秋田大学教育学部
研究紀要（自然科学）
52, 77—82 (1997)

情報科学からみた形態の定量化について

—数理形態学の原理とその応用—

上　田　晴　彦[1]

Quantifying the Forms from information Science

—Principal and Application of Mathematical Morphology—

Haruhiko UEDA

(Received March 24, 1997)

Abstract

In this paper, we express the importance of the relation between information science and science of forms. We also show our recent works about quaitifying the morphology in N-body simulation.

はじめに

形（形態）とは何であろうか？またどのように理解すればよいのであろうか？形は数，大きさ，時間とともに自然を認識する際の最も基本的な概念であり，非常に多くの情報をもっていることは疑いない。形を考えることなく自然を理解することは出来ない。古代エジプト，ギリシャなどにおいて，形の考察を中心とする幾何学は天文学と結びつき，最も高尚な学問であるとされた。形は自然探求の中心的な役割を担ってきた。

ところが近代科学において，形は(1)定量的に議論しにくく自然科学の対象となりにくい，(2)単に技術上の問題に過ぎない，などと考えられ故意に無視されてきた。もちろんこの時代にも，形そのものの重要性を理解し科学的に考察した少数の特殊な分野があったし人物もいた。例えば生物学や解剖学では形は重要な概念であり続けたし，結晶学では結晶形という限定されたものではあるが，形についての研究が盛んにおこなわれていた。しかしそのような努力にも関わらず，多くの分野では形は科学的に重要でないとみなされてきた。また形の重要性を理解していた少数の分野でも，形は定性的にしか取り扱えない場合が多く，定量的な議論はほとんどなされなかった。

しかし 1970 年頃から，形を定量的に取り扱うことについての大きな進展が，数々の分野であった。たとえば数理科学の分野では，マンデルブロが提唱したフラクタルによって，自己相関性をもつ図形はフラクタル次元で定量化されることがはっきりした。また情報工学の分野では，コンピュータの急速な浸透に伴って画像処理工学が発展し，画像の復元や処理という形に関する多くの研究がなされるようになった。古代以来，形が学問的に重要な地位に復活する可能性が出てきた。

本研究では，情報科学と形の科学との関連について考察する。特に 1985 年頃から大いに進展した情報科学の一分野であるモルフォロジー（Mathematical Morphology，数理形態学）に注目し，情報科学から見た形の理解に重点を置いて概観する。その後，著者が最近おこなったモルフォロジーのＮ体問題への応用について報告する。

---

[1] 秋田大学教育学部情報処理研究室

[2] 著者の知る限り，モルフォロジーをＮ体問題に応用した研究者はいないと思われる。

I　モルフォロジー（数理形態学）とは

モルフォロジーは形状情報を理解する際に力を発揮することで知られている画像処理工学の一分野である。モルフォロジーは極めて実用的な手法であるだけでなく，数学的な裏付けをもつ体系化された学問分野でもある。画像処理の分野でこれほど確固たる数学的基盤を持つものは少なく，このことがモルフォロジーの大きな特徴となっている。

この学問が誕生したのは1960年代後半になる。鉱石の顕微鏡写真の解析手段として開発されたモルフォロジーは，当初は主にテクスチャー解析に応用されたが，あまり人目を引く存在ではなかったようである。ところが1980年代半ばからは画像処理技術に応用されるようになり，大いに発展し1つの学問体系に育った。

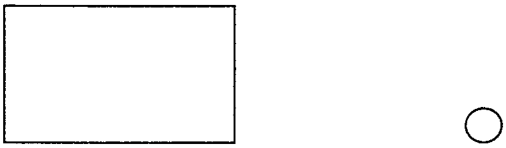
上に述べたようにモルフォロジーは比較的新しい分野であり，画像処理関係の専門書でも余り取り扱われていない。本論文でもこの理論をN体問題に応用した議論を中心とするため[2]，モルフォロジーそのものの説明は必要最低限に押さえてある。さらにより実用的な面を重んじるという理由から，直感的な理解を中心に置いており数学的な厳密性は多少犠牲にしている。モルフォロジーの正確で詳しい議論を知りたい読者は参考文献を一読されることをお勧めする。

