$ 関係への式(8)のあてはめ

られる。そこで、圧密度 U_z を式(6)あるいは式(7)を用いて算出した場合、厳密値とどれほどの差を生ずるかを調べたものが付表1および図7である。図によれば、式(6)を利用した場合には \bar{z} が小さくなるにつれて誤差は大きくなるものの、その最大誤差は $\pm 5\%$ 以内にあり、工学的には十分許容できる範囲と判断される。一方、式(7)を利用した場合には中央深さ付近で誤差が大きくなるもの、その値は $\pm 4\%$ 以下であり、算出精度は式(6)を用いた場合よりも良いことが分かる。

次に、いわゆるアイソクロンと呼ばれる $U_z - \bar{z}$ 関係にいくつかの曲線をあてはめてみたものの中から、最も適合性が良かった次式(8)に示す形の累積分布型ワイブル曲線をあてはめた場合の一例を図8に示した。

$$U_z = \exp(-\alpha \cdot \bar{z}^\beta) \quad (8)$$

ここに、 α 、 β は時間係数 T_v に応じて変わる係数である。

図8においても、図6と同様、実線が厳密値による $U_z - \bar{z}$ 曲線、点線が式(8)による計算曲線である。この図においても両曲線は殆ど重なり合っており、 $U_z - \bar{z}$ 関係への式(8)の適合性も十分認められる。そこで、式(8)を用いて U_z を算出した場合にはどれほどの誤差を生ずるかを調べたものが付表2および図9である。図によれば、式(8)を用いて U_z を算出した場合の誤差は $\pm 3\%$ 以下で、式(6)あるいは式(7)を用いた場合の誤差（それぞれ $\pm 5\%$ および $\pm 4\%$ ）に比べて僅かではあるが小さい。すなわち、圧密度 U_z を算出するための計算式としては式(6)および式(7)よりは式(8)が勝っている。また、式(6)および式(7)は3個の未知数（係数）を含むのに対して、式(8)の係数は2個

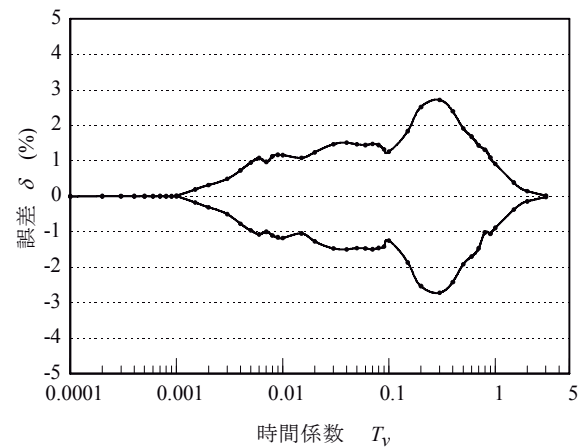


図9 式(8)による U_z の誤差の分布

であることも計算式を定式化の上では都合がよい。そこで、以下では、圧密度 U_z を算出するための計算式としては式(8)を検討することにする。

なお、付表1に示した式(6)および式(7)における各深さ \bar{z} ごとの係数 m_1 、 m_2 、 m_3 および係数 n_1 、 n_2 、 n_3 の値、さらには付表2に示した式(8)における各時間係数 T_v のもとでの係数 α 、 β の値は、いずれも最小2乗法などの解析学的手法によって求めた値ではなく、算出される誤差が最も小さくなるように試行錯誤を繰り返して求めた値である。これらの係数を試行錯誤によって求めた理由やその具体的方法については次節に示す。

3.3 式(8)における係数 α 、 β の決定方法

式(8)における係数 α 、 β は、同式を次式(9)の直線式になおし、最小2乗法を適用して求めるのが一般的手法と思われる。

$$\ln(-\ln U_z) = \ln \alpha + \beta \ln \bar{z} \quad (9)$$

例えば、図10は式(9)の関係を厳密値を用いて示した一例 ($T_v = 0.5$ の場合) である。図によれば、 $\ln \bar{z}$ の値がゼロ付近 ($\bar{z} = 1$ の非排水面付近) で両者の直線性は多少悪くなるものの、全体的には十分な相関性のもとに直線関係にあるとみてよく、十分な精度のもとに係数 α 、 β を求めることができる。しかし、種々検討するなかで、この方法（最小2乗法）で求めた係数 α 、 β は必ずしも最小の誤差を与えるものではないことが判明した。すなわち、最小2乗法によって求まる各時間係数 T_v のもとでの係数 α 、 β の値、およびその値を用いて U_z を算出した場合の誤差を付表3に示すとともに、その誤差を前掲の図9に示した誤差（誤差が最小になるように試行錯誤で係数 α 、 β を求めた場合の誤差）と比較して図11に示した。図中、○印が係数 α 、 β を最小2乗法によつ

て求めた場合の誤差で、●印が試行錯誤で求めた場合の誤差である。図に見られるように、 $T_v \leq 0.0009$ および $1.5 \leq T_v$ の範囲で両者の誤差はほぼゼロで一致するものの、 $0.001 \leq T_v \leq 1.0$ の範囲においては無視できない違いがあり、かつ、最小 2 乗法で求まる係数は必ずしも最小の誤差を与えてはいない。これは、式(9)を利用した最小 2 乗法はあくまでも厳密値による $\ln(-\ln U_z)$ と計算値による $\ln(-\ln U_z)$ の残差平方和が最小になるように係数 α 、 β を選ぶ方法であり、算出される U_z の誤差の最大値が最小になるような計算法ではないこと、および、図 10 に見られるように、非排水面付近での $U_z - \bar{z}$ 関係が式(8)では近似しづらいことなどにその多くを起因しているものと思われる。

最小 2 乗法以外での式(8)の係数 α 、 β の求め方としては、最尤法(maximum likelihood method)⁽⁵⁾ や Deming の方法による曲線のあてはめ⁽⁶⁾ などがあるようであるが、基本的には曲線全体としての適合性が最良になるように係数を選ぶことに変わりはないようで、誤差の最大値が最も小さくなるという保証はないようである。著者らが試行錯誤を繰り返して係数を求めたのは以上のような理由によるもので、試行錯誤の具体的手法は以下のとおりである。

すなわち、まずは、式(9)を用いた最小 2 乗法から求まる係数 α 、 β を仮の値として用い、式(8)を計算する。この計算によって任意の時間係数 T_v のもとでの $U_z - \bar{z}$ 関係、すなわち、図 8 に示したようなアイソクロンを得ることができる。同時に、厳密値との差として、図 12 に示した曲線 A のような誤差の分布カーブも得られる。この曲線は図 10 に示した $\ln(-\ln U_z) - \ln \bar{z}$ 直線から得られたものであるが、深さが $\bar{z} = 0.9$ 程度までは $\pm 2\%$ 以内の比較的小さな誤差で U_z が算出されていることが分かる。しかし、非排水面に近づくにつれ誤差は大きくなり、非排水面上での誤差は $+5\%$ と大きい。そこで、この曲線 A をパソコンの画面に表示しながら、パソコン上で係数 α の値を小さくすると、曲線 A は図中の 0 点(曲線 A の頂点)を中心にして時計回りに回転するように動く。その結果、非排水面上の誤差は小さくなり、中央深さ付近の誤差がマイナス方向に膨らむ。そこで、もう一方の係数 β の値も小さくすると、膨らんだ中央深さ付近の誤差は小さくなり、深さ $\bar{z} = 0.1$ 付近の誤差がプラス方向に大きくなる。このような作業をパソコンの画面を見ながら何度か繰り返すと、誤差の分布は曲線 B のようになり、当初、非排水面上で $+5\%$ あった誤差を半分以下の $+2\%$ まで落とすことができ