II　モルフォロジーとパターンスペクトル

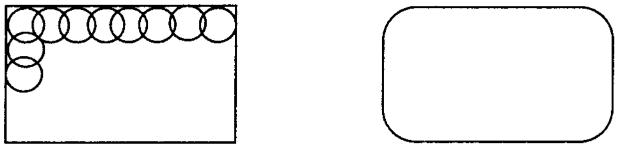
本研究では，モルフォロジーの中でもパターンスペクトルというものに注目する。そのためには，まずオープニングとスケールについて説明する。最後にこれらの定義を踏まえてパターンスペクトルを定義することにする。

(A)　オープニング

以下に示すように，図形X，Yがある。図形Yを平行移動させ図形Xの内部にいれ，Xの外にYの一部でもはみ出すことが無いようにしながらXの内部で移動させたとき，Yによって覆うことの出来る領域をX_Yとする。このときX_YをXのYによるオープニングと定義する。またYを構造要素と呼ぶ。（下図参照）



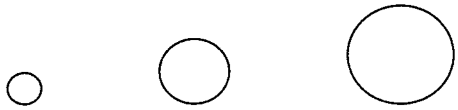
X　　　　Y



X_Y

(B)　スケール

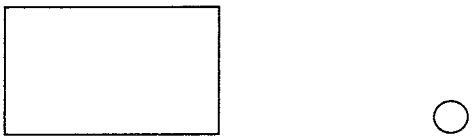
基本になる図形Yのサイズを1とする。Yをm倍に拡大して得られるサイズmの図形を，Yのスケールをm倍にした図形と呼びmYと表す。以下の例は，左からYについてm＝1，2，3の図形を表している。



Y　　2Y　　3Y

(C)　パターンスペクトル

パターンスペクトルは2つの図形X，Yを考え，XのmYによるオープニングX_{mY}を調べることで作成出来る。例えば次のような2つの図形を考える。



X　　　　Y

まずm＝1の場合，つまりXのYによるオープニングX_Yを作成する。

X_Y

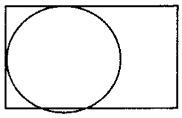
次にm＝2の場合，つまりXの2YによるオープニングX_{2Y}を作成する。

X_{2Y}

同様にm＝3の場合，つまりXの3YによるオープニングX_{3Y}を作成する。

X_{3Y}

m = 4 についても同様にする。ただし m = 4 では図形 4Y は X の中に収まらないため，X_{4Y}は空集合となってしまうことに注意する。

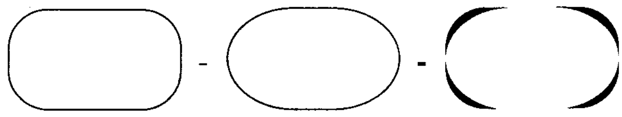


Φ

X_{4Y}

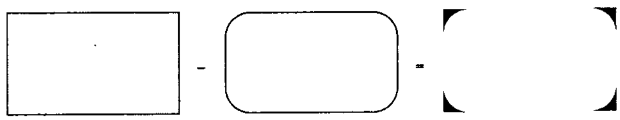
ここまで準備が出来れば，$X_{(m-1)Y} - X_{mY}$について調べてみる。

m = 1 の場合



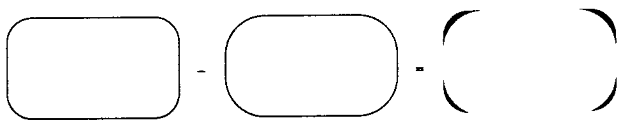
X_{2Y} X_{3Y} $X_{2Y}-X_{3Y}$

m = 2 の場合



X X_{Y} $X-X_{Y}$

m = 3 の場合



X_{Y} X_{2Y} $X_{Y}-X_{2Y}$

m = 4 の場合

X_{3Y} X_{4Y} $X_{3Y}-X_{4Y}$

ここでパターンスペクトルとは，黒塗りで示された図形の面積を m の関数として表したヒストグラムをいう。たとえば今の場合，元の図形 X の面積を 1 としたときの構造要素 Y によるパターンスペクトル PS(X, mY) は図 1 のようになる。

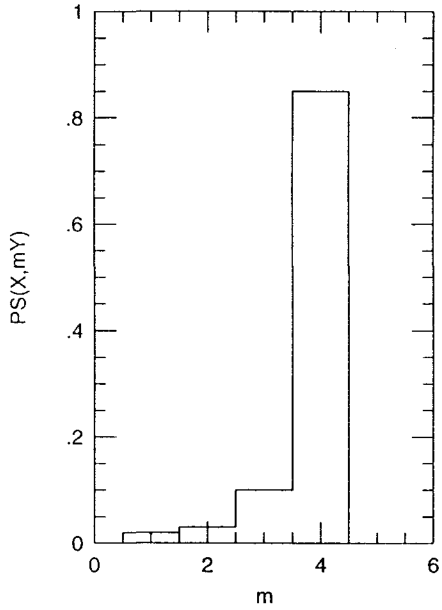


図 1

III　N 問題への応用

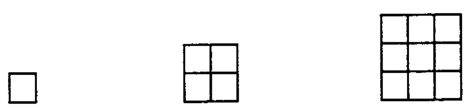
パターンスペクトルを使って，N 体シュミレーションから得られた粒子分布を定量化することを考える。今回使用したものは異なった 4 種類の初期条件

$$P(k) \propto k^{n} \qquad (n = 1, 0, -1, -2)$$

から進化した N 体シミュレーションの結果である。ただし $P(k)$ はゆらぎのパワースペクトル，k は波長を表す。今後これら 4 種類のモデルを n = 1, n = 0, n = −1, n = −2 モデルと呼ぶことにする。

N 体シミュレーションでは 3 次元空間で粒子分布の計算が行われる。もちろんこのままの状態で考えてもよいが，今回は画像処理の手法を使うため 3 次元の粒子分布を 2 次元空間に射影し，さらにセルにわけて 2 値化する。その結果が図 2—1 から 2—4 まで示されている。これらの図は 3 次元粒子分布を X−Y 平面に射影したものである。シミュレーションボックスの 1 辺の長さは 1 であり，各々 −0.5～0.5 までの目盛りがふられている。各々の図は 300×300 のセルに分けられ 2 値化されている。(黒い点で示されているセルが粒子を少なくとも 1 つ含むセルである。) これら 4 つのモデルのパターンスペクトルを求めるのが今回の主目的である。

それでは構造要素としてどのような図形を採用すればよいのであろうか？これについては明確な指針は無いが，今回は以下のような図形を構造要素とした。



Y　　2 Y　　3 Y

この図を見ればわかるように Y が構造要素で 2Y, 3Y は Y のスケールを 2 倍，3 倍にしたものである。このような構造要素を用いることにより，粒子のクラスタリングの強さを見ることが出来ると期待される。