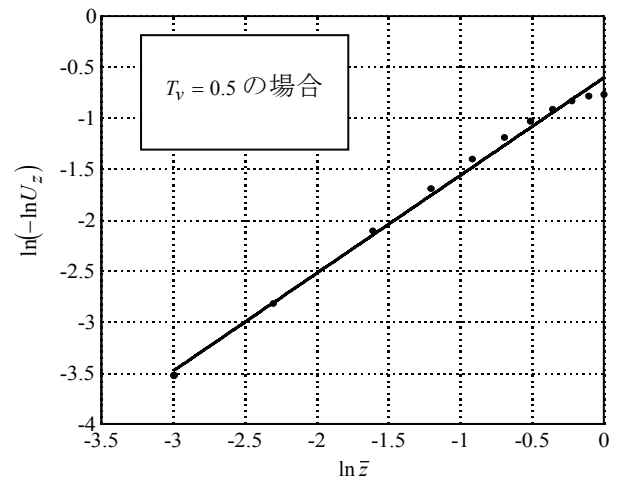


図 10 $\ln(-\ln U_z) - \ln \bar{z}$ 曲線

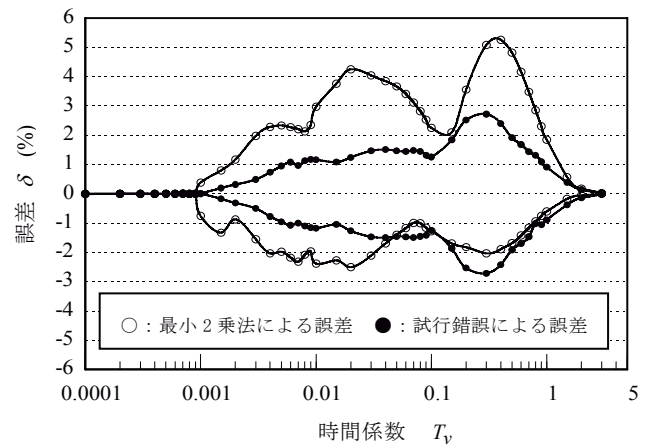


図 11 最小 2 乗法による誤差の分布

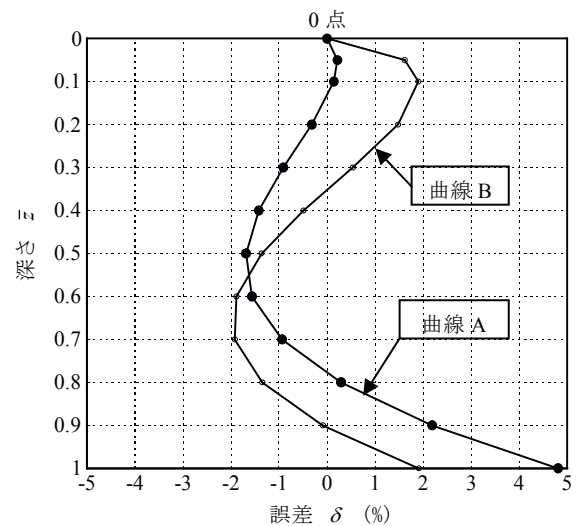


図 12 誤差を最も小さくする係数 α 、 β の求め方

る。付表 1 および付表 2 に示した式(6)、式(7)および式(8)の各係数はこのようにして得たもので、図 7 および図 9 に示した誤差 δ もこれらの係数を用いた場合の値である。

4. 提案する圧密度 U_z の計算式

以上のようにして求めた式(8)における係数 α , β の時間係数 T_v に対する変化を示したものが図13(a),(b)である. 図に見られるように, 係数 α , β の T_v に対する変化は複雑で, それぞれの関係を一つの数式で表現することは難しい. しかし, T_v の範囲を幾つかに区切ればそれぞれの関係は定式化できそうである. 事実, 詳細な検討の結果, T_v の範囲を表2に示す4つの範囲に分けると, それぞれの範囲における $\alpha - T_v$ 関係および $\beta - T_v$ 関係として, 同表に示す関係式が得られた. したがって, これらの α , β を式(8)に用いれば, 各時間係数 T_v のもとでの $U_z - \bar{z}$ 関係は簡単に求まることになる. そして, この場合の誤差 δ の分布状況は図14に示すとおりで, U_z の計算値はやはり $\pm 3\%$ 以下の誤差で厳密値と一致する.