上の構造要素を用いて，構造要素のスケールを 1～10 まで変化させパターンスペクトルを求めた。その結果が

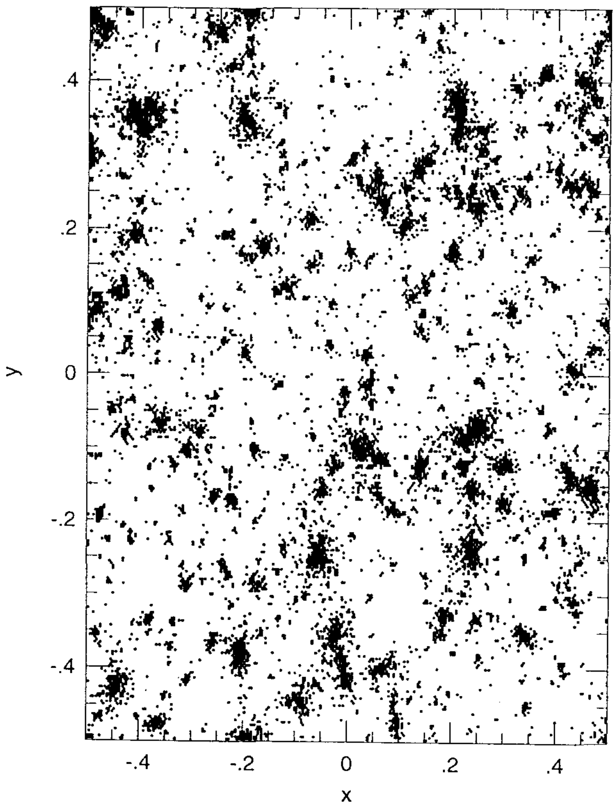


図 2-1

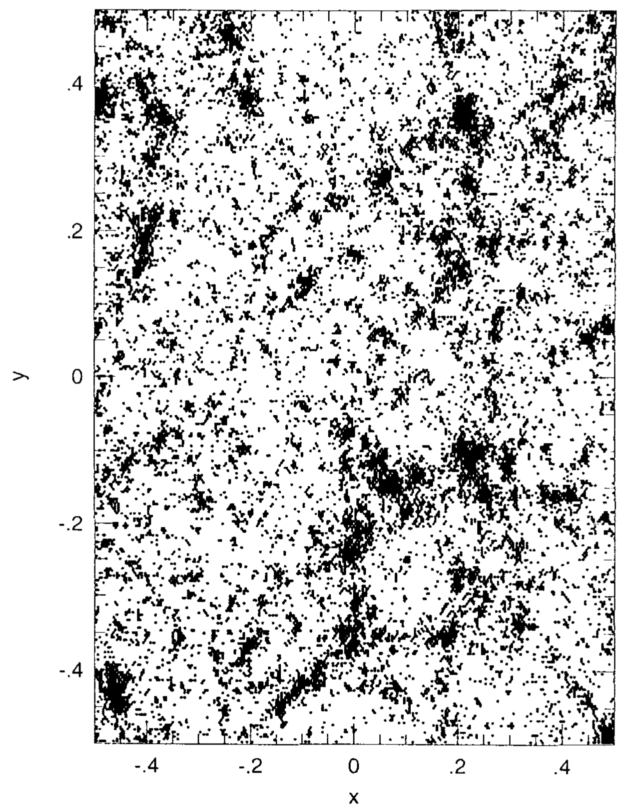


図 2-3

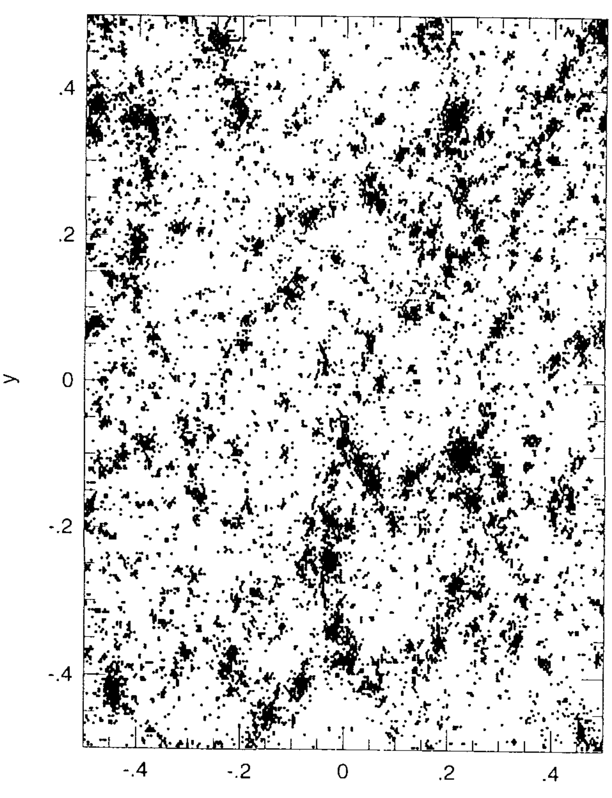


図 2-2

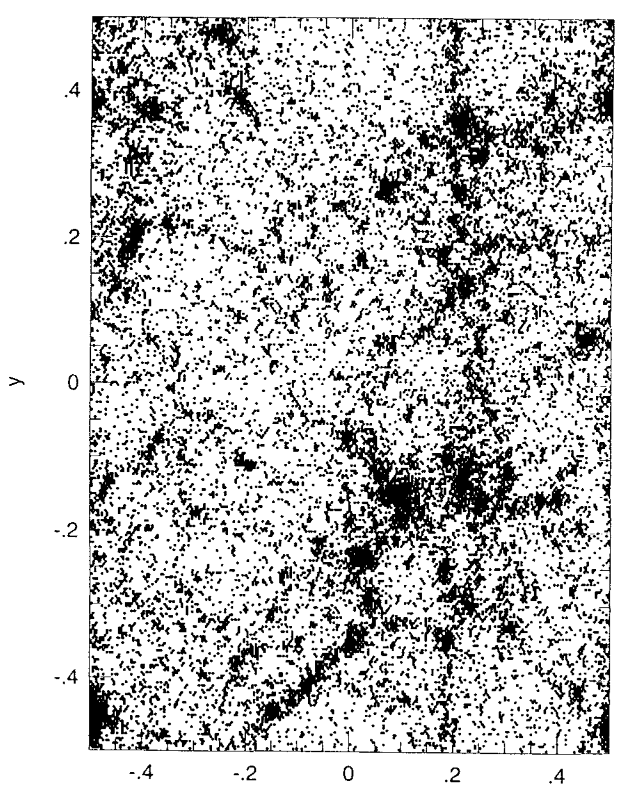


図 2-4

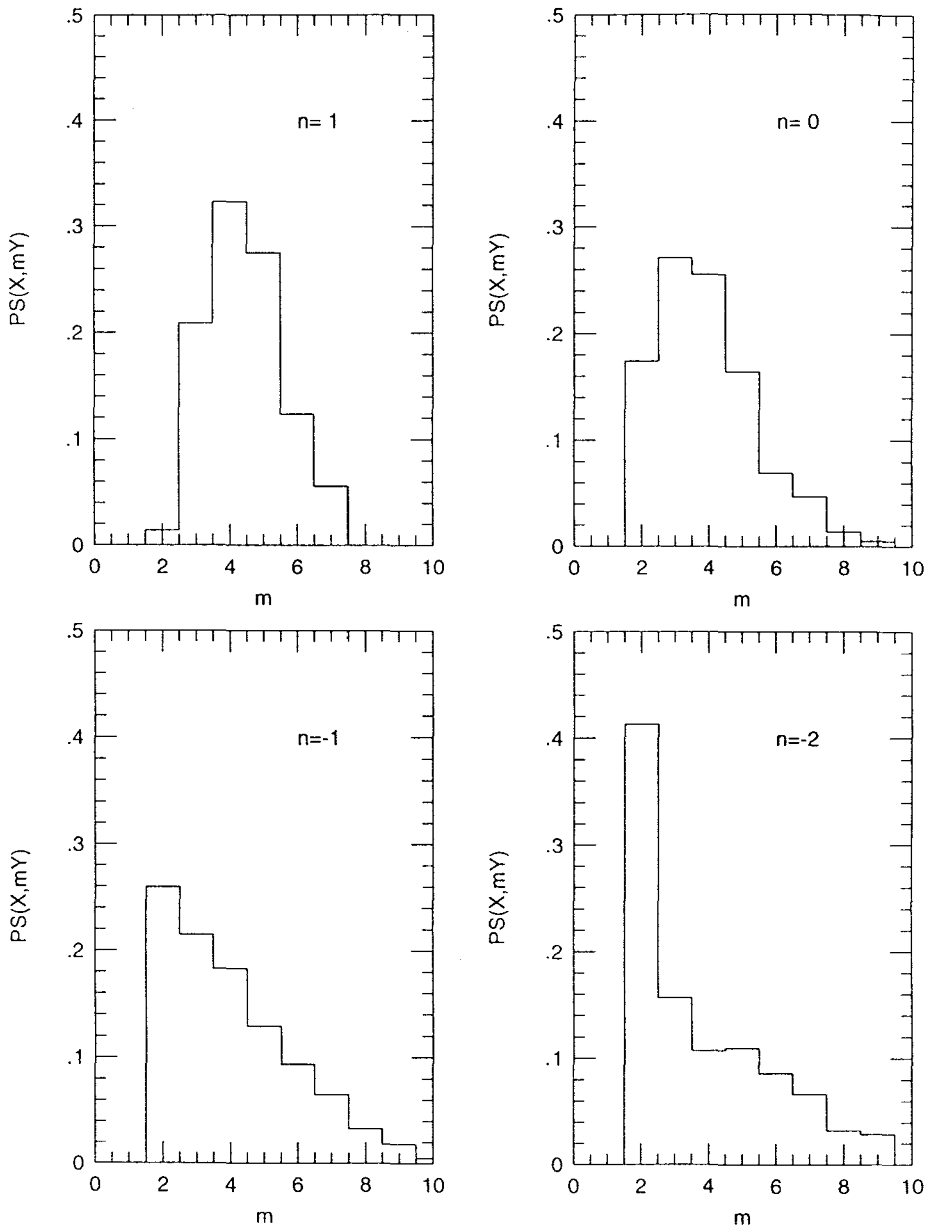


図3

図3に示されている。解析の結果を見ると，これらのヒストグラムの特徴がN体問題の初期条件と密接な関係があることがすぐにわかる。