ところで, 図14に示した $\delta - T_v$ 関係において, 4つに分けた T_v の範囲の境界の時間係数である $T_v = 0.001$, 0.006 および 0.1 上の誤差が±側にそれぞれ2点ずつプロットされている. このことは特に $T_v = 0.006$ 上の値に顕著に現れている. これは, 表2に示した4つの範囲の $\alpha - T_v$ 関係および $\beta - T_v$ 関係がそれぞれの範囲内のデータを最も良く表す関係式として求められたものであり, 境界における誤差の不連続性を取り除くための加工がなされていないためである. そのため, 表2に示した $\alpha - T_v$ 関係および $\beta - T_v$ 関係を用いて T_v の境界上の U_z を算出すると, どちらの範囲の関係式を用いたかによって算出される U_z の値は異なってしまう. このような境界上での U_z の不連続性をなくす検討を進めるなかで, 偶然見出されたことであるが, T_v が $0.006 \leq T_v \leq 0.1$ の範囲の $\alpha - T_v$ 関係および $\beta - T_v$ 関係を, その下2つの T_v の範囲に拡大して用いても, 算出される誤差には大きな差は生じないことが分かった. すなわち, T_v の範囲を表2のように4つの範囲に分ける必要はなく, T_v が 0.1 より小さい範囲と 0.1 より大きい範囲の2つに分け, それぞれの範囲における圧密度 U_z を次式(10)によって計算しても, それによる誤差の分布は図15に示すとおりで, 全体として $\pm 3\%$ を超えることはないことが判明した.

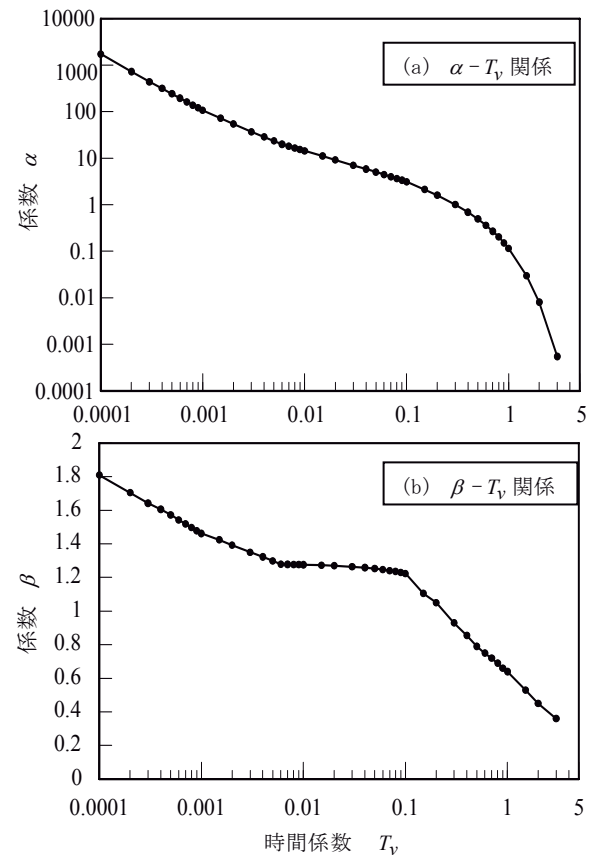


図13 $\alpha - T_v$ 関係および $\beta - T_v$ 関係

$$U_z = \begin{cases} 0 \leq T_v \leq 0.1 \\ \exp\left\{\frac{-0.697}{T_v^{0.657}} \bar{z}^{(1.282-0.577T_v)}\right\} \\ 0.1 \leq T_v \leq 3.0 \\ \exp\left\{-20.53 \exp(-5.032T_v^{0.425}) \bar{z}^{(0.630-0.253 \ln T_v)}\right\} \end{cases} \quad (10)$$

すなわち, 上式(10)が本文で提案する圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式である. ただし, 式(10)においても未だ $T_v = 0.1$ の境界上での U_z の不連続性は解消されていない. しかし, 計算式の違いによるこの境界上での U_z 値の違いは 0.24% と小さく, ここでは無視することにする.

表2 式(8)における係数 α と β の定式化

T_v	$0 \sim 0.001$	$0.001 \sim 0.006$	$0.006 \sim 0.1$	$0.1 \sim \infty$
α	$\alpha = 0.026T_v^{-1.205}$	$\alpha = 0.164T_v^{-0.936}$	$\alpha = 0.697T_v^{-0.657}$	$\alpha = 20.53 \exp(-5.032T_v^{0.425})$
β	$\beta = 0.427 - 0.150 \ln T_v$	$\beta = 0.756 - 0.102 \ln T_v$	$\beta = 1.282 - 0.577T_v$	$\beta = 0.630 - 0.253 \ln T_v$

注) $0.1 \leq T_v \leq \infty$ における $\alpha - T_v$ 関係および $0.006 \leq T_v \leq 0.1$ における $\beta - T_v$ 関係の形が他の範囲の形と異なっているが, 間違いではない.

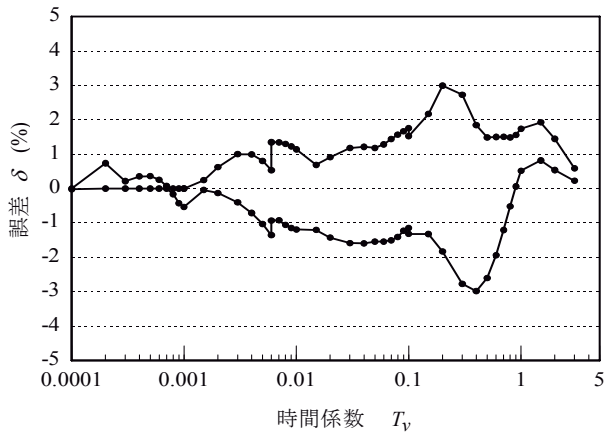


図 14 表 2 の関係を式(8)に用いたときの誤差

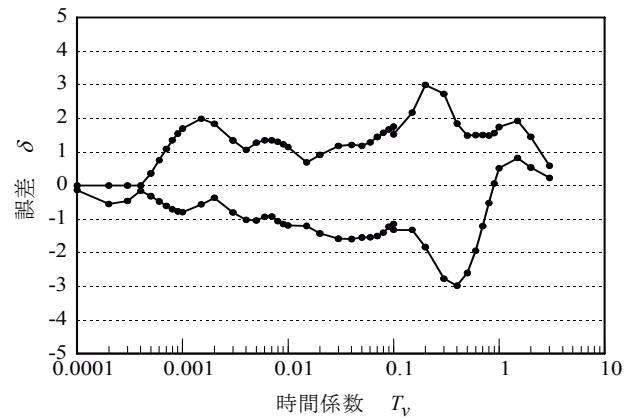


図 15 提案式(10)による誤差の分布

5. まとめ

本論文は、圧密中土層内の任意の深さの点の圧密度 U_z を簡単に算出するための計算式を模索し、提案したものである。式の誘導は解析学的手法によるものではなく、 $U_z - T_v$ 関係および $U_z - \bar{z}$ 関係に様々な曲線をあてはめ、最も適合性の良かった累積分布型のワイブル曲線式を用いて提案したものである。提案式は時間係数 T_v が 0.1 までの場合と 0.1 以上の場合で形が異なり、使用上の若干の不便さはあるもの、提案式による U_z の計算値は $\pm 3\%$ 以下の誤差で厳密値と一致する。この程度の誤差は工学的には十分許容できるものであり、これにより実務上は不可能であった U_z を用いた軟弱地盤上盛土の合理的な安定解析が容易に行えるようになるとともに、複合地盤における U_z を用いた圧密速度の予測も容易になるなど、本提案式は安定解析や沈下予測などの信頼性の向上や精度の向上に役立つ。