つまりnの値が小さくなるにつれて，パターンスペクトルの山の部分がどんどん左に移動するのである。山が左にある方が孤立した黒いセルがたくさんあることを示しているので，クラスタリングが弱いモデルのはずである。実際，4つのモデルの中で$n=-2$モデルは小さなスケールでの相関が最も弱く大きなスケールでの相関が最も強い初期条件から進化したものである。そのため最もクラスタリングが弱いことが期待されるが，これはパターンスペクトルの結果と完全に一致する。N体問題は宇宙の銀河分布などに応用される。いずれにしても，パターンスペクトルは宇宙の初期条件を決める重要な指標であることが今回の解析で示された。

Ⅳ　まとめと今後の課題

本研究では，情報科学と形の科学との関連について考察した。特にモルフォロジーという手法に注目し，パターンスペクトルを使ってN体問題の定量化をおこなった。その結果パターンスペクトルはN体問題の初期条件の違いを敏感に察知することが出来る量であることがわかった。もちろん今回の解析はまだ初歩段階であり，正確な結果を得るためにはより詳しい研究が必要である。しかし今回の研究からもパターンスペクトルの有効性は十分に示せており，これが宇宙の初期条件を決める重要な指標であることは間違いないと考えられる。

謝　辞

私の研究に対して常に暖かく見守って下さっている秋田大学教育学部情報処理研究室の中村彰先生に，心から感謝の意を述べたいと思います。

〈参考文献〉

高木隆司　『形の数理』朝倉書店，1882 年。
小畑秀文　『モルフォロジー』コロナ社，1996 年。
武田暁　『形の科学』裳華房，1997 年。