参考文献

- (1) 日本道路協会(1977): 道路土工軟弱地盤対策工指針, pp. 57-67.
- (2) 地盤工学会(2000): 土質試験の方法と解説 一第一回改訂版一, pp. 348-355.
- (3) Terzaghi, K.(1966): Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons, Inc., pp.248-255.
- (4) Hansen, J. B.(1961): A model law for simultaneous primary and secondary consolidation, *Proc. 5th ICSMFE*, Vol. 1, pp. 133-136,.
- (5) 三上操(1965): 応用推計学, 内田老鶴圃新社, pp. 67-69.
- (6) 本間仁, 春日屋伸昌(1979): 次元解析・最小2乗法と実験式, コロナ社, pp. 255-267.

付表 1 式(6)および式(7)における深さ \bar{z} ごとの係数と誤差

\bar{z}	式(6)					式(7)				
	係数			誤差(%)		係数			誤差(%)	
	m_1	m_2	m_3	+側	-側	n_1	n_2	n_3	+側	-側
0.05	0.65	3.03	0.006	4.45	-4.47	0.995	0.002	0.620	1.67	-1.79
0.1	0.78	1.67	0.018	4.48	-4.53	1.015	0.007	0.609	1.70	-1.83
0.2	0.95	1.12	0.051	4.37	-4.51	1.060	0.028	0.600	2.37	-2.37
0.3	1.15	0.90	0.088	3.90	-4.02	1.106	0.070	0.649	2.62	-2.59
0.4	1.31	0.97	0.100	3.98	-3.93	1.118	0.115	0.715	3.30	-3.30
0.5	1.50	1.00	0.107	3.75	-3.84	1.129	0.167	0.803	3.34	-3.43
0.6	1.60	1.12	0.109	3.45	-3.36	1.120	0.200	0.908	3.46	-3.49
0.7	1.71	1.27	0.100	3.20	-3.11	1.110	0.245	1.010	3.20	-3.24
0.8	1.80	1.57	0.081	3.04	-2.96	1.100	0.270	1.105	3.80	-2.90
0.9	1.87	1.63	0.079	2.87	-2.75	1.090	0.288	1.190	2.59	-2.57
1.0	1.87	1.70	0.077	2.70	-2.68	1.080	0.290	1.240	2.51	-2.65

付表2 誤差が最小時の係数 α 、 β の値と誤差
 β の値と誤差

時間係数 T_v	係数		誤差(%)	
	α	β	+側	-側
0.0001	1719.863	1.810	0.000	-0.009
0.0002	725.601	1.705	0.002	0.000
0.0003	436.592	1.642	0.006	-0.001
0.0004	314.599	1.606	0.000	0.000
0.0005	241.580	1.573	0.002	0.000
0.0006	193.737	1.543	0.000	-0.003
0.0007	161.225	1.518	0.002	0.000
0.0008	137.910	1.497	0.000	-0.002
0.0009	120.325	1.479	0.001	-0.001
0.001	106.485	1.462	0.015	-0.003
0.0015	72.168	1.424	0.192	-0.176
0.002	54.272	1.392	0.313	-0.313
0.003	36.966	1.350	0.489	-0.504
0.004	28.646	1.323	0.731	-0.780
0.005	23.453	1.299	0.946	-0.958
0.006	19.906	1.279	1.077	-1.074
0.007	17.939	1.278	0.966	-1.003
0.008	16.511	1.277	1.129	-1.106
0.009	15.348	1.277	1.168	-1.158
0.01	14.339	1.276	1.160	-1.181
0.015	11.112	1.273	1.083	-1.048
0.02	9.171	1.270	1.239	-1.270
0.03	7.015	1.264	1.462	-1.470
0.04	5.818	1.259	1.509	-1.499
0.05	5.023	1.253	1.465	-1.460
0.06	4.437	1.247	1.442	-1.470
0.07	3.995	1.241	1.473	-1.496
0.08	3.647	1.236	1.442	-1.458
0.09	3.353	1.230	1.316	-1.417
0.1	3.114	1.224	1.252	-1.255
0.15	2.132	1.105	1.834	-1.867
0.2	1.597	1.050	2.515	-2.535
0.3	1.005	0.930	2.716	-2.718
0.4	0.690	0.855	2.396	-2.421
0.5	0.494	0.790	1.911	-1.919
0.6	0.361	0.750	1.679	-1.697
0.7	0.268	0.720	1.431	-1.467
0.8	0.204	0.690	1.311	-1.021
0.9	0.151	0.660	1.089	-1.060
1	0.115	0.640	0.906	-0.893
1.5	0.030	0.530	0.383	-0.380
2	0.008	0.450	0.143	-0.144
3	0.001	0.360	0.013	-0.024

付表3 最小2乗法による係数 α 、

時間係数 T_v	係数		誤差(%)	
	α	β	+側	-側
0.0001	-	-	-	-
0.0002	-	-	-	-
0.0003	-	-	-	-
0.0004	314.599	1.606	0.000	0.000
0.0005	241.580	1.573	0.002	0.000
0.0006	193.737	1.543	0.000	-0.003
0.0007	161.225	1.518	0.002	0.000
0.0008	137.910	1.497	0.000	-0.002
0.0009	120.325	1.479	0.001	-0.001
0.001	137.648	1.555	0.375	-0.758
0.0015	93.102	1.520	0.798	-1.331
0.002	66.726	1.466	1.165	-0.881
0.003	50.608	1.466	1.976	-1.556
0.004	41.326	1.463	2.281	-2.035
0.005	33.730	1.440	2.329	-1.984
0.006	29.474	1.435	2.274	-2.183
0.007	26.427	1.432	2.205	-2.322
0.008	22.970	1.409	2.127	-2.085
0.009	20.610	1.395	2.344	-1.975
0.01	19.951	1.411	2.963	-2.388
0.015	14.447	1.384	3.753	-2.278
0.02	12.017	1.386	4.250	-2.507
0.03	8.635	1.350	4.040	-2.113
0.04	6.731	1.313	3.845	-1.697
0.05	5.561	1.285	3.662	-1.398
0.06	4.764	1.262	3.402	-1.175
0.07	4.182	1.242	3.112	-0.997
0.08	3.736	1.224	2.818	-1.006
0.09	3.381	1.209	2.525	-1.163
0.1	3.090	1.194	2.246	-1.280
0.15	2.164	1.133	2.093	-1.699
0.2	1.649	1.086	3.552	-1.823
0.3	1.072	1.018	5.079	-2.038
0.4	0.749	0.976	5.253	-1.897
0.5	0.543	0.947	4.811	-1.685
0.6	0.402	0.928	4.158	-1.420
0.7	0.303	0.914	3.476	-1.165
0.8	0.230	0.903	2.846	-0.943
0.9	0.176	0.896	2.303	-0.756
1	0.135	0.890	1.846	-0.600
1.5	0.038	0.876	0.570	-0.181
2	0.011	0.872	0.168	-0.053
3	0.001	0.877	0.014	-0.005